

П И С Ь М А  
В ЖУРНАЛ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ  
И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ОСНОВАН В 1965 ГОДУ  
ВЫХОДИТ 24 РАЗА В ГОД

ТОМ 65, ВЫПУСК 8  
25 АПРЕЛЯ, 1997

Письма в ЖЭТФ, том 65, вып.8, стр.565 - 570

© 1997г. 25 апреля

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПАРНОЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ  
ГАЛАКТИК ВБЛИЗИ КАУСТИКИ

*Ю.Н.Ерошенко, М.И.Зельников*

*Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН  
117924, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 25 февраля 1997 г.

Исследуется влияние крупномасштабных каустик в бездиссипативной темной материи на парную корреляционную функцию галактик. Показано, что если исходная корреляционная функция галактик имеет степенной вид, то наличие каустики в области наблюдения не меняет ее формы, а только уменьшает амплитуду.

PACS: 98.65.Dx

Наряду с большим числом работ, посвященных исследованию линейных и слабонелинейных [1–5] эффектов при формировании крупномасштабной структуры Вселенной, в последнее время появились работы, посвященные теоретическому исследованию образования объектов в сильно нелинейной области [6]. Характерной чертой этой области является возникновение многопоточковых течений (в лагранжевой терминологии — пересечений траекторий отдельных частиц). Для исследования сильных нелинейностей при числе потоков, стремящемся к бесконечности, в [6] был развит метод адиабатического захвата. С его помощью были получены асимптотики корреляционных функций в пределе больших корреляций. При этом оказалось, что для корреляций в области с достаточно большим числом потоков начальные корреляции несут незначительный вклад. В настоящей работе мы изучаем судьбу начальных корреляций в области с малым числом потоков.

В иерархической картине на нелинейную стадию сначала выходят коротковолновые флуктуации, приводящие к образованию галактик, и только в более поздние времена — флуктуации больших масштабов (скопления и сверхскопления галактик). Корреляции галактик соответствуют корреляциям высоких пиков плотности, из которых галактики образовались [7], и определяются, в

основном, спектром возмущений на масштабах галактик. Согласно наблюдениям, полная масса темной материи, заключенная в скоплениях и сверхскоплениях галактик, в несколько раз (до порядка) больше массы темной материи, заключенной в галактиках [8]. Следовательно, динамика развития неоднородностей определяется не только распределением самих галактик, но и, преимущественно, распределением межгалактической темной материи. Поэтому галактики можно считать пробными частицами, следующими за общим движением вещества. Спустя определенное время после образования галактик, на нелинейную стадию выходят флуктуации больших масштабов, и в них также возникают многопоточковые течения. Развитие крупномасштабных неоднородностей влечет за собой, за счет перераспределения галактик в пространстве, изменение корреляций галактик. Таким образом, на конечные корреляционные свойства распределения галактик оказывают влияние возмущения не только галактических, но и больших масштабов.

Распределение плотности вблизи каустики, разделяющей области с разным числом потоков, с одной стороны каустики имеет характерный вид

$$\rho = C(\Delta x)^{-1/2}, \quad (1)$$

где  $\Delta x$  – расстояние до каустики по нормали, а  $C = \text{const}$ . С точки зрения наблюдений, легче всего заметить каустику, образовавшуюся первой и разделяющую однопоточковую и трехпоточковую области. Будем называть такие каустики первичными. Таким образом, в данной работе мы рассматриваем преобразование корреляционной функции галактик в тех областях около каустики, в которых сформировались трехпоточковые течения, но до момента возникновения там течений с большим числом потоков.

Для достаточно большой области наблюдения корреляционная функция с хорошей точностью аппроксимируется средним по ансамблю галактик. В то же время крупномасштабные неоднородности, сопоставимые с размером области наблюдения, нельзя считать случайной функцией, а следует рассматривать как заданное внешнее поле.

Преобразование корреляционной функции. Обозначим через  $\bar{q}$  сопутствующие координаты некоторой конкретной галактики в эпоху образования галактик  $t_1$ , а через  $\bar{x}$  — ее координаты в момент наблюдения  $t_2 > t_1$ . Функцию преобразования обозначим через  $\bar{f}(\bar{q})$ :  $\bar{x} = \bar{f}(\bar{q})$ . Эта функция определяется конкретной формой крупномасштабной неоднородности в области наблюдения и задает характер перераспределения галактик в многопоточковой области. Многопоточковость проявляется в многозначности обратной к  $\bar{f}(\bar{q})$  функции. Концентрация галактик  $n'(\bar{x})$  в момент  $t_2$  связана с концентрацией галактик  $n(\bar{q})$  в момент  $t_1$  соотношением

$$n'(\bar{x}) = \int d^3q n(\bar{q}) \delta^{(3)}(\bar{x} - \bar{f}(\bar{q})),$$

где  $\delta^{(3)}$  – дельта-функция Дирака. В момент  $t_2$  рассмотрим некоторую область пространства  $\Omega$  объемом  $V$ . Для вычисления наблюдаемой корреляционной функции  $\xi'(\tau)$  произведем три усреднения:

а) пространственное усреднение по области  $\Omega$  в пренебрежении граничными эффектами;

б) усреднение по направлениям вектора  $\bar{k} = \bar{r}/r$ ;

в) усреднение по ансамблю галактик в момент  $t_1$ .

После усреднений а)-в) получим

$$\begin{aligned} n'^2[1 + \xi'(r)] &= \frac{1}{4\pi V} \int_{|\bar{k}|=1} d^2k \int_{\Omega} d^3x \langle n'(\bar{x})n'(\bar{x} + \bar{r}) \rangle = \\ &= \frac{1}{4\pi V} \int d^3q \int d^3\gamma n^2[1 + \xi(r|\bar{\gamma})] \delta(|\bar{f}(\bar{q}) - \bar{f}(\bar{q} + r\bar{\gamma})|/r - 1), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $n'$  — средняя концентрация галактик в области  $\Omega$ ,  $n$  — средняя концентрация галактик в прообразе области  $\Omega$  при преобразовании  $\bar{f}(\bar{q})$ , а первое интегрирование производится по таким  $\bar{q}$ , что  $\bar{f}(\bar{q}) \in \Omega$ . Здесь  $\xi(r)$  и  $\xi'(r)$  — корреляционные функции галактик в моменты  $t_1$  и  $t_2$ , соответственно,  $\langle n(\bar{q})n(\bar{q}') \rangle = n^2[1 + \xi(|\bar{q} - \bar{q}'|)]$ .

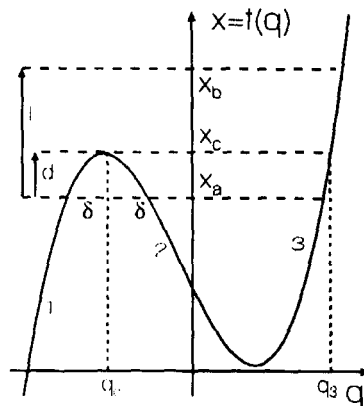
Рассмотрим частный случай, когда в области  $\Omega$  преобразование  $\bar{f}(\bar{q})$  практически одномерно, то есть в двух из трех направлений  $\bar{f}(\bar{q})$  меняется очень слабо. Это имеет место, если область наблюдения значительно меньше радиуса кривизны каустики. В таком случае каустику можно считать приближенно плоской. Пусть выделенное направление нормали к каустике совпадает с направлением  $q_1$ , а преобразование в этом направлении задается функцией  $f(q_1)$ . Тогда

$$\bar{f}(\bar{q}) = (f(q_1); q_2; q_3).$$

Пусть далее  $\Omega$  представляет собой криволинейный цилиндр, образующая которого направлена вдоль оси  $x_1$  и имеет длину  $l$ . Обозначим  $q \equiv q_1$ ,  $\gamma \equiv \gamma_1$ ,  $[l]$  — отрезок на оси  $x_1$  — проекция  $\Omega$  на ось  $x_1$ . В этих предположениях формула (2) примет вид

$$\begin{aligned} 1 + \xi'(r) &= \\ &= \frac{n^2}{2ln'^2} \int_{f(q) \in [l]} dq \int_{|f(q) - f(q+r\gamma)| < r} d\gamma \left[ 1 + \xi \left( r \sqrt{\gamma^2 + 1 - [f(q) - f(q+r\gamma)]^2 / r^2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

Области интегрирования указаны под интегралами. Назовем условно интеграл от 1 в (3) "наведенными корреляциями", а интеграл от  $\xi$  — "преобразованными корреляциями" галактик.



Пусть область  $\Omega$  расположена вблизи каустики так, как показано на рисунке. Отрезок  $[l] = [x_a; x_b]$ ,  $x_c$  — координата каустики,  $x_a < x_c < x_b$ . Точка  $x_c$

соответствует точке  $q_c$  в сливающихся потоках 1 и 2 и точке  $q_3$  в потоке 3:  $x_c = f(q_c) = f(q_3)$ . Разложим функцию  $f(q)$  в ряд вблизи  $q_c$  (величины, взятые в точке  $q_c$ , обозначаем индексом  $c$ ):

$$f(q) = x_c + \frac{1}{2} f_c'' (q - q_c)^2 + \frac{1}{6} f_c''' (q - q_c)^3 + \dots \quad (4)$$

Здесь учтено, что  $f_c' = 0$ . Пусть  $x_a$  выбрано так, что в области от  $x_a$  до  $x_c$  применимо разложение (4) вплоть до квадратичных членов. Условие справедливости этого предположения:

$$\left| \frac{f_c''' \delta}{3 f_c''} \right| \ll 1, \quad (5)$$

где  $\delta$  находится из условия  $d = \frac{1}{2} f_c'' \delta^2$ ,  $d \equiv x_c - x_a$ . При  $f_c'' \neq 0$  всегда найдутся столь малые  $d$ , что (5) будет справедливо. Обозначим  $L \equiv -2/f_c''$  и пусть  $L > 0$ . В области  $[x_a; x_b]$  существует и третий поток, текущий навстречу потокам, образующим каустику. В отличие от потоков 1 и 2, характеристики потока 3 на отрезке  $[x_a; x_b]$  при достаточно малом  $l$  меняются слабо. Аппроксимируем функцию преобразования в третьем потоке линейной функцией  $f(q) = x_c + \psi(q - q_3)$ , где  $\psi = \text{const}$ . Вычислим наведенные корреляции в рамках нашего формализма. Будем иметь в виду столь малые  $\tau$ , что выполняется условие

$$4rL \ll \delta^2, \text{ то есть } \tau \ll d.$$

Сделаем также естественное предположение, что

$$\frac{\delta}{L} \ll \psi \leq 1. \quad (6)$$

Физически (6) означает, что в каустике вещество сжато намного сильнее, чем в третьем потоке, а также то, что во всей области наблюдения  $\Omega$  произошло сжатие вещества по сравнению с моментом  $t_1$ .

Расчет наведенных корреляций дает логарифмическую зависимость, подобную ранее полученной в работе [9].

Вычислим теперь преобразованные корреляции в предположении, что начальные корреляции галактик имеют степенной вид:  $\xi(r) = \alpha r^{-\beta}$ , где  $\beta$  близко к наблюдаемому значению 1.8. Преобразованные корреляции дают в (3) вклад

$$\frac{\alpha}{r^\beta} \frac{n^2}{2ln'^2} \int_{f(q) \in [l]} dq \int_{|f(q) - f(q+r\gamma)| < r} d\gamma \left[ \gamma^2 + 1 - \frac{[f(q) - f(q+r\gamma)]^2}{r^2} \right]^{-\beta/2}.$$

Проводя вычисления в рамках сделанных предположений, получим

$$\frac{\alpha}{r^\beta} \frac{n^2}{n'^2} \left\{ \frac{\sqrt{\pi} \delta}{l} \frac{\Gamma\left(\frac{\beta-1}{2}\right)}{\Gamma(\beta/2)} + \frac{1}{\psi^2} F\left(\frac{\beta}{2}; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; 1 - \psi^{-2}\right) \right\},$$

где  $\Gamma$  — гамма функция, а  $F$  — гипергеометрическая функция Гаусса с асимптотиками:

$$\psi^{-2} F\left(\frac{\beta}{2}; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; 1 - \psi^{-2}\right) = \begin{cases} 1 & \text{при } 1 - \psi \ll 1; \\ \frac{1}{\psi} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\Gamma\left(\frac{\beta-1}{2}\right)}{\Gamma(\beta/2)} & \text{при } \psi \ll 1. \end{cases}$$

Отношение  $n^2/n'^2$  выражается через отношение объемов области наблюдения и ее прообраза. В итоге полное выражение для новой корреляционной функции запишется в виде:

$$1 + \xi'(r) = \left( \frac{2\delta}{l} + \frac{1}{\psi} \right)^{-2} \left\{ 4Li^{-1} \ln(d/r) + \psi^{-2} + \right. \\ \left. + \alpha r^{-\beta} \left( \sqrt{\pi} \delta l^{-1} \frac{\Gamma\left(\frac{\beta-1}{2}\right)}{\Gamma(\beta/2)} + \psi^{-2} F\left(\frac{\beta}{2}; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; 1 - \psi^{-2}\right) \right) \right\}. \quad (7)$$

При вычислениях оказалось, что членами, соответствующими корреляциям галактик из каустики и из потока  $\mathcal{J}$ , можно пренебречь по сравнению с выписанными.

Важно отметить, что при сделанных предположениях степенной вид корреляций сохраняется для любого  $\beta > 1$ , а изменение  $\beta$  приводит только к изменению их амплитуды. Если в области наблюдения каустик нет, то (7) принимает вид

$$1 + \xi'(r) = 1 + \xi(r) F\left(\frac{\beta}{2}; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; 1 - \psi^{-2}\right).$$

Таким образом, однородное одномерное сжатие приводит только к уменьшению амплитуды степенной корреляционной функции.

Все величины, входящие в (7), можно выразить через наблюдаемые характеристики. Так, величины  $l$  и  $d$  есть заданные параметры области наблюдения. С точностью до эффектов "байсинга" величина  $\psi$  представляет собой отношение концентрации галактик в третьем потоке перед каустикой  $n_3$  к концентрации галактик поля, а  $\alpha r^{-\beta}$  есть корреляционная функция галактик поля. Если в распределении галактик наблюдается закон (1), то величину  $L$  можно выразить через  $C$  по формуле  $L = 4C^2/\rho_0^2$ , где  $\rho_0$  — современная космологическая плотность, а  $\delta = \sqrt{Ld}$  по определению. Следовательно, результат (7) не содержит модельных параметров и его можно непосредственно сопоставлять с наблюдениями.

Комбинации параметров, входящие в (7), можно также выразить через  $n$ ,  $n'$  и  $n_3 = \psi n$  следующим образом:  $4L/l = (l/d)((n' - n_3)^2/n^2)$ ,  $2\delta/l = (n' - n_3)/n$ .

Согласно ряду наблюдений, на расстоянии  $1.2 \div 2$  Мпк от центров многих скоплений галактик в радиальном профиле плотности действительно наблюдается плато или даже локальный минимум [10, 11]. Эти особенности, однако, не могут быть связаны с первичными каустиками, поскольку расстояния  $1.2 \div 2$  Мпк соответствуют плотным вириализованным областям. Для обнаружения первичной каустики было бы желательно провести подобного рода исследования распределения плотности на больших расстояниях от центров скоплений. Поскольку первичная каустика гравитационно связана со скоплением, существует максимальное расстояние, на которое каустика способна удалиться от скопления, и это расстояние не превосходит начального размера  $R$  неоднородности, из которой скопление образовалось. Величину  $R$  можно оценить следующим образом:  $R \leq (M/\rho_0)^{1/3} \sim 10$  Мпк, где  $M \sim 10^{14} M_\odot$  — типичная масса скопления галактик.

Другим методом обнаружения каустики, наряду с поиском закона (1), могло бы служить исследование корреляционных функций. В работе [9] указано

на логарифмическую особенность наведенных корреляций и найден характер особенности в поведении трехточечной корреляционной функции. Согласно (7), вклад в  $\xi(r)$  дают не только наведенные, но и преобразованные корреляции, причем степенная расходимость последних при  $r \rightarrow 0$  сильнее, чем расходимость  $\ln(d/r)$ . В связи с этим возникает вопрос: при каких условиях можно заметить логарифмический вклад на фоне степенных корреляций? Рассмотрим наиболее благоприятный случай, когда  $l \sim d$ , тогда, с учетом (6), вкладом третьего потока в (7) можно пренебречь. Относительная величина логарифмического члена при некотором  $r$  и при  $\beta \approx 1.8$  есть

$$\frac{4L \ln(d/r)}{\pi\delta \xi(r)}. \quad (8)$$

Величина  $L/\delta$  характеризует собой сгущение галактик на расстояниях  $d$  от каустики по сравнению с концентрацией галактик поля (если пренебречь эффектами "байсинга"). В обзоре галактик АРМ [12] при  $r \geq 500$  Мпк  $\xi(r) \leq 100$ . Таким образом, уже при  $L/\delta \sim 10$  относительный вклад логарифмического члена (8) превышает 0.1. Значение  $L/\delta \sim 10$  соответствует дальней периферии скопления, поскольку среднее сгущение галактик в скоплении составляет  $\sim 200$ , между тем, как в центрах скоплений эта величина достигает  $10^4 \div 10^5$  [13].

Еще одним свидетельством в пользу существования каустик было бы обнаружение относительного движения потоков галактик различных морфологических типов. Дело в том, что потоки галактик, образующие каустику, предварительно прошли через плотные центральные области скопления. Подвергаясь действию приливных сил в резко меняющемся гравитационном потенциале, галактики могли изменить свой морфологический тип (например, превратиться из спиральных в неправильные или даже в эллиптические), либо они могли изменить характер своей активности. В то же время третий, движущийся навстречу каустике поток должен состоять из невозмущенных, преимущественно спиральных галактик.

Авторы выражают благодарность Российскому фонду фундаментальных исследований за финансовую поддержку по гранту 96-02-26002.

- 
1. R.Juszkiewicz and F.R.Bouchet, Proc. XXX Moriond Meeting "Clustering in the Universe", Les Arcs, 1995; e-print: astro-ph/9602134.
  2. C.Porciani, e-print: astro-ph/9609029.
  3. A.N.Taylor and A.J.S.Hamilton, MNRAS **282**, 767 (1996).
  4. C.S.Frenk et. al., Ap.J. **327**, 507 (1988).
  5. B.Jain, H.Мо, and S.D.M.White, MNRAS **276**, L25 (1995).
  6. А.В.Гуревич, К.П.Зыбин, УФН, **165**, 723 (1995).
  7. J.M.Barden et al., Ap.J. **304**, 15 (1986).
  8. A.V.Dolgov, Invisible Matter (to be published in Surveys of High Energy Physics); e-print: astro-ph/9509057.
  9. A.V.Gurevich, M.I.Zelnikov, and K.P.Zybin, Proc. of the 2nd Int. Sakharov conf. on Ph. held on 20-24 May, 1996; World Scientific (in press).
  10. A.Oemler (Jr.), Ap.J. **184**, 1 (1974).
  11. А.С.Шаров, Астрон. журн. **36**, 807 (1959).
  12. Neta A. Bahcall, e-print: astro-ph/9611148.
  13. C.M.Baugh, e-print: astro-ph/9512011.