

ЭФФЕКТ ААРОНОВА – БОМА НА ЭЛЕКТРОНАХ У ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОГО ГЕЛИЯ

А.М.Дюгаев⁺, А.С.Рожавский, И.Д.Вагнер, П.Видер*
Grenoble High Magnetic Field Laboratore MPI-FRFR and CNRS
BP 166, F-38042 Grenoble, France

⁺ *Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау РАН*
142432 Черногловка, Московская обл., Россия

* *Физико-технический институт низких температур НАН*
310164 г. Харьков, Украина

Поступила в редакцию 19 февраля 1998 г.

Предложен метод получения конечных электронных систем у поверхности жидкого гелия. Если нижнюю пластину конденсатора под тонкой пленкой гелия выполнить в виде соединенных между собой металлических колец, то электроны будут скапливаться в потенциальных желобах вблизи этих колец. Чистота поверхности гелия, то есть отсутствие на ней примесей и центров пиннинга, дает прекрасную возможность исследовать эффект Ааронова – Бома в идеальном кольце вигнеровского кристалла и латтинжеровской жидкости.

PACS: 73.20.Dx

1. Эффект Ааронова – Бома (АБ) [1] в твердотельных электронных кольцевых системах подавляется примесями и центрами пиннинга для случая электронного вигнеровского кристалла [2]. Представляет интерес экспериментальное исследование идеального "чистого" электронного кольца, так как именно для него применима хорошо развитая теория эффекта АБ [2, 3]. Ниже мы предлагаем метод экспериментального исследования электронных колец на поверхности жидкого гелия. Чистота поверхности гелия, то есть отсутствие на ней примесей, дает принципиальную возможность, меняя плотность электронов, наблюдать осцилляции АБ в идеальном кольце электронного вигнеровского кристалла и электронной латтинжеровской жидкости. Иначе говоря, есть возможность выделить эффекты электрон-электронного взаимодействия.

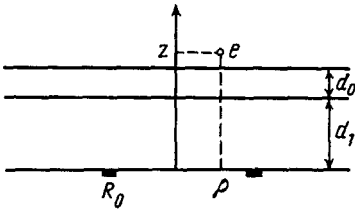
Существует хорошо разработанная экспериментальная методика получения двумерных электронных систем у поверхности жидкого гелия [4]. Тонкая пленка гелия на гладкой подложке помещается в конденсатор и над поверхностью гелия включается источник электронов. Электроны прижимаются к поверхности гелия силами электростатического изображения и электрическим полем. На тонкой пленке гелия получена плотность электронов $n_e \approx 10^{11} \text{ см}^{-2}$ и обнаружен эффект квантового плавления электронного вигнеровского кристалла [5]. Для низкой электронной плотности $n_e \approx 10^8 \text{ см}^{-2}$ обнаружено аномальное (на четыре порядка) увеличение подвижности вигнеровского кристалла на пленке He^3 при понижении температуры до $T \approx 0.2 \cdot 10^{-3} \text{ K}$ [6]. Одномерные электронные системы исследовались на пленке гелия на дифракционных решетках [7, 8].

2. Кольцевые электронные системы можно получить, если нижнюю пластину конденсатора выполнить в виде металлических колец, соединенных между собой перемычками (см. рисунок). Такая металлическая структура может быть напылена

как на подложку непосредственно под пленкой гелия, так и на ее обратной стороне. Это позволяет менять расстояние между металлическим кольцом и поверхностью гелия, в широких пределах изменяя толщину подложки и пленки жидкости. Если расстояние между металлическими кольцами намного больше их радиуса R_0 , достаточно учесть эффект одного кольца, которое создает для электрона потенциал притяжения $V(z, \rho)$.

$$V(z, \rho) = -e^2 \int \frac{n(\rho_1) d\rho_1}{(z^2 + (\rho - \rho_1)^2)^{1/2}}. \quad (1)$$

Здесь z и ρ – расстояния электрона от плоскости и центра кольца, а $n(\rho)$ – поверхностная плотность заряда металлического кольца, e – эффективный заряд электрона, который зависит от соотношения между диэлектрическими проницаемостями пленки гелия, подложки под ним и их толщинами.



Вид сбоку. Черные прямоугольники – поперечное сечение металлического кольца. R_0 – его радиус, z и ρ – координаты электрона e , d_0 – толщина пленки гелия, d_1 – толщина подложки

Для тонкого кольца его ширина Δ намного меньше R_0 и из (1) получаем

$$V(z, \rho) = -\frac{eQ}{\pi} \int_0^\pi \frac{d\varphi}{(z^2 + (\rho - R_0)^2 + 4\rho R_0 \sin^2(\varphi/2))^{1/2}}, \quad (2)$$

где Q – полный эффективный заряд металлического кольца. Если ввести безразмерные переменные $x = \rho/R_0$; $y = z/R_0$, то зависимость $V(x, y)$ определяется выражением

$$V(x, y) = \frac{eQ}{R_0} I(x, y),$$

$$V(z, y) = -\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{d\varphi}{(y^2 + (x - 1)^2 + 4x \sin^2(\varphi/2))^{1/2}}. \quad (3)$$

При $y < 1/\sqrt{2}$ $V(x, y)$ имеет минимум при $x \neq 0$. Это случай потенциального желоба (кольца) для электронов на поверхности гелия. Если же $y > 1/\sqrt{2}$, то минимум $V(x, y)$ достигается при $x = 0$, то есть при $\rho = 0$ (2). Это случай потенциальной ямы для электронов на поверхности жидкости. Разложение $I(x, y)$ при малых x и любых y имеет вид

$$I(x, y) = -\frac{1}{\sqrt{1+y^2}} \left[1 + x^2 \frac{(1/2 - y^2)}{(1+y^2)^2} + \frac{3}{8} x^4 \frac{(y^4 - 3y^2 + 3/8)}{(1+y^2)^4} \right]. \quad (4)$$

Для случая $y \ll 1$, то есть $z \ll R_0$, заменяя $\sin(\varphi/2)$ в (3) на $\varphi/2$ с логарифмической точностью, имеем

$$I \cong -\frac{1}{2\pi} \ln \frac{4\pi^2}{y^2 + (x-1)^2}. \quad (5)$$

Электроны не проникают в жидкий гелий [4], поэтому его координата по оси z ограничена условием $z > z_0$, где $z_0 = d_0$, если металлическое кольцо находится на подложке непосредственно под пленкой гелия толщиной d_0 . Если же оно расположено под подложкой толщиной d_1 , то $z_0 = d_0 + d_1$. Отличие z от z_0 мало, так как электроны прижаты к поверхности жидкого гелия силами электростатического изображения. Для тонкой пленки гелия главным эффектом является притяжение к подложке, что эквивалентно включению сильного электрического поля [4]. Потенциал $V(z, \rho)$ может быть разложен по двум параметрам: $z' = z - z_0$ и $\rho - \rho_0$, где ρ_0 – значение минимума V по ρ при $z = z_0$. Например, в случае большого эффективного потенциального кольца ($z_0 \ll R_0$) из (2), (5) получаем

$$V = V(z_0, R_0) + \frac{eQ}{2\pi R_0} \left[\frac{(\rho - \rho_0)^2}{z_0^2} + \frac{2z'}{z_0} \right]. \quad (6)$$

В этом случае $\rho_0 = R_0$. Член $\sim z'$ в (6) усиливает прижимающее поле электростатических изображений гелия и подложки под ним, а полный потенциал, действующий на электрон при малых z' и $\rho - \rho_0$, за вычетом несущественной для нас постоянной имеет вид

$$V(\rho, z') = \frac{M\omega_0^2}{2}(\rho - \rho_0)^2 + v(z'), \quad (7)$$

где M – масса электрона.

Радиус эффективного для электрона потенциального желоба ρ_0 меняется в пределах $0 < \rho_0 < R_0$ при изменении z_0 в интервале $0 < z_0 < R_0/\sqrt{2}$, а характерная частота ω_0 в (7) пропорциональна заряду металлического кольца Q (2). Она зависит от напряжения на пластинах конденсатора. Итак, в зависимости от соотношения между радиусом металлического кольца R_0 и его расстоянием от поверхности гелия z_0 можно создать эффективный осцилляторный потенциал для электрона, имеющий минимум по ρ при сколь угодно малом значении ρ_0 (4), (7).

3. Волновая функция электрона Φ для потенциала (7) в магнитном поле H , направленном по оси z , имеет вид

$$\Phi = \varphi(z)\Psi(\rho), \quad (8)$$

зависимость φ от z для нас несущественна, а $\Psi(\rho)$ есть решение уравнения Шредингера с гамильтонианом \hat{H} [9]:

$$\hat{H} = \frac{1}{2M} \left(\hat{p} - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2 + \frac{M\omega_0^2}{2}(\rho - \rho_0)^2, \quad (9)$$

\hat{p} – оператор импульса электрона, \mathbf{A} – векторный потенциал. В калибровке Фока [10] $A_\varphi = \frac{H\rho}{2}$; $A_z = A_\rho = 0$, подстановкой

$$\Psi = e^{im\varphi} \frac{\chi(\rho)}{\sqrt{\rho}}$$

из (9) получаем уравнение для функции $\chi(\rho)$:

$$\frac{\hbar^2}{2M} \chi'' + \left(E_m - \bar{V}(\rho) \right) \chi = 0. \quad (10)$$

Энергия E_m зависит от магнитного квантового числа m , а эффективный потенциал $\tilde{V}(\rho)$ имеет вид

$$\begin{aligned}\tilde{V}(\rho) &= \frac{M\omega_0^2}{2}(\rho - \rho_0)^2 + V_H(\rho), \\ V_H(\rho) &= \frac{m^2 - 1/4}{\rho^2} \frac{\hbar^2}{2M} + \frac{M\omega_H^2}{8}\rho^2 + \frac{\hbar\omega_H m}{2},\end{aligned}\quad (11)$$

где $\omega_H = eH/MC$ – циклотронная частота.

Итак, для определения спектра электрона E_H нужно найти решение уравнения для χ (10) с потенциалом $\tilde{V}(\rho)$ (11) и граничными условиями $\chi(0) = \chi(\infty) = 0$. Покажем, что для больших орбитальных чисел $m \gg 1$ можно получить аналитическое решение (10). В самом деле, заменяя $m^2 - 1/4$ в (11) на m^2 , получаем выражение для V_H (11):

$$V_H = \frac{M\omega_H^2}{2} \left(\frac{\rho}{2} + \frac{\hbar m}{\rho M \omega_H} \right)^2. \quad (12)$$

Потенциал V_H имеет минимум по ρ при $\rho = \rho_m$ и его разложение вблизи $\rho = \rho_m$ имеет вид:

$$V_H = \frac{\hbar\omega_H}{2}(m + |m|) + \frac{M\omega_H^2}{2}(\rho - \rho_m)^2, \quad \rho_m^2 = \frac{2\hbar|m|}{M\omega_H}. \quad (13)$$

Из (11), (13) следует, что эффективный потенциал \tilde{V} есть сумма двух осцилляторных потенциалов с минимумами в точках ρ_0 и ρ_m . Так как нас интересуют решения для χ (10), сосредоточенные вблизи $\rho = \rho_0$, то граничное условие $\chi(0) = 0$ оказывается несущественным: волновая функция электрона при $\rho = 0$ и так экспоненциально мала. Поэтому сдвигом переменной ρ в (10) можно привести эффективный потенциал $\tilde{V}(\rho)$ к виду

$$\begin{aligned}\tilde{V}(\rho_1) &= \frac{\hbar\omega_H(m + |m|)}{2} + \frac{M}{2} \frac{\omega_H^2 \omega_0^2}{\omega_H^2 + \omega_0^2} (\rho_0 - \rho_m)^2 + \frac{M}{2} (\omega_H^2 + \omega_0^2) (\rho_1 - \tilde{\rho}_0)^2, \\ \tilde{\rho}_0 &= \frac{\omega_0^2 \rho_0 + \omega_H^2 \rho_m}{\omega_H^2 + \omega_0^2}.\end{aligned}\quad (14)$$

Уравнение (10) с потенциалом (14) имеет спектр E_m^n [9,10]:

$$E_m^n = \frac{\hbar\omega_H(m + |m|)}{2} + (n + 1/2)\hbar(\omega_H^2 + \omega_0^2)^{1/2} + \frac{M}{2} \frac{\omega_H^2 \omega_0^2}{\omega_H^2 + \omega_0^2} (\rho_0 - \rho_m)^2, \quad (15)$$

где ρ_m определено в (13), а n – целое число. Так как мы предполагали, что $\rho_0 \approx \rho_m$, можно с той же точностью заменить в (15) $\rho_0 - \rho_m$ на $\rho_0^2 - \rho_m^2 / 2\rho_0$, и последний член в (15) может быть представлен в виде

$$\frac{\hbar^2}{\rho_0^2 2M^*} \left(|m| - \frac{\Phi}{\Phi_0} \right)^2, \quad (16)$$

где M^* – эффективная масса электрона, Φ – поток магнитного поля через электронное кольцо, Φ_0 – элементарный поток:

$$M^* = M \frac{\omega_H^2 + \omega_0^2}{\omega_0^2}, \quad \Phi = \pi \rho_0^2 H, \quad \Phi_0 = \frac{2\pi \hbar C}{e}. \quad (17)$$

Рассмотрим предельные случаи. В слабом магнитном поле $\omega_0 \gg \omega_H$ и можно заменить в (16) M^* на M и из (15) получаем

$$E_m^n = (n + 1/2)\omega_0 + \frac{\hbar^2}{2M\rho_0^2} \left(m + \frac{\Phi}{\Phi_0} \right)^2. \quad (18)$$

В этом случае член, пропорциональный $|m|$ в (15), равен нулю. В сильном магнитном поле $\omega_H \gg \omega_0$ и из (15) имеем

$$E_m^n = \hbar\omega_H \left(\frac{m + |m| + 1}{2} + n \right) + \frac{\hbar^2}{2M^*\rho_0^2} \left(|m| - \frac{\Phi}{\Phi_0} \right)^2. \quad (19)$$

Второй член в (19) существенен только для отрицательных m , так как его учет снимает бесконечно кратное вырождение E_m^n по m при $m < 0$. Обычно эффект АБ рассматривается в пределе слабого поля, когда применимо выражение (18) и зависимость спектра E_m^n от магнитного поля H входит только через магнитный поток Φ . Для тонкой пленки гелия толщины d на подложке с диэлектрической проницаемостью ϵ кулоновское взаимодействие электронов $V(r)$ ослаблено на больших расстояниях r [11]:

$$V(r) = e^2 \left[\frac{1}{r} - \frac{\delta}{[r^2 + (2d)^2]^{1/2}} \right], \quad \delta = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 1}. \quad (20)$$

В сильном магнитном поле из-за увеличения эффективной массы электрона M^* (17), (19) кулоновское взаимодействие электронов становится существенным и можно наблюдать фазовый переход латтинжеровская жидкость – вигнеровский кристалл в электронном кольце на поверхности жидкого гелия.

Мы благодарим Ю.Н. Овчинникова за обсуждение работы.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, (грант 96-02-18168) и фондом INTAS-RFBR (грант 95-553).

-
1. Y.Aharonov and Bohm, Phys. Rev. **115**, 485 (1959).
 2. C.L.Kane and M.P.A.Fisher, Phys. Rev. Lett. **68**, 1220 (1992).
 3. А.А.Звягин, И.В.Криве, ФНТ **21**, 687 (1995).
 4. В.Б.Шишкин, Ю.П.Монахра, *Двумерные заряженные системы в гелии*, М.: Наука, 1989.
 5. G.Mistura, T.Gunzler, B.Bitnar et al., Surface Science **361-362**, 831 (1996).
 6. K.Shirahama, O.I.Kirichek and K.Kono, Phys. Rev. Lett. **79**, 4218 (1997).
 7. Ю.З.Ковдя, Ю.П.Монахра, ФНТ **12**, 1011 (1986).
 8. В.А.Николаенко, Х.Яяма, Ю.З.Ковдя, А.Томокийон, ФНТ **23**, 642 (1997).
 9. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, *Квантовая механика*, М.: Наука, 1974.
 10. V.V.Fock, Zs. Phys. **47**, 446 (1928).
 11. F.M.Peeters, Phys. Rev. **30**, 159 (1984).