

## НЕЛИНЕЙНОЕ ПРОТЕКАНИЕ ВБЛИЗИ ПЕРЕХОДА МЕТАЛЛ-ДИЭЛЕКТРИК В РЕГУЛЯРНЫХ ТЕКСТУРАХ

*А.М.Сатанин, С.В.Хорьков, В.В.Скузоваткин\**

*Нижегородский государственный университет им. Н.И.Лобачевского  
603600 Нижний Новгород, Россия*

*\* Институт физики микроструктур РАН  
603600 Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 24 февраля 1997 г.

Изучается протекание тока в слабо нелинейных двумерных периодических структурах вблизи перехода металл-диэлектрик. Показано, что нелинейная проводимость ведет себя критическим образом в зависимости от концентрации диэлектрических и сверхпроводящих включений. Обсуждается возможность экспериментального обнаружения предсказанных эффектов.

PACS: 71.30+h, 73.50.-h

Флуктуации электрических полей и токов аномально велики вблизи перехода металл – диэлектрик. В системе имеются участки, на которых электрическое поле существенно превышает среднее по объему. Это является причиной усиления нелинейных эффектов в критической области. В последнее время нелинейные эффекты активно изучаются экспериментально на различных объектах [1–3]. Для интерпретации экспериментов важно установить связь между нелинейным откликом и корреляционными функциями полей и токов. В работах [2, 4–6] показано, что нелинейная проводимость, коэффициент  $1/f$ -шума и амплитуда третьей гармоники могут быть выражены через четвертые моменты электрического поля  $\langle e^4 \rangle$  и тока  $\langle j^4 \rangle$ . В критической области корреляционный радиус превышает масштабы микронеоднородностей, поэтому следует ожидать, что функции нелинейного отклика степенным образом зависят от параметра  $\tau = (p - p_c)/p_c$ , где  $p$  – концентрация металла,  $p_c$  – порог протекания. Однако в работах [3, 5] отмечалось, что высшие моменты поля могут оказаться чувствительными к структуре микронеоднородностей вследствие расходимости корреляторов из-за особенностей поля. Удобным объектом для изучения нелинейных эффектов являются планарные структуры: периодические решетки и текстуры. В работе [7] было показано, что эффективная проводимость металлической решетки с диэлектрическими и сверхпроводящими включениями (типа "шахматная доска"), которая определяется квадратичным моментом поля  $\langle e^4 \rangle$ , не описывается степенной зависимостью от  $\tau$ , а ведет себя как  $\sigma_e \sim \sigma_1 / \ln(\gamma/\tau)$  вблизи порога протекания. Представляет интерес выяснить, как влияет геометрия микронеоднородностей в периодических решетках на нелинейное протекание тока. В частности, необходимо вычислить критический индекс эффективной нелинейной проводимости и коэффициент  $1/f$ -шума, что позволит понять причину неуниверсальности этих индексов [3].

В данной работе изучается нелинейное протекание тока в периодических решетках. Рассматриваются решетки двух типов. В первом случае в металлической матрице с проводимостью  $\sigma_1$  имеются чередующиеся в шахматном

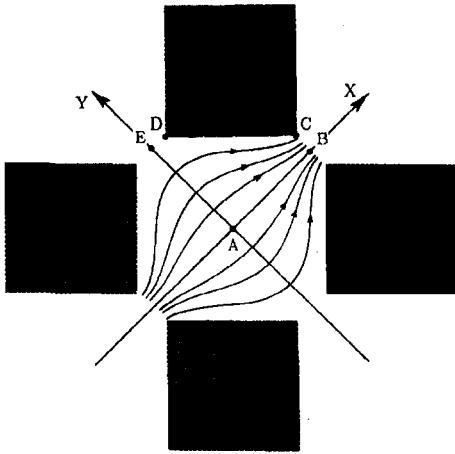


Рис.1. Фрагмент текстуры с диэлектрическими включениями

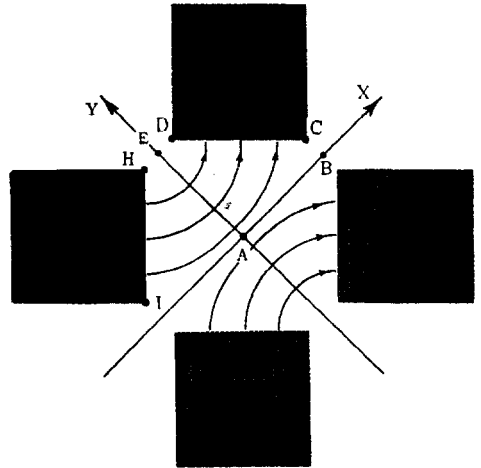


Рис.2. Фрагмент текстуры со сверхпроводящими включениями

порядке (рис.1) диэлектрические включения с проводимостью  $\sigma_1 \rightarrow 0$ . Во втором случае в металлической матрице в шахматном порядке (рис.2) размещены сверхпроводящие включения с проводимостью  $\sigma_2 \rightarrow \infty$ . Ближайшее расстояние между углами соседних квадратов –  $2d$ , а расстояние между их центрами –  $2a$ . Такие структуры хорошо моделируют переход металл – диэлектрик соответственно выше и ниже порога протекания. В критической области  $\tau \approx 2d/a$ . Пороговая концентрация  $p_c = 0.5$ . Нелинейные эффекты учитываются путем обобщения выражения для тока

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{e} + \chi \mathbf{e}^2 \mathbf{e}. \quad (1)$$

в нормальном металле. В рамках этой модели показано, что эффективная нелинейная проводимость аномально растет вблизи порога протекания. При  $p > p_c$   $\chi_e \sim \chi_1/\tau^2 \ln^4(\tau)$  и  $\chi_e \sim \chi_1/\tau^2$  при  $q < q_c$ , где  $q = 1 - p$ ;  $q_c = p_c$ .

Нелинейная эффективная проводимость может быть вычислена согласно [5]:

$$\chi_e = \frac{\langle \chi e^4 \rangle}{\langle e^4 \rangle}, \quad (2)$$

где  $e$  – электрическое поле в линейной среде. В данной системе распределение поля  $e(z)$  в линейном случае может быть получено точно методом конформных преобразований [7]. Если внешнее поле  $\langle e \rangle$  направлено вдоль оси  $X$ , то в системе с диэлектрическими включениями

$$e(z) = \frac{A}{C} \left( \frac{1 - k_2^2 \zeta^2(z)}{1 - k_1^2 \zeta^2(z)} \right)^{1/4}, \quad (3)$$

где  $z = x + iy$ , функция  $\zeta(z)$  определяется интегралом

$$z = C \int_0^\zeta \frac{dt}{\sqrt{1 - t^2(1 - k_1^2 t^2)^{1/4}(1 - k_2^2 t^2)^{1/4}}}, \quad (4)$$

а  $k_1$ ,  $k_2$  и  $C$  выражаются только через геометрические параметры ячейки [7]. Величину  $A$  можно найти, если конформно преобразовать элементарную ячейку  $ABCDE$  (рис.1) на прямоугольник с однородным распределением электрического поля. Поскольку при таком преобразовании квадрат поля не меняется, нетрудно получить  $A = a| \langle e \rangle | / K(k_1)$ , где  $K(k_1)$  – полный эллиптический интеграл первого рода. Из (2) с использованием (3) и (4) следует точное выражение для  $\chi_e$ , из которого при  $\tau \ll$  находим, что

$$\chi_e = \frac{\pi \chi_1}{2\tau^2 \ln^4(\tau/\gamma)}, \quad (5)$$

где  $\gamma = 2\pi K^{-2}(1/\sqrt{2})$ . К выражению (5) можно прийти также из следующих качественных рассуждений. Электрическое поле, согласно (3) и (4), вблизи некоторых углов (например, угла  $C$  на рис.1) ведет себя как  $|e(z)| \sim r^{-1/3}$ , где  $r$  – расстояние до угла. Такая зависимость не приводит к расходимости в (2). Однако при  $\tau \ll 1$  из (3) и (4) следует, что в области  $d \ll \tau \ll a$  поле имеет асимптотику  $|e(z)| \sim Ar^{-1}$ , где  $r$  – расстояние, отсчитываемое от точки  $B$  (рис.1). Такое поведение поля приводит к выражению (5). Действительно,

$$\chi_e \sim \frac{\chi_1 a^2}{\ln^4(\gamma/\tau)} \int_0^{\pi/4} \int_d^a r^{-3} dr d\alpha \sim \chi_1 \frac{1}{\tau^2 \ln^4(\gamma/\tau)}. \quad (6)$$

При получении (6) было использовано, что при  $\tau \ll 1$   $A = a|\langle e \rangle|/2\ln(\gamma/\tau)$ . Для случая сверхпроводящих включений электрическое поле находится из (3) заменой  $k_1$  на  $k_2$  [7]. Проводя аналогичные рассуждения, получаем эффективную нелинейную проводимость в критической области

$$\chi_e = \frac{128\chi_1}{\pi^3\tau^2}. \quad (7)$$

Эту формулу можно получить также из следующих качественных соображений. Линии поля нормальны к границам сверхпроводящих включений, поэтому плоскости  $CD$  и  $HI$  можно интерпретировать как обкладки "открытого конденсатора" (рис.2). Известно, что электрическое поле в области  $d \ll \tau \ll a$  при  $\tau \ll 1$  ведет себя как  $|e(z)| \sim | \langle e \rangle | ar^{-1}$ , где  $r$  – расстояние, отсчитываемое от точки  $E$ . Следовательно,

$$\chi_e \sim \chi_1 a^2 \int_0^{\pi/4} \int_d^a d^{-3} dr d\alpha \sim \chi_1 \frac{1}{\tau^2}. \quad (8)$$

Согласно [7], вблизи порога протекания эффективная линейная проводимость ведет себя как

$$\sigma_e/\sigma_1 = (\pi/4) \ln^{-1}(\gamma/\tau), \quad p > p_c;$$

$$\sigma_e/\sigma_1 = (4/\pi) \ln(\gamma/\tau), \quad q < q_c.$$

Таким образом, критические индексы расходимости относительной плотности  $1/f$ -шума, определяемые согласно [3, 5] из следующих соотношений:

$$\chi_e/\sigma_e^2 \sim \tau^{-k'}, \quad p > p_c;$$

$$\chi_e/\sigma_c^2 \sim \tau^{-k}, \quad q < q_c,$$

в нашем случае равны  $k' = k = 2$ .

В заключение еще раз отметим, что расходимость эффективной нелинейной проводимости  $\chi_e$  при  $\tau \rightarrow 0$  возникает не за счет особенности поля вблизи углов, а за счет того, что благодаря углам возникает горловина масштаба  $\sim a$ , сужающаяся до размера порядка  $d$ . В случае диэлектрических включений сгущение линий тока к горловине к стоку вблизи точки  $B$  (рис.1) приводит к асимптотике  $|e(z)| \sim | \langle e \rangle | a/\tau \ln(\gamma/\tau)$ . В случае сверхпроводящих включений возникает "открытый конденсатор", обкладками которого являются сверхпроводящие пластины. Электрическое поле в такой системе ведет себя согласно  $|e(z)| \sim | \langle e \rangle | ar^{-1}$ . Следует отметить, что в структурах, исследованных в [3], горловины указанного типа не дают основного вклада в высшие моменты электрического поля. Именно с этим обстоятельством связано резкое отличие критических индексов в [3] от упаковки типа "шахматная доска".

В рассматриваемой системе вблизи порога протекания критическое поле нелинейности [1]  $E_c$  будет падать, как  $E_c \sim \tau$ , то есть нелинейные эффекты аномально велики в критической области.

Предсказанные эффекты могут быть проверены в экспериментах с планарными структурами или на модельном эксперименте с квадратными отверстиями в фольге. Наиболее просто фиксировать аномальный рост эффективной нелинейности по росту амплитуды третьей гармоники тока [3, 8].

- 
1. Y.Gefen, W.H.Shin, R.B.Laibowitz, and J.M.Viggiano, Phys. Rev. Lett. **57**, 3097 (1986).
  2. R.K.Chakrabarty, K.Bardhan, and A.Basu, Phys. Rev. **44**, 6773 (1991).
  3. M.A.Dubson, Y.C.Hui, M.B.Weissman, and J.C.Garland, Phys. Rev. **39**, 6807 (1989).
  4. A.Aharony, Phys. Rev. Lett. **58**, 2726 (1987).
  5. D.Stroud and P.M.Hui, Phys. Rev. **37**, 8719 (1988).
  6. D.J.Bergman, Phys. Rev. **39**, 4598 (1989).
  7. Б.Я.Балагуров, ЖЭТФ **79**, 1560 (1980).
  8. А.А.Снарский, Письма в ЖТФ **21**, 3 (1995).