Письма в ЖЭТФ, том 65, вып.9, стр.717 - 721

ПОПЕРЕЧНАЯ СПИНОВАЯ ДИНАМИКА СПИН-ПОЛЯРИЗОВАННОЙ ФЕРМИ-ЖИДКОСТИ

И.А.Фомин

Институт физических проблем им. П.Л.Капицы РАН
117334 Москва, Россия

Поступила в редакцию 16 апреля 1997 г.

Дан микроскопический вывод уравнений поперечной спиновой динамики спин-поляризованной ферми жидкости при нулевой температуре в главном приближении по частотам и волновым векторам характеризующим движени спина. Уравнения применимы при произвольной степени поляризации и для произвольных отклонений направления спина от равновесного. Рассмотрены решения полученных уравнений, описывающие когерентно прецессирующую двухдоменную структуру и спиновые волны. В длинноволновом пределе спиновые волны оказываются не затухающими в противоречии с обсуждающимся в литературе утверждением о нуль-температурном затухании спиновых волн.

PACS: 67.60.Fp, 67.65.+z, 75.30.Ds

1. В последние годы произошел значительный прогресс в получении и экспериментальном исследовании сильно поляризованных ферми-жидкостей. Объектами изучения являются жидкие растворы ^{3}He в ^{4}He и чистый жидкий ^{3}He. Достигнутые поляризации таковы, что измененение функции распределения фермиевских квазичастиц нельзя считать малым и теория ферми жидкости Ландау буквально не применима. В частности, это относится к уравнениям спиновой динамики такой жидкости – уравнениям Леггетта [1]. Необходимость изменений видна уже из того, что в поляризованной системе имеются два разных фермиевских импульса p_{F+} и p_{F-} для квазичастиц со спином направленным по и против полного спина соответственно. В результате становится не определенным смысл входящих в уравнения Леггетта параметров ферми жидкости. В литературе обсуждается также и более серьезная трудность – так называемое нуль-температурное затухание поперечных возмущений спина [2–4]. Формальная трудность состоит в том что при изменении направления спина изменяется состояние фермиевских квазичастиц во всем интервале от p_{F-} до p_{F+}. Вероятность распада квазичастиц при этом растет с поляризацией как $(p_{F+}-p_{F-})^2/p_F^2$ и при значительной поляризации обратное время жизни квазичастиц оказывается сравнимым с их энергией. В серии работ [4] предложена микроскопическая теория, имеющая целью преодолеть указанную трудность. Согласно этим работам, учет возможности распада квазичастиц приводит к тому, что вплоть до абсолютного нуля температур остаются конечными поперечные компоненты тензора спиновой диффузии и затухание спиновых волн.

В настоящей работе уравнения спиновой динамики выводятся непосредственно при $T=0$. При этом оказывается возможным произвести разложение по обратной поляризации. Удержаны главные члены по частотам и волновым векторам, характеризующим движение спина. Полученные таким образом уравнения являются недиссипативными. В частности в главном длинноволновом приближении не затухают спиновые волны. Этот вывод находится в согласии с результатами теории ферромагнитной ферми жидкости [5] и не согласуется с выводами работ [2, 4].

2. **Вывод уравнений.** Гамильтониан рассматриваемой ферми жидкости включает в себя кинетическую энергию $\mathcal{H}_{kin}$, двухчастичное взаимодействие $\mathcal{H}_{int}$ и взаимодействие с магнитным полем, направленным по оси z, $\mathcal{H}_L = -\omega_L S_z$, где S_z – z-проекция плотности спина, а ω_L – соответствующая полю ларморовская частота. Как в ^{3}He, так и в растворах ^{3}He в ^{4}He спин-орбитальное взаимодействие чрезвычайно мало и мы им будем пренебрегать. Введем в каждой точке систему координат, вращающуюся с угловой скоростью Ω, такой чтобы поляризация во вращающейся системе была локально равновесной. При этом Ω должна зависеть от времени и координат. Если эта зависимость – медленная, то есть частоты ω и волновые векторы $\mathbf{k}$, характеризующие изменение Ω в системе координат, вращающейся с ларморовской частотой, удовлетворяют сильным неравенствам $\omega \ll \Omega$ и $k \ll \Delta p = p_{F+} - p_{F-}$, то для вывода уравнений спиновой динамики можно применить процедуру разложения по малым частотам и волновым векторам, аналогичную использованной ранее [6] для B-фазы ^{3}He. Будем исходить из лагранжиана $\hat{\mathcal{L}} = i\frac{\partial}{\partial t} - \hat{\mathcal{H}}$, записанного в представлении вторичного квантования

$$\hat{\mathcal{L}} = \frac{1}{2}\int \psi\dagger_\mu(\mathbf{r})[\delta_{\mu\nu} i\frac{\partial}{\partial t} + \sigma^z_{\mu\nu}\cdot\omega_L - \sigma_{\mu\nu}\cdot\Omega]\psi_\nu(\mathbf{r})d^3r - \\ -\frac{1}{2m}\int[\nabla\psi\dagger_\mu(\mathbf{r})][\nabla\psi_\mu(\mathbf{r})]d^3r - \hat{\mathcal{H}}_{int}. \qquad (1)$$

Произведем локальный поворот спиновых осей $\hat{x}$, $\hat{y}$, $\hat{z}$, определяемый углами Эйлера α, β, γ, так чтобы новая ось квантования спинов $\hat{\zeta}$ была направлена в каждой точке вдоль Ω. Условие на ориентацию осей $\hat{\xi}$ и $\hat{\eta}$ будет сформулировано позже. Указанный поворот приводит к "удлинению" пространственных и временных производных в формуле (1) по рецепту:

$$\delta_{\mu\nu}\frac{\partial}{\partial t} \to \delta_{\mu\nu}\frac{\partial}{\partial t} + R\dagger_{\mu\lambda}\frac{\partial}{\partial t}R_{\lambda\nu}$$

и аналогично для градиентов. Матрица поворота $\hat{R}$ определена как

$$\hat{R} = \exp(-\gamma\hat{\sigma}^z/2)\exp(-\beta\hat{\sigma}^y/2)\exp(-\alpha\hat{\sigma}^z/2)$$

В результате такого удлинения в лагранжиане возникнут добавочные члены, содержащие временные производные эйлеровых углов $\dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\gamma}$ и их пространственные производные $\alpha_l, \beta_l, \gamma_l$, где индекс обозначает дифференцирование по l-й координате. Добавку, возникающую от удлинения временной производной, удобно объединить с $\hat{\mathcal{H}}_L$, в результате получим

$$\hat{\mathcal{L}}_1 = \frac{1}{2}\int \psi\dagger_\mu(\mathbf{r})(\sigma_{\mu\nu}\cdot\omega)\psi_\nu(\mathbf{r})d^3r, \qquad (2)$$

где ω имеет следующие проекции на повернутые оси:

$$\begin{aligned} \omega_\xi &= -(\dot{\alpha} + \omega_L)\sin\beta\cos\gamma + \dot{\beta}\sin\gamma, \\ \omega_\eta &= (\dot{\alpha} + \omega_L)\sin\beta\sin\gamma + \dot{\beta}\cos\gamma, \\ \omega_\zeta &= \dot{\gamma} + (\dot{\alpha} + \omega_L)\cos\beta. \end{aligned} \qquad (3)$$

Пространственные производные собираются в

$$\hat{\mathcal{L}}_2 = \frac{1}{2m}\int\{\partial_l\psi\dagger_\mu(\mathbf{r})(A^l_a\sigma^a_{\mu\nu})\psi_\nu(\mathbf{r}) - \psi\dagger_\mu(\mathbf{r})(A^l_a\sigma^a_{\mu\nu})\partial_l\psi_\nu(\mathbf{r}) + \\ +\psi\dagger_\mu(\mathbf{r})\psi_\mu(\mathbf{r})A^l_aA^l_a\}d^3r, \tag{4}$$

где A^l_a - спиновые, или "киральные" скорости

$$\begin{aligned} A^l_\xi &= -\alpha_l\sin\beta\cos\gamma + \beta_l\sin\gamma, \\ A^l_\eta &= \alpha_l\sin\beta\sin\gamma + \beta_l\cos\gamma, \\ A^l_\zeta &= \gamma_l + \alpha_l\cos\beta. \end{aligned} \tag{5}$$

Оставшуюся свободу в ориентации локального репера можно использовать для того чтобы обратить в нуль скорость переноса продольной компоненты спина A^l_ζ:

$$\gamma_l + \alpha_l\cos\beta = 0. \tag{6}$$

Выражение для оператора спинового тока $\hat{j}^l_a(\mathbf{r})$ получается варьированием $\hat{\mathcal{L}}_2$ по A^l_a в силу определения $\delta\hat{\mathcal{L}}_2 = \int\hat{j}^l_a\delta A^l_a d^3r$. После преобразования полный лагранжиан $\hat{\mathcal{L}}$ будет иметь вид:

$$\hat{\mathcal{L}} = \hat{\mathcal{L}}_0 + \hat{\mathcal{L}}_1 + \hat{\mathcal{L}}_2. \tag{7}$$

$\hat{\mathcal{L}}_0$ - лагранжиан ферми-жидкости, находящейся в однородном поле Ω направленном по оси ζ. Основное состояние для $\hat{\mathcal{L}}_0$ соответствует $\langle\hat{S}_\zeta\rangle = S$, $\langle\hat{S}_\xi\rangle = 0$, $\langle\hat{S}_\eta\rangle = 0$. Производные $\alpha_l, \beta_l, \gamma_l, \dot{\beta}, \dot{\gamma}$, а также комбинация $(\dot{\alpha} + \omega_L)$ малы в указанном выше смысле и сумма $(\hat{\mathcal{L}}_1 + \hat{\mathcal{L}}_2)$ является адиабатическим возмущением, не вызывающим переходов в возбужденные состояния. Изменение состояния может происходить лишь за счет изменения ориентации спина относительно неподвижных осей, которая задается углами α, β согласно $S_x = S\sin\beta\cos\alpha$, $S_y = S\sin\beta\sin\alpha$, $S_z = S\cos\beta$. Поправка первого порядка к усредненному лагранжиану содержит только временные производные углов. Для учета членов с пространственными производными следует по известной схеме [6] сосчитать поправку второго порядка. Сумма обеих поправок является лагранжианом, описывающим движение спина S в главном порядке по ω и k.

$$\mathcal{L} = S[(\dot{\alpha} + \omega_L)\cos\beta + \dot{\gamma}] + \frac{1}{2}\chi^J_\perp(\alpha_l^2\sin^2\beta + \beta_l^2). \tag{8}$$

Коэффициент $\chi^J_\perp$ в этой формуле есть поперечная компонента статической токовой восприимчивости. Токовая восприимчивость $(\chi^J)^{lm}_{ab}(\omega, \mathbf{k})$ - это тензорный коэффициент в линейном соотношении между фурье-компонентами спинового тока и киральной скорости $j^l_a = \chi^{lm}_{ab}A^m_b$. В формуле (8) восприимчивость $\chi^J_\perp$ является коэффициентом при членах второго порядка по k, поэтому ее можно взять при $\omega = 0$ и $k = 0$. Из-за малости спин-орбитального взаимодействия статическая восприимчивость изотропна по пространственным индексам l, m. По спиновым индексам это одноосный тензор, причем его продольная по спину компонента не входит в выражение для $\mathcal{L}$ в силу условия (6). В силу общих свойств восприимчивости $\chi^J_\perp(0,0)$ – вещественное число. Компоненты тензора $(\chi^J)^{lm}_{ab}(\omega,\mathbf{k})$ выражаются через фурье образы запаздывающих коммутаторов соответствующих компонент спинового тока (см. [6]). В общем случае эти коммутаторы вычислить не удается. В пределе слабых поляризаций теория ферми жидкости дает $\chi^J_\perp(0,0) = (\hbar/2)^2 N(0)(v_f^2/3\Lambda)$, где Λ есть комбинация ферми-жидкостных параметров: $\Lambda = 1/(1+F_0^a) - 1/(1+F_1^a/3)$

Лагранжиан (8) порождает следующие уравнения движения:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = 0, \tag{9}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(S\cos\beta) + \chi^J_\perp \frac{\partial}{\partial x_l}(\alpha_l \sin^2\beta) = 0, \tag{10}$$

$$S\sin\beta(\frac{\partial\alpha}{\partial t} + \omega_L) - \chi^J_\perp[(\nabla\alpha)^2 \sin\beta\cos\beta - \Delta\beta] = 0. \tag{11}$$

Здесь Δ – оператор Лапласа. Уравнения (9)–(11) совпадают с уравнениями спиновой динамики изотропного ферромагнетика [7], записанными в эйлеровых углах. В силу уравнения (9) S=const. Изменение ориентации S определяется уравнениями (10) и (11).

Рассмотрим простые стационарные решения этих уравнений. В постоянном и однородном магнитном поле имеется решение вида β=const, $\nabla\alpha = \mathbf{k}, \dot\alpha = -\omega_\mathrm{P}$. Подставляя такое решение в уравнение (11), получаем

$$\omega_p = \omega_L - \frac{\chi^J_\perp}{S} k^2 \cos\beta. \tag{12}$$

При малых β, полагая здесь $\cos\beta \approx 1$ получаем обычную спиновую волну с квадратичным законом дисперсии. В рассмотренном здесь главном длинноволновом приближении волна не затухает. Кондратенко [5] показал, что в ферромагнитной ферми жидкости затухание спиновых волн возникает лишь в членах $\sim k^5$. Его аргументы, основанные на оценке величины фазового объема для различных процессов распада спиновой волны применимы и к поляризованной ферми жидкости.

Выражение (12) позволяет более точно указать область применимости использованного подхода. Из условия адиабатичности $(\omega_p - \omega_L) \ll \Omega$ следует ограничение $(\chi^J_\perp/S)k^2 \ll \Omega$. Для слабой поляризации $\chi^J_\perp$ выражается через ферми жидкостные параметры, что дает $kv_F/\Omega \ll \sqrt{3\Lambda/(1+F_0^a)}$. В чистом ^{3}He правая часть неравенства ~ 1 и мы возвращаемся к критерию: $kv_F/\Omega \ll 1$. В растворах $\Lambda \ll 1$ и ограничение более жесткое: $kv_F/\Omega \ll \sqrt{3\Lambda}$. При $kv_F/\Omega \sim \sqrt{\Lambda}$ спиновые волны эффективно взаимодействуют с продольной степенью свободы и разделение на продольную и поперечную динамики становится не оправданным.

Другое представляющее интерес решение уравнений (10) и (11) возникает в слабонеоднородном поле, когда $\omega_L = \omega_L(z)$: $\dot\beta = 0$, $\dot\alpha = -\omega_p$, $\alpha_l = 0$. Изменение угла β, согласно (11) описывается уравнением

$$\chi^J_\perp \frac{\partial^2\beta}{\partial z^2} + S\frac{d\omega_L}{dz}(z - z_0)\sin\beta = 0. \tag{13}$$

Это уравнение совпадает по форме с рассмотренным ранее [8] уравнением, описывающим когерентно прецессирующую спиновую структуру в слабо поляризованной ферми жидкости. Тем самым показано, что когерентно прецессирующая структура должна существовать и в сильно поляризованной ферми жидкости. В уравнении (13) не учтено влияние полей размагничивания, которое в случае сильной поляризации может быть существенным. Учет этого влияния производится непосредственнно [9].

3. Обсуждение результатов. По своим симметрийным свойствам ферми жидкость с "замороженной" поляризацией аналогична изотропному ферромагнетику, поэтому не удивительно, что уравнения спиновой динамики такой жидкости совпадают с аналогичными уравнениями для ферромагнетика. Такой же результат получится, если перейти в уравнениях Леггетта к пределу $\Omega\tau \rightarrow \infty$ и соответственно переопределить в них коэффициенты, что оправдывает применение уравнений Леггетта в указанном пределе также и в случае сильной поляризации. Это не относится к диссипативным членам. Для введения диссипации следует учесть в уравнениях члены более высоких степеней по частотам и волновым векторам. Учет диссипации не может, однако, устранить возникшее противоречие в вопросе о нуль-температурном затухании, поскольку различие возникает уже в членах порядка k^2. Результаты измерений коэффициента диффузии в чистом поляризованном ^{3}He [10] и в растворах ^{3}He в ^{4}He [11] обнаруживают значительное уменьшение поперечной компоненты коэффициента диффузии по сравнению с продольной при температурах $T \leq \Omega$. Это качественно согласуется с представлением о нуль-температурном затухании. Полученные экспериментальные результаты, однако, нельзя считать прямым доказательством существования такого затухания. Вычисление коэффициента диффузии требует анализа взаимодействия всех элементарных возбуждений, которые вносят вклад в перенос спина то есть фермиевских квазичастиц и спиновых волн. Наличие двух типов возбуждений может привести к существованию областей с разной температурной зависимостью. Изменения характера поперечной спиновой диффузии в области $T \sim \Omega$ можно ожидать при разных конкретных моделях явления. Окончательный вывод об экспериментальном подтверждении существования нуль-температурного затухания может быть сделан лишь после проведения соответствующих вычислений.

Автор благодарен А.Ф.Андрееву, В.В.Дмитриеву и П.С.Кондратенко за полезные обсуждения. Работа выполнена при частичной поддержке гранта CRDF RP1-249.

---

1. A.J.Leggett, J. Phys. C **3**, 448 (1970).
2. A.E.Meyerovich, Phys. Lett. **A107**, 177 (1985).
3. J.W.Jeon and W.J.Mullin, J. Low Temp. Phys. **49**, 421 (1987); Phys. Rev. Lett. **62**, 2691 (1989); J. Low Temp. Phys. **88**, 433 (1992).
4. A.E.Meyerovich and K.A.Musaelian, J. Low Temp. Phys. **89**, 781 (1992); J. Low Temp. Phys. **94**, 249 (1994); J. Low Temp. Phys. **95**, 789 (1994); Phys. Rev. Lett. **72**, 1710 (1994).
5. П.С.Кондратенко, ЖЭТФ **46**, 1438 (1964)
6. K.Maki, Phys. Rev. **B 11**, 4264 (1975).
7. L.Landay and E.Lifshitz, Phys. Zs. Sovjet. **8**, 153 (1935).
8. В.В.Дмитриев, И.А.Фомин, Письма в ЖЭТФ **59**, 352 (1994), I.A.Fomin, Physica **B210**, 373, (1995).
9. I.A.Fomin, G.Vermeulen, J.Low Temp. Phys. **106**, 133 (1997).
10. L.-J.Wei, N.Kalenchofsky, and D.Candela, Phys. Rev. Lett. **71**, 879 (1993).
11. J.H.Ager, A.Child, R. Konig et al., J. Low Temp. Phys. **99**, 683 (1995).