Письма в ЖЭТФ, том 34, вып. 6, стр. 358 – 362 *20 сентября 1981 г.*

КОЛЛЕКТИВНЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ В БОЗЕ-ГАЗЕ СПИН-ПОЛЯРИЗОВАННОГО АТОМАРНОГО ВОДОРОДА

Ю.Каган, Г.В.Шляпников

Проведен анализ двухкомпонентного бозе-конденсата и коллективных возбуждений в спин-поляризованном бозе-газе атомарного водорода. Получены соотношения для критической плотности газа, при превышении которой спиновые возбуждения становятся беспороговыми.

1. Атомарный водород в магнитном поле представляет собой четырехкомпонентный бозе-газ, отдельные компоненты которого различаются спиновыми конфигурациями. Поскольку эта система остается газом и при $T = 0$, анализ конденсата и коллективных возбуждений в нем может быть адекватно проведен в рамках известного метода Боголюбова [1]. Особый интерес здесь представляют возбуждения с изменением электронного спина, поскольку взаимодействие таких частиц с атомами поляризованного конденсата имеет синглетную составляющую, что снижает энергию возбуждения по сравнению со щелью $2\mu_B H$. Это накладывает ограничения на плотность газа – в принципе, может появиться критическая плотность n_c, при которой исчезает энергетическая щель, препятствующая деполяризации, а следовательно и рекомбинации атомарного водорода.

Впервые рассмотрение вопроса о характере возбуждений в таком газе в предположении монокомпонентности конденсата было проведено в работе Берлинского [2] (см. также [3]). Однако результаты, полученные Берлинским, являются неверными, что связано с неявным предположением об одинаковости парных корреляционных функций для атомов с параллельными и антипараллельными электронными спинами. В действительности, различие между этими функциями носит принципиальный характер, и, как будет видно из полученных ниже результатов, критерий на критическую плотность оказывается существенно другим. При учете двухкомпонентности бозе-конденсата меняется и сам характер спиновых возбуждений.

2. Как известно, система спиновых волновых функций изолированного атома водорода в сильном магнитном поле имеет вид

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \alpha\left(\frac{1}{2}\right)\beta\left(\frac{1}{2}\right) \\ \phi_2 &= \alpha\left(\frac{1}{2}\right)\beta\left(-\frac{1}{2}\right) + \kappa\alpha\left(-\frac{1}{2}\right)\beta\left(\frac{1}{2}\right) \qquad (1) \\ \phi_3 &= \alpha\left(-\frac{1}{2}\right)\beta\left(-\frac{1}{2}\right) \end{aligned}$$

$$\phi_4 = \alpha\left(-\frac{1}{2}\right)\beta\left(\frac{1}{2}\right) - \kappa\alpha\left(\frac{1}{2}\right)\beta\left(-\frac{1}{2}\right),$$

где $\alpha(\sigma')$ и $\beta(\sigma'')$ – спиновые волновые функции соответственно электрона и ядра, σ' и σ'' – проекции электронного и ядерного спина на направление магнитного поля, $\kappa = A/4\mu_B H << 1$, A – константа сверхтонкого взаимодействия.

При $T = 0$ в поляризованном газе ограниченной плотности n ($na_t^3 << << 1$, где a_t – длина рассеяния при столкновении атомов в триплетном состоянии) большинство частиц находится в бозе-конденсате, состоящем из смеси атомов в состояниях ϕ_3 и ϕ_4. Хотя энергия в состоянии ϕ_4 немного ниже энергии в состоянии ϕ_3 (при $H \approx 10^5$ Э $\Delta\epsilon \approx \approx 5 \cdot 10^{-2}$ К) время перехода из ϕ_3 в ϕ_4 за счет диполь-дипольного взаимодействия при столкновении оказывается большим по сравнению с характерным временем распада поляризованной системы (см. подробнее [4]). Поэтому можно считать, что имеет место двухкомпонентный бозе-конденсат с фиксированным числом частиц N_3 и N_4 в обоих состояниях.

Подпространство состояний ϕ_1 и ϕ_2 отделено от бозе-конденсата энергетической щелью масштаба $2\mu_B H$. При появлении частицы (или малого числа частиц) в состояниях ϕ_1, ϕ_2 обменное взаимодействие с конденсатом будет сопровождаться сохранением числа частиц в верхнем (ϕ_1, ϕ_2) и нижнем (ϕ_3, ϕ_4) подпространстве.

Гамильтониан парного взаимодействия частиц имеет обычную структуру

$$\hat{H}_{int} = U_l(R) + \Delta(R)\left(\hat{S}_1\hat{S}_2 + \frac{1}{4}\right), \qquad (2)$$

где $\hat{S}_i$ – операторы электронных спинов частиц.

Начнем с рассмотрения столкновения частицы ϕ_1 с атомами конденсата, пренебрегая малыми поправками порядка κ. При столкновении частиц с противоположно направленными электронными спинами волновая функция пары является суперпозицией синглетной и триплетной функций. Если частица ϕ_1 рассеивается на частице ϕ_4, то, поскольку спины ядер параллельны, рассеяние при $T \to 0$ может происходить только по триплетному каналу (рассеяние по синглетному каналу происходит только при нечетных значениях орбитального квантового числа j, и соответствующая амплитуда обращается в нуль, когда энергия частиц стремится к нулю). При этом рассеяние является чисто упругим и частицы остаются в состояниях ϕ_1 и ϕ_4. Соответствующее значение вершины для гамильтониана взаимодействия частиц во вторичном квантовании оказывается равным

$$\frac{2\pi\hbar^2}{mV}\, a_t . \qquad (3)$$

При взаимодействии частиц ϕ_1 и ϕ_3 возможны уже два канала упругого рассеяния. Это связано с тем, что в данном случае спины ядер частиц имеют противоположные проекции, обеспечивая тем самым возможность s-рассеяния как в триплетном, так и в синглетном состоянии. Соответствующая вершина равна

$$\frac{2\pi\hbar^2}{mV}\,\frac{(a_t + a_s)}{2}, \tag{4}$$

где a_s – длина рассеяния в синглетном состоянии.

Однако при столкновении частиц ϕ_1 и ϕ_3 оказывается отличной от нуля амплитуда своеобразного процесса, при котором конденсатная частица ϕ_3 переходит в состояние ϕ_4, а частица ϕ_1 в ϕ_2. Вершина для этого процесса определяется выражением

$$\frac{2\pi\hbar^2}{mV}\,\frac{(a_t - a_s)}{2}. \tag{5}$$

При взаимодействии частицы ϕ_2 с конденсатом мы имеем зеркальную картину – рассеяние частиц ϕ_2, ϕ_3 оказывается чисто упругим со значением вершины (3), а взаимодействие частиц ϕ_2, ϕ_4 приводит как к упругому рассеянию с вершиной (4), так и к переходу частиц в состояния ϕ_1, ϕ_3, описываемому вершиной (5).

Напишем теперь гамильтониан во вторичном квантовании для частиц в состоянии ϕ_1, ϕ_2, взаимодействующих с фоном бозе-конденсата, воспользовавшись для операторов рождения и уничтожения частиц в конденсате обычной заменой на c-числа. С учетом (3) – (5) непосредственно находим

$$H = \sum_k \omega_1(k) a^+_{1k} a_{1k} + \sum_k \omega_2(k) a^+_{2k} a_{2k} + \sum_k \gamma_{12}[a^+_{2k} a_{1k} + a^+_{1k} a_{2k}]. \tag{6}$$

Здесь

$$\omega_1(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \tilde{\epsilon}_1 + \frac{4\pi\hbar^2}{m}\left[n_4 a_t + n_3\frac{a_t + a_s}{2}\right];$$

$$\omega_2(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \tilde{\epsilon}_2 + \frac{4\pi\hbar^2}{m}\left[n_3 a_t + n_4\frac{a_t + a_s}{2}\right];$$

$$\gamma_{12} = \frac{2\pi\hbar^2}{m}(a_t - a_s)\sqrt{n_3 n_4}; \tag{7}$$

$n_i = N_i/V$, $\tilde{\epsilon}_i$ – энергия атома водорода в магнитном поле, отвечающая состоянию ϕ_i (1).

Гамильтониан (6) может быть приведен к диагональному виду каноническим преобразованием к новым бозе-операторам

$$\begin{cases} b_{1k} = u_k a_{1k} - v_k a_{2k}; \\ b_{2k} = v_k a_{1k} + u_k a_{2k}; \end{cases} \qquad u_k^2 + v_k^2 = 1. \tag{8}$$

При этом гамильтониан, соответствующий новым коллективным возбуждениям, имеет вид

$$H = \sum_{k} [\epsilon_-(k) b_{1k}^+ b_{1k} + \epsilon_+(k) b_{2k}^+ b_{2k}]; \tag{9}$$

$$\epsilon_-(k) = \omega_1 u_k^2 + \omega_2 v_k^2 - 2\gamma_{12} u_k v_k; \quad \epsilon_+(k) = \omega_1 v_k^2 + \omega_2 u_k^2 + 2\gamma_{12} u_k v_k;$$

где

$$u_k^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\xi^2}{4+\xi^2}}; \qquad \xi^2 = \left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{\gamma_{12}}\right)^2 \tag{10}$$

3. Рассмотрим случай $n_3 = n_4$. Тогда $\xi = \dfrac{|\tilde{\epsilon}_1 - \tilde{\epsilon}_2|}{\gamma_{12}} \approx \dfrac{\left|\frac{A}{2} - 2\mu_p H\right|}{\gamma_{12}}$

($\mu_p > 0$ – магнитный момент протона). Если плотность частиц достаточно велика, так что $\xi \ll 1$, то из (9), (10) находим

$$\epsilon_-(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{\tilde{\epsilon}_1 + \tilde{\epsilon}_2}{2} + \frac{4\pi\hbar^2}{m} n a_t; \tag{11}$$

$$\epsilon_+(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{\tilde{\epsilon}_1 + \tilde{\epsilon}_2}{2} + \frac{2\pi\hbar^2}{m}(a_t - a_s).$$

Возникшие коллективные возбуждения являются фактически суперпозицией состояний ϕ_1 и ϕ_2. Легко убедиться, что это обстоятельство приводит к появлению у таких возбуждений постоянной составляющей магнитного момента, перпендикулярной магнитному полю и равной

$$M_x = \pm(\mu_p + \kappa\mu_B)$$

(заметим, что в работе [5] было обращено внимание на возможность возникновения поперечного макроскопического момента в термодинамически неравновесном двухкомпонентном бозе-конденсате).

Энергия возбуждения, отвечающего переходу частицы из конденсата в состояние $1(\epsilon_1)$, или в состояние $2(\epsilon_2)$ определится при этом как

$$\epsilon_1(k) \cong \epsilon_-(k) - \frac{4\pi\hbar^2}{m} n a_t + \mu_B H \cong \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + 2\mu_B H; \tag{12}$$

$$\epsilon_2(k) \cong \epsilon_+(k) - \frac{4\pi\hbar^2}{m} n a_t + \mu_B H \cong \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + 2\mu_B H - \frac{2\pi\hbar^2}{m} n(a_t - a_s).$$

Из вида выражений (13) следует, что для отсутствия беспороговых спиновых возбуждений необходимо выполнение неравенства

$$\frac{2\pi\hbar^2}{m} n(a_t - a_s) < 2\mu_B H. \tag{13}$$

При ограниченных плотностях, когда справедливо обратное неравенство $\xi >> 1$

$$\epsilon_1(k) \cong \epsilon_2(k) \cong \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + 2\mu_B H - \frac{\pi\hbar^2}{m} n(a_t - a_s). \qquad (14)$$

В результате для обоих типов возбуждений должно выполняться неравенство вида (13), если в левой части последнего опустить множитель 2.

Если $n_3 << n_4$, то энергии возбуждений сохраняют форму (12), а при $n_3 >> n_4$ имеет место инверсия $\epsilon_1(k) \longleftrightarrow \epsilon_2(k)$. Таким образом остается справедливым критерий (13).

Найденные критерии оказываются существенно более слабыми по сравнению с результатом Берлинского [2] и приводят к гораздо более высоким значениям критической плотности (согласно проведенным расчетам [4] $a_t = 0{,}72$ Å, $a_s = 0{,}33$ Å). В сильном магнитном поле эти критерии с большим запасом выполняются для всех мыслимых значений плотности газовой фазы.

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию
27 июля 1981 г.

Литература

[1] *Боголюбов Н.Н.* J. Phys. (USSR), 1947, **11**, 23.

[2] *Berlinsky A.J.* Phys. Rev. Lett., 1977, **39**, 359

[3] *Berlinsky A.J., Etters R.D., Goldman V.V., Silvera I.F.* Phys. Rev. Lett., 1977, **39**, 356.

[4] *Каган Ю., Вартаньянц И.А., Шляпников Г.В.* ЖЭТФ, **81**, 1113, 1981.

[5] *Siggia E.D., Ruckenstein A.E.*, Phys. Rev. Lett., 1980, **44**, 1423.