

## ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД В ЖИДКОМ $^3\text{He}$ В АЭРОГЕЛЕ ПРИ НУЛЕВОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ

*В.П.Минеев*

*Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН  
117940 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 21 октября 1997 г.

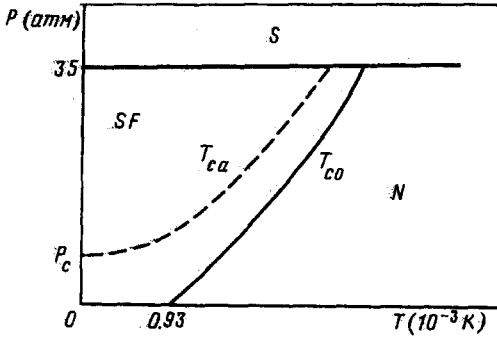
Для сверхтекучего фазового перехода жидкого  $^3\text{He}$  в аэрогеле при  $T = 0$  найдено разложение термодинамического потенциала по степеням параметра порядка. Вычислен скачок сжимаемости (скорости звука), являющийся аналогом скачка теплоемкости для температурных фазовых переходов II-го рода. Прделана оценка величины критических квантовых флуктуаций (нулевых колебаний) параметра порядка.

PACS: 05.70.Fh, 67.57.Bc

Аэрогель представляет собой объемную сеть, состоящую из случайно расположенных нитей и пластин  $\text{SiO}_2$  толщиной в 20 – 30 Å и средним расстоянием между ними в несколько сотен ангстрем. Объем самой сети составляет около 2% объема занимаемого ею пространства, остальная часть которого заполняется жидким гелием. Методами крутильных колебаний [1] и ядерного магнитного резонанса [2, 3] установлено, что температура перехода в сверхтекучее состояние и плотность сверхтекучей компоненты  $^3\text{He}$  в аэрогеле оказываются заметно меньше, чем в обычном сосуде. Эти эффекты связаны с рассеянием квазичастиц на поверхности, подавляющим куперовское спаривание в  $p$ -состоянии [4], имеющее место в сверхтекучих фазах  $^3\text{He}$ . Распаривающее действие поверхности проявляется, так как сверхтекучая длина когерентности (200-800 Å в зависимости от давления) сравнима с длиной свободного пробега возбуждений, то есть средним размером пор в аэрогеле.

В отличие от  $^3\text{He}$  в свободной геометрии, который при  $T = 0$  пребывает в сверхтекучем состоянии при всех давлениях от нулевого до давления кристаллизации ( $P_m \approx 35$  атм), в некоторых образцах аэрогеля влияние поверхности настолько сильно, что при низких давлениях фазового перехода в сверхтекучее состояние не происходит вовсе, и жидкий гелий остается нормальным вплоть до абсолютного нуля температуры. Сверхтекучесть гелия в аэрогеле появляется только при давлениях выше некоторого критического (около 6,5 атм в экспериментах группы из Корнеллского университета [5, 6], см. рисунок). Таким образом, при  $T = 0$  в  $^3\text{He}$  в аэрогеле при изменении плотности происходит непрерывный фазовый переход – смена основного состояния жидкости. Теоретическое описание этого перехода составляет предмет настоящей работы.

В работе найдено разложение термодинамического потенциала по степеням параметра порядка и вычислен скачок сжимаемости (скорости звука), являющийся аналогом скачка теплоемкости для температурных фазовых переходов II-го рода. Показано, что величина скачка скорости звука  $\Delta c_{P=P_c}$  при фазовом переходе в гелии в аэрогеле выражается через производную критической температуры  $(\partial T_c / \partial P)_{P=P_c}$  при фазовом переходе гелия в свободной геометрии.



Фазовая диаграмма  ${}^3\text{He}$ .  $S$ ,  $N$ ,  $SF$  – области, занимаемые твердым, нормальным жидким и сверхтекучим гелием, соответственно.  $T_{c0}$  (сплошная) и  $T_{ca}$  (штриховая) – линии фазового перехода в сверхтекучее состояние гелия в свободной геометрии и в аэрогеле

Сам по себе фазовый переход при  $T = 0$  не более квантовое явление, чем обычный фазовый переход в сверхтекучее состояние при конечной температуре. Причина и того и другого – перестройка основного состояния жидкости в результате куперовского спаривания, разрушаемого в одном случае сбоем когерентности за счет теплового движения квазичастиц, в другом – за счет их рассеяния на поверхности. Существенное отличие фазового перехода при  $T = 0$  состоит, однако, в том, что критические флуктуации (нулевые колебания параметра порядка) имеют не тепловое, а квантовое происхождение. По этой причине аналитические зависимости флуктуационных поправок от параметра близости к переходу  $(P_c - P)/P$  оказываются иными, чем соответствующие зависимости от  $(T - T_c)/T_c$  при фазовом переходе при конечной температуре.

При низких давлениях фазовый переход  ${}^3\text{He}$  в сверхтекучее состояние хорошо описывается в приближении слабой связи. Влияние поверхности аэрогеля будем учитывать в рамках простейшей модели изотропного борновского рассеяния на примесях, однородно распределенных по объему жидкости. В указанных предположениях задача о влиянии примесей на сверхтекучее состояние с  $p$ -спариванием рассмотрена в работах [4, 7]. В препринте [7] показано, что так же, как в чистом  ${}^3\text{He}$ , и при наличии примесей в рамках приближения слабой связи наиболее энергетически выгодной является  $B$ -фаза с параметром порядка

$$d_\alpha(\mathbf{k}) = \Delta(T) R_{\alpha i} \hat{k}_i e^{i\varphi}. \quad (1)$$

Здесь  $\Delta(T)$  – модуль параметра порядка,  $R_{\alpha i}$  – матрица трехмерных вращений,  $e^{i\varphi}$  – фазовый множитель. Используя этот результат, мы не будем решать общую задачу о  $p$ -спаривании в жидком гелии с примесями при  $T = 0$ , а рассмотрим фазовый переход из нормальной ферми-жидкости в  $B$ -фазу, то есть найдем разложение термодинамического потенциала по степеням модуля параметра порядка  $\Delta(T)$ . Согласно [4], уравнение для определения  $\Delta$  выглядит следующим образом:

$$1 = \pi N_0 g \sum_{\omega_n} \frac{1}{\sqrt{\tilde{\omega}_n^2 + \Delta^2}}, \quad (2)$$

где  $N_0$  – плотность состояний,  $g$  – константа взаимодействия, а величина  $\tilde{\omega}_n$  должна быть найдена из уравнения

$$\tilde{\omega}_n = \omega_n + \frac{\tilde{\omega}_n}{2\tau\sqrt{\tilde{\omega}_n^2 + \Delta^2}}. \quad (3)$$

Здесь  $\omega_0 = \pi T(2n+1)$  – мацубаровская частота,  $\tau$  – время рассеяния на примесях (напомним, что мы работаем в борновском приближении при учете только  $s$ -рассеяния). Производя разложение (3) по степеням  $\Delta / (\omega_n + \text{sign}\omega_n/2\tau)$ , подставляя результат в (2) и вновь производя разложение с точностью до второго порядка по  $\Delta$ , в пределе  $T \ll 1/4\pi\tau$ , приходим к выражению

$$\ln \frac{T_{c0}}{T} = \psi\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4\pi\tau T}\right) - \psi\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{\tau^2\Delta^2}{3}, \quad (4)$$

которое без учета последнего члена совпадает с уравнением для определения критической температуры, найденным в [4]. Здесь  $\psi(x)$  – логарифмическая производная  $\Gamma$ -функции Эйлера,  $T_{c0} = T_{c0}(P)$  – критическая температура перехода в сверхтекучее состояние в гелии без примесей. Для каждого давления  $P$  уравнение (4) позволяет установить критическую концентрацию примесей (время свободного пробега), при которой температура перехода в сверхтекучее состояние обращается в нуль:

$$\tau = \frac{\pi}{\gamma} T_{c0}(P). \quad (5)$$

Здесь  $\ln \gamma = C \approx 0,577$  – постоянная Эйлера.

Критическая температура в чистом гелии увеличивается с ростом давления. Пусть концентрация примесей такова, что температура перехода в сверхтекучее состояние конечна при давлениях выше некоторого критического значения  $P_c$  и обращается в нуль в точке  $P = P_c$ , где имеет место равенство (5). Тогда при  $T \rightarrow 0$ , вычитая друг из друга уравнения (4) при  $P > P_c$ , где  $\Delta \neq 0$ , и в точке  $P = P_c$ , где  $\Delta = 0$ , получим

$$\ln \frac{T_{c0}(P)}{T_{c0}(P_c)} = \frac{\tau^2\Delta^2}{3}. \quad (6)$$

Таким образом, модуль параметра порядка в сверхтекучей фазе при  $T = 0$  вблизи перехода ( $P \geq P_c$ ) есть

$$\Delta^2 = \frac{3}{\tau^2} \left. \frac{\partial \ln T_{c0}(P)}{\partial P} \right|_{P=P_c} (P - P_c). \quad (7)$$

Следуя обычной процедуре (см. [8]), восстанавливаем отсюда разложение термодинамического потенциала по степеням параметра порядка при нулевой температуре:

$$\Phi_s - \Phi_N = VN_0 \left( \left. \frac{\partial \ln T_{c0}(P)}{\partial P} \right|_{P=P_c} (P_c - P)\Delta^2 + \frac{\tau^2}{6}\Delta^4 \right). \quad (8)$$

Здесь  $V$  – объем гелия. Подобное разложение термодинамического потенциала при нулевой температуре ( $T \ll 1/\tau$ ) имеет место в сверхпроводниках II-го рода вблизи верхнего критического поля ( $H \leq H_{c2}$ ) [9].

Минимизация (8) по  $\Delta$  дает (7), так что равновесное значение  $\Phi_s - \Phi_N$  есть

$$\Phi_s - \Phi_N = -\frac{3}{2} V N_0 \frac{\pi^2}{\gamma^2} \left( \frac{\partial T_{c0}}{\partial P} \right)_{P=P_c}^2 (P - P_c)^2. \quad (9)$$

Дифференцируя (9), находим скачок удельной сжимаемости:

$$\frac{1}{V} \frac{\partial^2 (\Phi_s - \Phi_N)}{\partial P^2} = -\frac{3\pi^2}{\gamma^2} N_0 \left( \frac{\partial T_{c0}(P)}{\partial P} \right)_{P=P_c}^2, \quad (10)$$

который формально можно переписать как скачок скорости звука

$$\frac{\Delta c}{c} = \frac{c_s - c_N}{c_N} = \frac{3}{2} \frac{\pi^2}{\gamma^2} N_0 \rho c_N^2 \left( \frac{\partial T_{c0}(P)}{\partial P} \right)_{P=P_c}^2. \quad (11)$$

Здесь  $\rho$  – плотность жидкости. Таким образом, скачок скорости звука при сверхтекучем фазовом переходе при  $T = 0$  гелия в аэрогеле выражается через производную критической температуры по давлению в чистом гелии в свободной геометрии. Используя данные, приведенные в обзоре [10], получим оценку для величины  $\Delta c/c \sim 10^{-5}$ . Здесь следует отметить, что распространение обычного гидродинамического звука в гелии в аэрогеле невозможно. Формула (11) представляет оценку величины скачка высокочастотного звука.

Согласно общим представлениям теории фазовых переходов II-го рода [11], необходимо сравнить результат (10), полученный в приближении самосогласованного поля, с флуктуационным вкладом, возникающим из-за нулевых колебаний параметра порядка при  $T = 0$ . Задача о пространственно однородных флуктуациях в сверхтекучем  $^3\text{He}$  в ограниченной геометрии решена в работе [12]. Нам нужно решить задачу о пространственно неоднородных флуктуациях параметра порядка в нормальной фазе вблизи точки перехода  $P = P_c$ . Ввиду того, что в общем случае параметр порядка в сверхтекучей жидкости с  $p$ -спариванием задается матрицей  $A_{\alpha i}$  (матрица  $3 \times 3$ , зависящая от 18 вещественных переменных), количественное описание квантовых флуктуаций даже в модели с однородным распределением случайно расположенных примесей весьма сложно. Определенную специфику вносят также флуктуации спонтанного орбитального (и спинового) момента жидкости, порождающие линейные по временной производной слагаемые в кинетической энергии жидкости [13]. Здесь мы ограничимся оценкой флуктуационных эффектов, предполагая, что флуктуирует лишь комплексная амплитуда параметра порядка  $A = \Delta e^{i\varphi}$  (см. (1)).

Квадратичный по параметру порядка вклад в флуктуационную энергию имеет вид

$$F = N_0 \int dV \left\{ a\tau^2 \left| \frac{\partial A}{\partial t} \right|^2 + \alpha |A|^2 + b v_F^2 \tau^2 |\nabla A|^2 \right\}. \quad (12)$$

Здесь  $a$  и  $b$  – численные постоянные,

$$\alpha = \alpha_0 (P_c - P) = \left. \frac{\partial \ln T_{c0}(P)}{\partial P} \right|_{P=P_c} (P_c - P),$$

$v_F$  – фермиевская скорость. Градиентные члены в (12) нетрудно получить, выполняя интегрирование при  $T \rightarrow 0$ , из формул для коэффициентов в градиентной энергии, приведенных в работе [7]. Переход к фурье-представлению

$$A(\mathbf{r}, t) = \sum_k e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} A_k(t)$$

позволяет записать энергию (12) как сумму гамильтонианов гармонических осцилляторов

$$H = \frac{1}{2} \sum_k (P_k^2 + \omega_k^2 Q_k^2), \quad (13)$$

где

$$P_k = -i\omega_k \sqrt{N_0 a \tau^2} (A_k - A_k^*),$$

$$Q_k = \sqrt{N_0 a \tau^2} (A_k + A_k^*),$$

$$\omega_k = \left( \frac{\alpha + b v_F^2 \tau^2 k^2}{a \tau^2} \right)^{1/2}.$$

Энергия нулевых колебаний параметра порядка равна

$$E_0 = \frac{1}{2} \sum_k \omega_k \quad (14)$$

и, соответственно, квантовый вклад в удельную сжимаемость системы есть

$$\frac{1}{V} \frac{\partial^2 E_0}{\partial P^2} = - \frac{\alpha_0^2}{4a\tau(2\pi)^3} \int \frac{d^3 k}{(\alpha + b v_F^2 \tau^2 k^2)^{3/2}}. \quad (15)$$

В отличие от флуктуационной поправки к теплоемкости квантовая поправка к удельной сжимаемости логарифмически расходится при больших  $k$ , что соответствует степенному (а не экспоненциальному!) поведению корреляционной функции  $\langle A(0)A^*(R) \rangle$ . Обрезая интеграл (14) на  $k_F$ , получим с логарифмической точностью

$$\frac{1}{V} \frac{\partial^2 E_0}{\partial P^2} = - \frac{\alpha_0^2}{2(2\pi)^2 a b^{3/2} v_F^3 \tau^4} \ln \frac{\epsilon_F \tau}{\alpha_0 (P_c - P)}. \quad (16)$$

Здесь  $\epsilon_F$  – энергия Ферми. Сравнение этой величины со скачком сжимаемости, полученным в рамках теории самосогласованного поля (10), дает, что квантовая поправка мала при всех давлениях, удовлетворяющих неравенству

$$\left. \frac{\partial \ln T_c(P)}{\partial P} \right|_{P=P_c} (P_c - P) > \left( \frac{\epsilon_F}{T_{c0}} \right)^2 \exp \left( - \left( \frac{\epsilon_F}{T_{c0}} \right)^2 \right). \quad (17)$$

В этом выражении мы сознательно опустили все численные коэффициенты, чтобы подчеркнуть параметрическую малость правой части.

Итак, сжимаемость жидкого  ${}^3\text{He}$  при фазовом переходе при  $T = 0$  в аэрогеле испытывает скачок, величина которого выражается через производную критической

температуры гелия в свободной геометрии. Это свойство, по-видимому, имеет место только в рассмотренной модели изотропно рассеивающих примесей. Для создания более реалистичной теории сверхтекучего  $^3\text{He}$  в аэрогелях необходимо принять во внимание анизотропию рассеяния квазичастиц на поверхности аэрогеля. Найденные квантовые поправки к величине скачка оказываются существенными лишь в пренебрежимо узкой окрестности фазового перехода.

В заключение считаю своим приятным долгом выразить благодарность prof. J. Pargia, из доклада которого в Институте им. П.Л. Капицы я узнал о фазовом переходе в  $^3\text{He}$  в аэрогеле при  $T = 0$ , и Ю.С. Барашу, привлечшему мое внимание к вопросу об оценке квантовых флуктуационных поправок. Я также признателен В.В. Лебедеву, Д.Фельдману и А.Ф. Андрееву за активный интерес к работе. Работа выполнена при финансовой поддержке Миннауки Российской Федерации (программа "Статфизика"), Российского фонда фундаментальных исследований (грант 96-0216041) и программы INTAS (грант 96-0610).

- 
1. J.V.Porto and J.M.Parpia, Phys. Rev. Lett. **74**, 4667 (1995).
  2. D.T.Sprague, T.M.Haard, J.B.Kycia et al., Phys. Rev. Lett. **75**, 661 (1995).
  3. D.T.Sprague, T.M.Hard, J.B.Kycia et al., Phys. Rev. Lett. **77**, 4568 (1996).
  4. А.И.Ларкин, Письма в ЖЭТФ **2**, 205 (1965).
  5. K.Matsumoto, J.V.Porto, L.Pollack et al., Phys. Rev. Lett. **79**, 253 (1997).
  6. J.V.Porto, A.Golov, K.Matsumoto et al., preprint, Cornell University, August 27, 1997.
  7. E.V.Thuneberg, S.K.Yip, M.Fogelström, and J.A. Sauls, Condensed Matter, Preprint/9601148.
  8. Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский, *Статистическая физика*, часть 2, М., Наука, 1978.
  9. М.Г.Вавилов, В.П.Минеев, ЖЭТФ **112**, 1873 (1997).
  10. J.C.Wheatley, Rev. Mod. Phys. **47**, 415 (1975).
  11. Л.Д.Ландау, Е.М. Лифшиц, *Статистическая физика*, часть 1, М.: Наука, 1976.
  12. K.V.Efetov and M.M.Salomaa, J. Low Temp. Phys. **42**, 35 (1981).
  13. I.A.Fomin, Phys. Lett. **A66**, 47 (1978).