Письма в ЖЭТФ, том 67, вып.11, стр.847 - 853 © 1998г. 10 июня

k-СИММЕТРИИ И АНОМАЛЬНЫЙ МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ СУПЕРЧАСТИЦ

А.А.Желтухин[1)], *Д.В.Уваров*

Национальный научный центр "Харьковский физико-технический институт"

310108 Харьков, Украина

Поступила в редакцию 10 апреля 1998 г.

Показано, что нарушение k-симметрии, возникающее при минимальном включении взаимодействия массивных частиц со спином 1/2 с $N = 2$ расширенным супермультиплетом Максвелла, восстанавливается учетом их аномального магнитного момента (АММ). Построено k-инвариантное действие массивных суперчастиц и показано, что k-симметрия однозначно фиксирует величину их АММ.

PACS: 11.30.Pb

1. Требование k-симметрии [1-3] является ключевым принципом при построении теории суперструн, супер-p- (и D-) бран, самосогласованных на квантовом уровне [4–6]. Этим определяется интерес к вопросу о сохранении k-симметрии при переходе от свободных суперсимметричных теорий к теориям со взаимодействием. Модель заряженных суперчастиц во внешнем электромагнитном поле [7] является одной из простейших суперсимметричных схем со взаимодействием. В случае $N = 1$ безмассовых суперчастиц переход к k-симметричной модели со взаимодействием достигается использованием только принципа минимального включения электромагнитных взаимодействий. Важным следствием присутствия k-симметрии в модели со взаимодействием является получение правильных констрайнтов для полей $N = 1$ супермультиплета Максвелла [8].

Совместность принципа минимальности и k-симметрии нарушается, однако, при переходе к $N = 2$ массивным суперчастицам и это, как было указано в [9], требует модификаций расширенных теорий, аналогичных рассмотренным в [10,11] для случая спиновых частиц. Эти модификации, основанные на "перенормировках" массовых параметров, оказались эквивалентными учету аномального магнитного момента (АММ) спиновых частиц в рамках суперполевого описания [12]. При этом не возникло никаких ограничений на величину АММ.

Сходная картина возникает и в рассматриваемом ниже случае $N = 2$ массивных суперчастиц, однако здесь требование k-симметрии будет жестко фиксировать величину АММ суперчастиц.

2. Минимально расширенное действие массивной суперчастицы во внешнем электромагнитном поле имеет вид

$$S^{(e)}_{min} = \int dr \left[\frac{1}{2}\left(\frac{\omega^\mu\omega_\mu}{g} - gm^2\right) + m(\theta^\alpha_i\dot{\theta}^i_\alpha + \bar{\theta}_{\dot{\alpha}i}\dot{\bar{\theta}}^{\dot{\alpha}i})\right] + ie\int dr(\omega^\mu A_\mu + \dot{\theta}^\alpha_i A^i_\alpha + \dot{\bar{\theta}}_{\dot{\alpha}i}\bar{A}^{\dot{\alpha}i}), \tag{1}$$

где $z^\mu(\tau) = (x^\mu(\tau), \theta^\alpha_i(\tau), \bar{\theta}_{\dot{\alpha}i}(\tau))$ – координаты суперчастицы, $\omega^\mu = \dot{x}^\mu + i\theta^\alpha_i\sigma^\mu_{\alpha\dot{\alpha}}\dot{\bar{\theta}}^{\dot{\alpha}i} - -i\dot{\theta}^\alpha_i\sigma^\mu_{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\theta}^{\dot{\alpha}i}, \dot{\theta}^\alpha_i, \dot{\bar{\theta}}_{\dot{\alpha}i}$ – $N = 2$ суперсимметричные формы Картана, $A_M(x, \theta, \bar{\theta}) =$

[1)] e-mail: zheltukhin@kipt.kharkov.ua

$= (A_\mu, A^i_\alpha, \bar{A}_{\dot{\alpha}i})$ – $U(1)$-калибровочные суперполя. Мы принимаем здесь обозначения [8], а также будем часто использовать сокращенную запись для $SO(1,3)$ и $SU(2)$ спинорных индексов $\theta_{\underline{\alpha}} \equiv \theta^i_\alpha$, $\bar{\theta}_{\bar{\alpha}} \equiv \bar{\theta}_{\dot{\alpha}i}$ и т. д. Покажем, что действие (1) не обладает k-симметрией. Доказательство удобно проводить на основе гамильтонова формализма Дирака [13]. Вводя канонические импульсы

$$p_\mu = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}^\mu} = \frac{\omega_\mu}{g} + ieA_\mu, \quad p_g = \frac{\partial L}{\partial \dot{g}} \text{ и } \pi^i_\alpha, \bar{\pi}_{\dot{\alpha}i}, \quad \pi^i_\alpha = \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}^\alpha_i} = -\frac{i\omega_{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\theta}^{\dot{\alpha}i}}{g} -$$

$$-m\theta^i_\alpha + eA_{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\theta}^{\dot{\alpha}i} + ieA^i_\alpha, \quad \bar{\pi}_{\dot{\alpha}i} = \frac{\partial L}{\partial \dot{\bar{\theta}}^{\dot{\alpha}i}} = -\frac{i\theta^\alpha_i \omega_{\alpha\dot{\alpha}}}{g} - m\bar{\theta}_{\dot{\alpha}i} + e\theta^\alpha_i A_{\alpha\dot{\alpha}} + ie\bar{A}^i_{\dot{\alpha}i}, \tag{2}$$

сопряженные грассмановым спинорам θ^α_i и $\bar{\theta}^{\dot{\alpha}i}$, для гамильтониана $H_0 = \dot{x}^\mu p_\mu + \dot{\theta}^\alpha_i \pi^i_\alpha + \dot{\bar{\theta}}_{\dot{\alpha}i}\bar{\pi}^{\dot{\alpha}i} - L$ получим

$$H_0 = \frac{g}{2}[(p^\mu - ieA^\mu)^2 + m^2]. \tag{3}$$

Поскольку из определений (2) следуют первичные связи $p_g \approx 0$ и

$$V^i_\alpha = \pi^i_\alpha + ip_{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\theta}^{\dot{\alpha}i} + m\theta^i_\alpha - ieA^i_\alpha \approx 0, \quad V_{\dot{\alpha}i} = \bar{\pi}_{\dot{\alpha}i} + i\theta^\alpha_i p_{\alpha\dot{\alpha}} + m\bar{\theta}_{\dot{\alpha}i} - ie\bar{A}_{\dot{\alpha}i} \approx 0, \tag{4}$$

гамильтониан H_0 должен быть расширен до полного гамильтониана H, включающего все первичные связи:

$$H = \frac{g}{2}[(p^\mu - ieA^\mu)^2 + m^2] + \lambda^{\underline{\alpha}} V_{\underline{\alpha}} + \bar{\lambda}_{\underline{\dot{\alpha}}}\bar{V}^{\underline{\dot{\alpha}}} + \varphi p_g. \tag{5}$$

Требование сохранения во времени первичных связей ведет к вторичной связи $\chi = (p^\mu - ieA^\mu)^2 + m^2 \approx 0$ и к системе уравнений для множителей Лагранжа $\lambda^{\underline{\alpha}}$ и $\bar{\lambda}_{\underline{\dot{\alpha}}}$:

$$Q_{\underline{\alpha}} + \lambda^{\underline{\beta}} M_{\underline{\beta\alpha}} + \bar{\lambda}^{\underline{\dot{\beta}}} N_{\underline{\alpha\dot{\beta}}} = 0, \quad \bar{Q}_{\underline{\dot{\alpha}}} + \lambda^{\underline{\beta}} N_{\underline{\beta\dot{\alpha}}} + \bar{\lambda}^{\underline{\dot{\beta}}} \bar{M}_{\underline{\dot{\beta}\dot{\alpha}}} = 0, \tag{6}$$

где для удобства введены следующие обозначения:

$$Q_{\underline{\alpha}} = \frac{eg}{2} P^{\dot{\beta}\beta} F_{\beta\dot{\beta},\underline{\alpha}}, \quad \bar{Q}_{\underline{\dot{\alpha}}} = \frac{eg}{2} P^{\dot{\beta}\beta} F_{\beta\dot{\beta},\underline{\dot{\alpha}}}, \quad M_{\underline{\beta\alpha}} = -2im\epsilon_{\underline{\beta\alpha}} - eF_{\underline{\beta\alpha}},$$

$$\bar{M}_{\underline{\dot{\beta}\dot{\alpha}}} = -2im\epsilon_{\underline{\dot{\beta}\dot{\alpha}}} - eF_{\underline{\dot{\beta}\dot{\alpha}}}, \quad N_{\alpha\dot{\alpha}} = 2P_{\underline{\alpha\dot{\alpha}}} - eF_{\underline{\alpha\dot{\alpha}}}, \quad P_{\underline{\alpha\dot{\alpha}}} = p_{\underline{\alpha\dot{\alpha}}} - ieA_{\underline{\alpha\dot{\alpha}}}. \tag{7}$$

Суперполевые напряженности определены в [14]. Для существования k-симметрии ранг системы (6), как и в свободном случае, должен равняться 4. Необходимым и достаточным условием этого является присутствие следующих связей:

$$\bar{Y}_{\underline{\dot{\beta}\dot{\alpha}}} \equiv \bar{M}_{\underline{\dot{\beta}\dot{\alpha}}} - N_{\underline{\alpha\dot{\beta}}} M^{-1\underline{\alpha\beta}} N_{\underline{\beta\dot{\alpha}}} \approx 0, \tag{8}$$

$$\bar{Q}_{\underline{\dot{\alpha}}} - N_{\underline{\beta\dot{\alpha}}} M^{-1\underline{\beta\alpha}} Q_{\underline{\alpha}} \approx 0. \tag{9}$$

Как и в свободном случае, мы предположили существование обратных матриц к M и N. В итоге в системе (6) осталось только 4 независимых уравнения; столько же множителей Лагранжа останутся произвольными после ее решения, что говорит о существовании 4 спинорных связей первого рода. Подставляя решение (6) в гамильтониан (5), находим их в явном виде:

$$V^{(1)}_{\underline{\alpha}} = V_\alpha - N_{\underline{\alpha\dot{\beta}}} \bar{M}^{-1\underline{\dot{\beta}\dot{\alpha}}} \bar{V}_{\underline{\dot{\alpha}}} \approx 0. \tag{10}$$

Можно показать, что скобка Пуассона (СП) связей (10) имеет структуру полинома второй степени $Y_{\underline{\alpha\beta}}$ по степеням $P_{\underline{\alpha\dot{\alpha}}}$:

$$\{V_{\underline{\alpha}}^{(1)}, V_{\underline{\beta}}^{(1)}\} = Y_{\underline{\alpha\beta}} \equiv a_{\underline{\alpha\beta}} + b^{\underline{\dot{\lambda}}}_{(\underline{\alpha}} P_{\underline{\beta}) \underline{\dot{\lambda}}} + c^{\underline{\dot{\lambda}\dot{p}}} P_{\underline{\alpha\dot{\lambda}}} P_{\underline{\beta\dot{p}}} \tag{8'}$$

со структурными функциями a, b и c, зависящими от спинорных компонент суперполевых напряженностей F_{MN}. Поскольку СП связей первого рода $V_{\alpha}^{(1)}$ обязана замыкаться на связи, находим, что полином $Y_{\underline{\alpha\beta}}$ должен рассматриваться как новая дополнительная связь $Y_{\underline{\alpha\beta}} = 0$. Вычисление СП связей $V_{\underline{\alpha}}^{(1)}$ со связями $Y_{\underline{\beta\gamma}}$ приводит к полиному третьей степени $Y_{\underline{\alpha\beta\gamma}}$ по импульсам $P_{\underline{\alpha\dot{\alpha}}}$

$$\{V_{\underline{\alpha}}^{(1)}, Y_{\underline{\beta\gamma}}\} = Y_{\underline{\alpha\beta\gamma}} \equiv a_{\underline{\alpha\beta\gamma}} + \sum_{(\underline{\alpha\beta\gamma})} (b^{\underline{\dot{\lambda}}}_{\underline{\alpha\beta}} P_{\underline{\gamma\dot{\lambda}}} + c^{\underline{\dot{\lambda}\dot{p}}}_{\underline{\alpha}} P_{\underline{\beta\dot{\lambda}}} P_{\underline{\gamma\dot{p}}}) + d^{\underline{\dot{\lambda}\dot{p}\dot{\delta}}} P_{\underline{\alpha\dot{\lambda}}} P_{\underline{\beta\dot{p}}} P_{\underline{\gamma\dot{\delta}}}$$

со структурными функциями a, b, c, d, зависящими от суперполевых напряженностей и их производных. Анализ показывает, что полином $Y_{\alpha\beta\gamma}$ не сводится к ранее полученным связям и должен объявляться новой дополнительной связью, удовлетворяющей условиям непротиворечивости. Продолжая описанный процесс проверки получающихся связей на непротиворечивость, мы придем к бесконечной последовательности новых связей, являющихся полиномами сколь угодно высокой степени по $P_{\alpha\dot{\alpha}}$. Проведенный анализ не позволяет сделать вывод о сводимости получающегося бесконечного набора связей к какому-либо конечному набору линейно-независимых связей.

Возможностью избежать неконтролируемого размножения связей является тождественное выполнение (для любых P) связи какого-либо этапа. Поскольку коэффициенты при степенях $P_{\alpha\dot{\alpha}}$ построены из суперполевых напряженностей и их производных, данная возможность фактически означает ограничение на полевые конфигурации. Тождественное выполнение связи n-го этапа привело бы к тождественному выполнению связей всех последующих этапов. Нам, однако, не удалось реализовать эту программу для любых n в силу громоздкости получаемых выражений. Проведенный анализ первых двух шагов показал, что тождественное выполнение связей $Y_{\underline{\beta\gamma}}$ и $Y_{\underline{\alpha\beta\gamma}}$ ведет к слишком сильным ограничениям на $N = 2$ физические суперполя W и $\overline{W}$ [14]: $W = \text{const}$, $\overline{W} = \overline{\text{const}}$. По-видимому, это же имеет место и на последующих этапах.

Проведенный нами анализ показывает невозможность существования спинорных связей первого рода и, как следствие, k-симметрии в рамках конечной алгебры связей. Мы приходим к выводу о недостаточности использования только принципа минимальности для построения k-инвариантного действия $N = 2$ суперчастицы.

3. Сохранение k-инвариантности при включении взаимодействия с электромагнитным полем требует введения неминимальных членов. Для частиц, обладающих кроме заряда e, еще и АММ μ, имеется возможность ввести такие члены, не нарушив при этом минимальную схему взаимодействий, обусловленных зарядом e. Учитывая размерность АММ $[\mu] = L$ (в системе $c = \hbar = 1$), можно построить безразмерные калибровочно-инвариантные скаляры $\mu F^{\underline{\alpha}}_{\underline{\alpha}}$ и $\mu F^{\underline{\dot{\alpha}}}_{\underline{\dot{\alpha}}}$, линейные по напряженностям. Аналогичные соображения использовались в [15] для введения неминимальных членов посредством удлинения связности. Тогда действие для суперчастицы с зарядом

e и АММ μ можно записать в виде

$$S^{(e,\mu)} = -m\int d\tau\sqrt{-F\omega^\mu\omega_\mu} + m\int d\tau(\theta^{\underline{\alpha}}\dot\theta_{\underline{\alpha}} + \bar\theta_{\underline{\dot\alpha}}\dot\theta^{\underline{\dot\alpha}}) + ie\int d\tau(\omega^\mu A_\mu + \dot\theta^{\underline{\alpha}}A_{\underline{\alpha}} + \dot\theta_{\underline{\dot\alpha}}\bar A^{\underline{\dot\alpha}}),$$

$$F = (1 - \frac{i\mu}{4}F^{\underline{\alpha}}_{\underline{\alpha}})(1 - \frac{i\mu}{4}F^{\underline{\dot\alpha}}_{\underline{\dot\alpha}}). \tag{11}$$

Модификация кинетического члена суперчастиц, достигаемая посредством замены массового параметра m в первом члене на полевую функцию $m^* \equiv (m^2F)^{1/2}$, по построению является калибровочно инвариантной и суперсимметричной процедурой. Однако аналогичная процедура с параметром m во втором члене привела бы к нарушению глобальной суперсимметрии. Введением айнбейна g на мировой линии лагранжиан суперчастицы в (11) можно представить в форме

$$L^{(e,\mu)} = \frac{1}{2}\left(\frac{F\omega^2}{g} - gm^2\right) + m(\theta^{\underline{\alpha}}\dot\theta_{\underline{\alpha}} + \bar\theta_{\underline{\dot\alpha}}\dot\theta^{\underline{\dot\alpha}}) + ie(\omega^\mu A_\mu + \dot\theta^{\underline{\alpha}}A_{\underline{\alpha}} + \dot\theta_{\underline{\dot\alpha}}\bar A^{\underline{\dot\alpha}}). \tag{12}$$

Определяя, как и в п.2, импульсы

$$p_\mu = \frac{\partial L}{\partial\dot x^\mu} = \frac{F\pi_\mu}{g} = ieA_\mu \quad p_g = \frac{\partial L}{\partial\dot g} = 0 \;\text{ и }\; \pi^i_\alpha = \frac{\partial L}{\partial\theta^\alpha_i} = -\frac{iF}{g}\omega_{\alpha\dot\alpha}\bar\theta^{\alpha i} -$$

$$-m\theta^i_\alpha + eA_{\alpha\dot\alpha}\bar\theta^{\dot\alpha i} + ieA^i_\alpha, \quad \bar\pi_{\dot\alpha i} = \frac{\partial L}{\partial\bar\theta^{\dot\alpha i}} = -\frac{iF}{g}\theta^\alpha_i\omega_{\alpha\dot\alpha} - m\bar\theta_{\dot\alpha i} + e\theta^\alpha_i A_{\alpha\dot\alpha} + ie\bar A_{\dot\alpha i} \tag{13}$$

для гамильтониана

$$H_0 = \frac{g}{2F}[(p^\mu - ieA^\mu)^2 + m^{*2}], \tag{14}$$

получим первичные связи $p_g \approx 0$ и

$$V^i_\alpha = \pi^i_\alpha + ip_{\alpha\dot\alpha}\bar\theta^{\dot\alpha i} + m\theta^i_\alpha - ieA^i_\alpha \approx 0, \quad \bar V_{\dot\alpha i} = \bar\pi_{\dot\alpha i} + ip_{\alpha\dot\alpha}\theta^\alpha_i + m\bar\theta_{\dot\alpha i} - ie\bar A_{\dot\alpha i} \approx 0. \tag{15}$$

Полный гамильтониан равен

$$H = H_0 + \lambda^{\underline{\alpha}}V_{\underline{\alpha}} + \bar\lambda_{\underline{\dot\alpha}}\bar V^{\underline{\dot\alpha}} + \varphi p_g. \tag{16}$$

Отметим, что первичные связи, в отличие от гамильтонианов H и H_0, оказались "нечувствительными" к неминимальным членам. Как и в п.2, из условия сохранения во времени первичных связей мы получаем вторичную связь $\chi = P^2 + m^{*@} \approx 0$, а также систему уравнений для множителей Лагранжа, совпадающую по виду с (6), только теперь

$$Q_{\underline{\alpha}} = \frac{eg}{2F}P^{\dot\beta\beta}F_{\beta\dot\beta,\underline{\alpha}} + \frac{igm^2}{2F}D_{\underline{\alpha}}F, \quad Q_{\underline{\dot\alpha}} = \frac{eg}{2F}P^{\beta\dot\beta}F_{\beta\dot\beta,\underline{\dot\alpha}} + \frac{igm^2}{2F}\bar D_{\underline{\dot\alpha}}F.$$

Необходимым и достаточным условием уменьшения ранга вдвое является присутствие связей (8), (9). Спинорные связи первого рода, возникающие при подстановке в гамильтониан (16) решения системы (6), имеют в точности вид (10). Поэтому, повторяя рассуждения п.2, можем сказать, что возможностью избежать бесконечной алгебры связей является тождественное выполнение $Y_{\underline{\alpha\beta}} = M_{\underline{\alpha\beta}} - N_{\underline{\alpha\dot\alpha}}\bar M^{-1\underline{\dot\alpha\dot\beta}}N_{\underline{\beta\dot\beta}} \approx 0$. Нам будет удобно разложить суперполевые напряженности, входящие в $Y_{\underline{\alpha\beta}}$ по генераторам $SU(2)$:

$$F_{\underline{\alpha\beta}} = -\epsilon_{\underline{\alpha\beta}}\bar W + \tau^{ij}_a\bar F^a_{\alpha\beta}, \quad F_{\underline{\dot\alpha\dot\beta}} = \epsilon_{\underline{\dot\alpha\dot\beta}}W + \tau_{aij}\tilde F^a_{\dot\alpha\dot\beta}, \quad F_{\underline{\alpha\dot\alpha}} = v_{\underline{\alpha\dot\alpha}} + \tau^i_{aj}\tilde F^a_{\alpha\dot\alpha}. \tag{17}$$

Теперь легко найти $\bar{M}^{-1}$:

$$\bar{M}^{-1\underline{\beta}\underline{\dot\alpha}} = \frac{i}{2(m - ieW/2)} \left\{ \epsilon^{\underline{\dot\beta}\underline{\dot\alpha}} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{ie}{2(m - ieW/2)} \right]^n \tilde{F}^{\underline{\dot\beta}\underline{\dot\alpha}_1} \tilde{F}_{\underline{\dot\alpha}_1\underline{\dot\alpha}_2} ... \tilde{F}^{\underline{\dot\alpha}_{n-1}\underline{\dot\alpha}_n} \right\}. \quad (18)$$

Подставляя (17), (18) в (8′) и приравнивая нулю коэффициенты при разных степенях $p_{\alpha\dot\alpha}$, находим:

квадратичный член

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{ie}{2(m - ieW/2)} \right]^n \tilde{F}^{\underline{\dot\beta}\underline{\dot\alpha}_1} ... \tilde{F}^{\underline{\dot\alpha}_{n-1}\underline{\dot\alpha}_n} = 0 \Rightarrow \tilde{F}^{\underline{\dot\beta}\underline{\dot\alpha}} = 0; \quad (19)$$

линейный член

$$F_{\underline{\alpha}\underline{\dot\beta}} = 0; \quad (20)$$

свободный член

$$-2i(m + ie\bar{W}/2)\epsilon_{\underline{\alpha}\underline{\beta}} + \frac{2im^2 F \epsilon_{\underline{\alpha}\underline{\beta}}}{m - ieW/2} - e\bar{F}_{\underline{\alpha}\underline{\beta}} = 0.$$

В силу линейной независимости τ матриц имеем

$$\bar{F}_{\underline{\alpha}\underline{\beta}} = 0, \quad (m + ie\bar{W}/2)(m - ieW/2) = (m + im\mu\bar{W})(m + im\mu W). \quad (21)$$

Подстановка связей (19), (20) и $\bar{F}_{\underline{\alpha}\underline{\beta}} = 0$ в тождества Бьянки для суперполевых напряженностей приводит к стандартным связям на $N = 2$ физические суперполя $\bar{D}_{\dot\alpha} W = D_{\alpha} \bar{W} = 0$,, $D^{ij} W - \bar{D}^{ij} \bar{W} = 0$. Уравнение (21) можно записать в виде $(m\mu - e/2)[im(W - \bar{W}) - (m\mu + e/2)W\bar{W}] = 0$. Обращение в нуль второй скобки, учитывая киральность $W(\bar{W})$, ведет к уничтожению физических степеней свободы $W = \mathrm{const}$, $\bar{W} = \overline{\mathrm{const}}$. В то же время фиксация величины АММ $\mu = e/2m$ не накладывает дополнительных ограничений на $W(\bar{W})$.

Таким образом, в отличие от чисто минимального случая возможно существование спинорных связей первого рода (и k-симметрии) в рамках конечного числа, связей, но при полевых конфигурациях (19) – (21). Нетривиальным является тот факт, что полученных связей достаточно для выделения $N = 2$ супермультиплета Максвелла и при этом еще фиксируется величина АММ μ. С учетом сказанного лагранжиан (12) и спинорные связи (10) записываются в виде

$$L^{(e,\mu(e))} = \frac{1}{2} \left[\frac{(m - ieW/2)(m + ie\bar{W}/2)\omega^2}{g} - gm^2 \right] +$$

$$+m \left(\theta^{\underline{\alpha}} \dot\theta_{\underline{\alpha}} + \bar\theta_{\underline{\dot\alpha}} \dot{\bar\theta}^{\underline{\dot\alpha}} \right) + ie \left(\omega^{\mu} A_{\mu} + \dot{\bar\theta}_{\underline{\dot\alpha}} \bar{A}^{\underline{\dot\alpha}} + \dot\theta^{\underline{\alpha}} A_{\underline{\alpha}} \right), \quad (22)$$

$$V^{(1)}_{\underline{\alpha}} = V_{\underline{\alpha}} - \frac{iP_{\underline{\alpha}\underline{\dot\beta}} \bar{V}^{\underline{\dot\beta}}}{(m - ieW/2)}; \quad V^{(1)}_{\underline{\dot\alpha}} = V_{\underline{\dot\alpha}} - \frac{iP_{\underline{\beta}\underline{\dot\alpha}} V^{\underline{\beta}}}{(m + ieW/2)}, \quad (23)$$

причем только четыре связи независимы, поскольку $iP^{\underline{\dot\alpha}\underline{\alpha}} V^{(1)}_{\underline{\alpha}} / (m + ieW/2) \approx \bar{V}^{\underline{\dot\alpha}(1)}$. Полный гамильтониан H получается подстановкой в (16) решений системы (6) и учетом связей (19) - (21). Входящие в H связи первого рода, отвечающие репараметризационной и k-симметриям действия (11), оказываются $SU(2)$-инвариантными.

Можно показать, что $SU(2)$-инвариантность оригинальной репараметризационной связи T восстанавливается добавлением к ней комбинации спинорных связей одновременно с переопределением множителей Лагранжа λ_1^α и $\bar\lambda_{\dot\alpha 2}$. При этом новая связь T получает нулевые СП со всеми остальными связями. С учетом отмеченных модификаций искомый полный гамильтониан H принимает вид

$$H = \frac{g}{2F}\left[(P^2 + m^{*2}) - \frac{ie}{4}D^{\underline{\alpha}}WV_{\underline{\alpha}} + \frac{ie}{4}\bar D_{\underline{\dot\alpha}}\bar W\bar V^{\underline{\dot\alpha}}\right] + \lambda_1^\alpha V_\alpha^{(1)1} + \bar\lambda_{\dot\alpha 2}\bar V^{(1)\dot\alpha 2} \approx 0. \quad (24)$$

Действие (11) с учетом условий (19) – (21) и $\mu = e/2m$ оказывается инвариантным относительно следующих преобразований k-симметрии с локальным параметром $(k_\beta^i(\tau), k^{\beta j}(\tau))$:

$$\begin{pmatrix} \delta\theta_\alpha^i \\ \delta\bar\theta^{\dot\alpha i} \end{pmatrix} = P_{\rm I}\begin{pmatrix} k_\beta^j(\tau) \\ \bar k^{\beta j}(\tau) \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} k_\alpha^i - \dfrac{im^*\omega_{\alpha\dot\beta}\bar k^{\dot\beta i}}{\sqrt{-\omega^2}(m + ie\bar W/2)} \\ k^{\dot\alpha i} + \dfrac{im^*\omega^{\dot\alpha\beta}k_\beta^i}{\sqrt{-\omega^2}(m - ie\bar W/2)} \end{pmatrix}, \quad (25)$$

$$\delta x^\mu = -i\theta_i\sigma^\mu\delta\bar\theta^i + i\delta\theta_i\sigma^\mu\bar\theta^i,$$

где

$$P_{\rm I} = \frac{1}{2}\delta_j^i\begin{pmatrix} \delta_\alpha^\beta & \dfrac{-im^*\omega_{\alpha\dot\beta}}{\sqrt{-\omega^2}(m + ie\bar W/2)} \\ \dfrac{im^*\omega^{\dot\alpha\beta}}{\sqrt{-\omega^2}(m - ieW/2)} & \delta_{\dot\beta}^{\dot\alpha} \end{pmatrix}. \quad (26)$$

Матрица $P_{\rm I}$ является проектором и может быть использована для ковариантного разделения первичных связей по родам [16]:

$$\begin{pmatrix} V_\alpha^{(1)i} \\ \bar V^{(1)\dot\alpha i} \end{pmatrix} = P_{\rm I}\begin{pmatrix} V_\beta^j \\ \bar V^{\dot\beta j} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} V_\alpha^{(2)i} \\ \bar V^{(2)\dot\alpha i} \end{pmatrix} = P_{\rm II}\begin{pmatrix} V_\beta^j \\ \bar V^{\dot\beta j} \end{pmatrix}, \quad (27)$$

где

$$P_{\rm I} = \frac{1}{2}\delta_j^i\begin{pmatrix} \delta_\alpha^\beta & \dfrac{-iP_{\alpha\dot\beta}}{m - ieW/2}\sqrt{\dfrac{m^{*2}}{-P^2}} \\ \dfrac{iP_{\dot\alpha\beta}}{m + ieW/2}\sqrt{\dfrac{m^{*2}}{-P^2}} & \delta_{\dot\beta}^{\dot\alpha} \end{pmatrix},$$

$$(28)$$

$$P_{\rm II} = \frac{1}{2}\delta_j^i\begin{pmatrix} \delta_\alpha^\beta & \dfrac{iP_{\alpha\dot\beta}}{m - ieW/2}\sqrt{\dfrac{m^{*2}}{-P^2}} \\ \dfrac{-iP_{\dot\alpha\beta}}{m + ieW/2}\sqrt{\dfrac{m^{*2}}{-P^2}} & \delta_{\dot\beta}^{\dot\alpha} \end{pmatrix},$$

удовлетворяют соотношениям $P_{\rm I,II}^2 = P_{\rm I,II}$, $P_{\rm I}P_{\rm II} = P_{\rm II}P_{\rm I}$. Платой за поддержание ковариантности является линейная зависимость связей (27):

$$V_\alpha^{(1)i}\frac{iP^{\dot\alpha\beta}}{m + ieW/2}\sqrt{\frac{m^{*2}}{-P^2}} = \bar V^{(1)\dot\beta i}, \quad \frac{-iP^{\dot\beta\alpha}}{m + ieW/2}\sqrt{\frac{m^{*2}}{-P^2}}V_\alpha^{(2)i} = \bar V^{(2)\dot\beta i}.$$

Алгебра СП спинорных связей первого рода может быть представлена в следующем виде: $\{X^{(1)}, Z\} = C(W, \bar{W}, P_\mu)\chi$, $\{\chi, \chi\} = 0$, где $X^{(1)} = (V^{(1)}_{\underline{\alpha}}, \bar{V}^{(1)}_{\dot{\underline{\alpha}}})$, $Z = (V^{(1)}_{\underline{\alpha}}, \bar{V}^{(1)}_{\dot{\underline{\alpha}}}), V_{\underline{\alpha}}, \bar{V}_{\dot{\underline{\alpha}}}, \chi)$. Указанные СП дополняются СП репараметризационной связи первого рода T, которые имеют вид $\{T, Z\} = 0$. Обратим внимание, что алгебра спинорных связей первого рода замыкается на бозонную связь второго рода χ.

Покажем теперь, что введенная в лагранжиан (12) константа взаимодействия μ действительно имеет смысл АММ частицы. Для этого рассмотрим в (12) член $\frac{i\mu}{2g}\omega^\mu\omega_\mu(\bar{W} - W)$. В компонентном разложении кирального суперполя W выделим фотонное слагаемое $W = ... - 2i\theta_i\sigma^{\mu\nu}\theta^i_{\mu\nu} + ...$ и подставим его в (12). В результате, переходя к биспинорам

$$\Psi^i = \begin{pmatrix} (-i\omega^2/g)^{1/2}\theta^i_\alpha \\ (i\omega^2/g)^{1/2}\bar{\theta}^{\dot{\alpha} i} \end{pmatrix}$$

и вводя оператор спина $\Sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{4}[\gamma^\mu, \gamma^\mu]$ (γ-матрицы взяты в вейлевском базисе), получим

$$\frac{i\mu}{2g}\omega^\mu\omega_\mu(\bar{W} - W)\Big|_{\text{фотон}} = \mu\Psi_i\Sigma^{\mu\nu}\Psi^i v_{\mu\nu}(x) + \text{высшие поправки}). \qquad (29)$$

Формула (29) является стандартным паулиевским членом, что позволяет интерпретировать μ как АММ частицы. Таким образом, показано, что нарушение k-симметрии, возникающие при минимальном включении электромагнитных взаимодействий в $N = 2$ суперсимметричной электродинамике заряженных суперчастиц, восстанавливается учетом их АММ.

Эта работа частично поддержана грантом INTAS 93-127-ext и грантами ДФФД Украины Ф4/1751 по направлению Фундаментальные исследования и 2.5.1/54 по направлению Высокие энергии.

1. J.A.de Azcárraga and J.Lukiersky, Phys. Lett. **113B**, 170 (1982); Phys. Rev. **D28**, 1337 (1983).
2. W.Siegel, Phys. Lett. **128B**, 397 (1983).
3. М.Грин, Дж.Шварц, Э.Виттен, *Теория суперструн*, М.: Мир, 1990, т.1.
4. M.J.Duff, R.R.Khuri, and J.X.Lu, Phys. Rep. **259**, 213 (1995).
5. E.Bergshoeff, E.Sezgin, and P.K.Townsend, Ann. Phys. **199**, 340 (1989).
6. P.K.Townsed, Four lectures on M-theory, hep-th/9612121.
7. J.A.Shapiro and C.C.Taylor, Phys. Rep. **191**, 221 (1990); Г.В.Григорян, Р.П.Григорян, В.И.Тютин, ТМФ **111**, 389 (1997).
8. Ю.Весс, Дж.Бергер, *Суперсимметрия и супергравитация*, М: Мир, 1986.
9. L.Lusanna and B.Milevski, Nucl. Phys. **B247**, 396 (1984).
10. A.Barducci, Phys. Lett. **118B**, 112 (1982).
11. A.Barducci, R.Casalbuoni, and L.Lusanna, Nuovo Cim. **35A**, 377 (1976).
12. А.А.Желтухин, ТМФ **65**, 151 (1985).
13. П.А.М.Дирак, *Принципы кватовой механики*, М.: Наука, 1979.
14. П.Уэст, *Введение в суперсимметрию и супергравитацию*, М.: Мир, 1989.
15. А.А.Желтуин, В.В.Тугай, Письма в ЖЭТФ **61**, 532 (1995); ЯФ **61**, 325 (1998); hep-th/9706114.
16. J.M.Evans, preprint OUTP-89-41P, 1989.