Письма в ЖЭТФ, том 75, вып. 4, с. 220 – 222 © 2002 г. 25 февраля

Случайные текстуры параметра порядка сверхтекучего ^{3}He-B в аэрогеле

И. А. Фомин[1)]

Институт физических проблем им. П. Л. Капицы РАН, 117334 Москва, Россия

Поступила в редакцию 15 января 2001 г.

Предложена феноменологическая схема описания наблюдаемых свойств сверхтекучего ^{3}He в аэрогеле в духе теории Гинзбурга и Ландау. Действие аэрогеля на параметр порядка описывается случайным тензорным полем $\eta_{jl}(\mathbf{r})$. Тензорное поле оказывает существенное дезориентирующее воздействие на параметр порядка в A-фазе ^{3}He, но практически не влияет на ориентацию параметра порядка в B-фазе, если нет магнитного поля. Рассмотрено изменение текстуры параметра порядка, возникающее в B-фазе в аэрогеле в магнитном поле. Показано, что средний квадрат величины угла между направлением магнитного поля и осью анизотропии B-фазы пропорционален кубу напряженности магнитного поля. Флуктуации направления оси анизотропии ^{3}He-B скоррелированы на известной "длине залечивания", обратно пропорциональной напряженности поля и имеющей макроскопический масштаб.

PACS: 67.57.–z

1. Аэрогель – это материал с чрезвычайно высокой пористостью. Жесткий "каркас", образованный нитями с диаметром $\approx 30\,\text{Å}$, занимает менее двух процентов объема. Остальной объем можно заполнить исследуемым веществом. В настоящее время это единственный способ ввести примеси в жидкий ^{3}He в той области температур, где он становится сверхтекучим [1]. Аэрогель не подавляет сверхтекучесть полностью, он лишь понижает температуру перехода T_c, что согласуется с представлением о подавлении необычной сверхпроводимости и сверхтекучести немагнитными примесями [2], если учесть что оцениваемая длина свободного пробега квазичастиц $l \sim 1500{-}1800\,\text{Å}$ велика по сравнению с $\xi_0 \approx 160\,\text{Å}$ (при давлении затвердевания). Микроскопическая теория в духе теории сверхпроводящих сплавов [3], учитывающая влияние примесей введением одного дополнительного параметра – транспортной длины свободного пробега, качественно правильно описывает как наблюдаемое уменьшение T_c, так и тенденции в изменении свойств сверхтекучих фаз ^{3}He, однако количественного согласия с экспериментом достичь не удается (обзор и библиогафию см. [4]). Для более детального описания наблюдаемых свойств сверхтекучего ^{3}He в аэрогеле следует использовать феноменологический подход, то есть описывать влияние аэрогеля некоторым набором параметров, которые считаются заданными. Число параметров и их конкретный выбор определяются симметрией задачи. Такой подход хотя и обсуждался в литературе [4], но он не был достаточно разработан для получения конкретных результатов. В частности, остался не выясненным существенный вопрос об адекватном выборе параметров, характеризующих аэрогель. В настоящей работе предложен способ феноменологического описания сверхтекучего ^{3}He в аэрогеле и рассмотрен практически важный пример применения такого подхода.

2. Макроскопическое описание возможно лишь для длинноволновых явлений, то есть для таких, характерный пространственный масштаб которых превышает корреляционную длину ξ_0 в сверхтекучем ^{3}He. Вблизи T_c дополнительный вклад в плотность энергии можно записать в виде

$$f_\eta = g_\eta A_{\mu j} A^*_{\mu l} \eta_{jl}(\mathbf{r}), \tag{1}$$

где комплексная 3×3 матрица $A_{\mu j}$ – это параметр порядка сверхтекучего ^{3}He, ее первый индекс нумерует компоненты спина, а второй – компоненты импульса. Случайный тензор второго ранга $\eta_{jl}(\mathbf{r})$ зависит от свойств аэрогеля. Нити аэрогеля состоят из немагнитного SiO_2, а взаимодействие с ним гелия обусловлено рассеянием квазичастиц на нитях, поэтому в формуле (1) тензор $\eta_{jl}(\mathbf{r})$ сворачивается с импульсными индексами. Ясно также, что $\eta_{jl}(\mathbf{r})$ можно считать вещественным и симметричным. Будем считать, что изотропная часть тензора $\eta_0(\mathbf{r})\delta_{jl}$ включена в температуру перехода T_c, которая тем самым становится функцией координат, при этом след $\eta_{jj} = 0$. Естественно предположить, что аэрогель в среднем изотропен, то есть $<\eta_{jl}(\mathbf{r})> = 0$. Угловые скобки здесь и в дальнейшем обозначают усреднение

[1)]e-mail: fomin@kapitza.ras.ru

по ансамблю аэрогелей. Общий множитель g_η удобно считать равным произведению плотности состояний $N(0)$ на объемную концентрацию аэрогеля, тогда тензор η_{jl} – безразмерный и его элементы порядка единицы. При сделанных предположениях нетривиальная информация о свойствах аэрогеля содержится в корреляционной функции

$$K_{jlmn}(\mathbf{r},\mathbf{r}\prime) =< \eta_{jl}(\mathbf{r})\eta_{mn}(\mathbf{r}\prime) > . \qquad (2)$$

Вдали от стенок аэрогель однороден, поэтому коррелятор зависит только от разности $\mathbf{r}-\mathbf{r}\prime$. В дальнейшем нас будет интересовать фурье-образ коррелятора по этой разности: $K_{jlmn}(\mathbf{k})$. Из определения (2) следуют свойства его симметрии: $K_{jlmn}(\mathbf{k}) = K_{ljmn}(\mathbf{k}) = K_{jlnm}(\mathbf{k}) = K_{mnjl}(-\mathbf{k})$, а также: $K_{jjmn}(\mathbf{k}) = K_{jlmm}(\mathbf{k}) = 0$. С учетом этих свойств коррелятор можно записать в виде комбинации независимых тензоров, составленных из единичного тензора δ_{jl} и проекций единичного вектора $\hat{k}_j$:

$$\begin{gathered} K_{jlmn}(\mathbf{k}) = 3\Phi_0(k)[\hat{k}_j\hat{k}_m(\delta_{ln}-\hat{k}_l\hat{k}_n)+ \\ \hat{k}_l\hat{k}_m(\delta_{jn}-\hat{k}_j\hat{k}_n)+\hat{k}_j\hat{k}_n(\delta_{lm}-\hat{k}_l\hat{k}_m)+ \\ +\hat{k}_l\hat{k}_n(\delta_{jm}-\hat{k}_j\hat{k}_m)]+3\Phi_1(k)[6\hat{k}_j\hat{k}_l\hat{k}_m\hat{k}_n- \\ -2(\hat{k}_j\hat{k}_l\delta_{mn}+\hat{k}_m\hat{k}_n\delta_{jl})+\delta_{jm}\delta_{ln}+\delta_{jn}\delta_{lm}]+ \\ +\Phi_2(k)(3\hat{k}_j\hat{k}_l-\delta_{jl})(3\hat{k}_m\hat{k}_n-\delta_{mn}), \end{gathered} \qquad (3)$$

где $\Phi_0(k), \Phi_1(k), \Phi_2(k)$ – вещественные функции от абсолютной величины $\mathbf{k}$. При описании длинноволновых явлений оказываются существенными только значения указанных функций при $\mathbf{k} = 0$. Этими тремя числами и определяется ориентирующее действие аэрогеля на параметр порядка сверхтекучего ^{3}He. Взаимодействие (1) мало по сравнению с теми членами в свободной энергии сверхтекучего ^{3}He, которые определяют вид параметра порядка в меру малости концентрации аэрогеля. Естественно поэтому считать, что в аэрогеле реализуются те же две сверхтекучие фазы – A и B, что и в свободном от примесей ^{3}He. Подстановка параметра порядка A-фазы в формулу (1) дает: $f_\eta \sim -\eta_{mn}l_m l_n$, где $\mathbf{l}$ – это направление орбитальной оси квантования в A-фазе. В работе [5] показано, что случайное воздействие аэрогеля на ориентацию вектора $\mathbf{l}$ должно приводить к исчезновению в этой фазе дальнего ориентационного порядка. В B-фазе ситуация иная, параметр порядка здесь имеет вид

$$A_{\mu j} = \Delta e^{i\varphi}R_{\mu j}, \qquad (4)$$

где $R_{\mu j}$ – ортогональная матрица, то есть такая, что $R_{\mu j}R_{\mu l} = \delta_{jl}$. В силу этого соотношения подстановка параметра порядка (4) в формулу (1) дает нуль. Отличный от нуля влад в энергию можно получить либо при учете поверхностного дипольного взаимодействия, либо в присутствии магнитного поля. Дипольное взаимодействие дает пренебрежимо малый эффект, поэтому в дальнейшем будет рассмотено только взаимодействие, наведенное магнитным полем.

3. В магнитном поле из параметра порядка (4), тензора η_{mn} и компонент магнитного поля H_μ можно составить отличную от нуля скалярную комбинацию:

$$f_\eta = \frac{1}{2}\chi g_a H_\mu H_\nu R_{\mu j}R_{\nu l}\eta_{jl}(\mathbf{r}), \qquad (5)$$

где χ – магнитная восприимчивость нормальной фазы ^{3}He, а g_a – коэффициент зависящий от температуры. Это главный член в разложении добавочной энергии по $\mu H/\Delta$, где μ – магнитный момент ядра ^{3}He. Добавка f_η сохраняет свой вид также и вдали от T_c. Матрицу $R_{\mu j}$ в определении (4) обычно рассматривают как матрицу поворота, который задается направлением оси поворота $\mathbf{n}$ и величиной угла поворота θ. Объемная дипольная энергия фиксирует $\theta = \arccos(-1/4)$. Оценки, аналогичные сделанным в работе [5], показывают, что возмущение (5) не может привести к заметному отклонению угла θ от равновесного значения. Направление $\mathbf{n}$ в объеме фиксируется гораздо более слабым взаимодействием, включающим как магнитное поле, так и дипольную энергию $f_H = -\chi a_H(\mathbf{nH})$, и ситуация здесь менее ясная. Рассмотрим более подробно влияние случайного поля $\eta_{jl}(\mathbf{r})$ на распределение в пространстве или, как говорят, текстуру вектора $\mathbf{n}$. Заметим, что и текстура будет случайной. Чтобы найти текстуру, следует проминимизировать полную свободную энергию, включающую сумму плотностей энергий f_η и f_H, и градиентную энергию f_∇:

$$F = \int d^3r\{f_\eta + f_H + f_\nabla\}. \qquad (6)$$

При минимизации в качестве параметров, определяющих матрицу $R_{\mu j}$, удобно выбрать эйлеровы углы α, β, γ, считая что ось z параллельна $\mathbf{H}$. Будем считать, и это подтверждается результатом, что в обычно используемых полях в несколько сотен эрстед случайные отклонения текстуры от равновесной невелики. Будем также рассматривать ^{3}He вдали от стенок, тогда в отсутствие аэрогеля $\mathbf{n} \parallel \mathbf{H}$, то есть $\beta = 0$, а α и γ удовлетворяют соотношению $1 + 2\cos(\alpha+\gamma) = 0$, вытекающему из условия $\cos\theta = -1/4$. При малых отклонениях от равновесия $\beta \ll 1$, тогда плотности энергий, входящие в формулу (6), можно записать в виде $f_\eta =$

$= (1/2)\chi H^2 g_a h_j h_l \eta_{jl}$, где $\mathbf{h}$ – это направление, которое переходит в направление оси z под действием поворота $R_{\mu j}$: $\mathbf{h} = (-\beta\cos\gamma, \beta\sin\gamma, 1-\beta^2/2)$. Второй член $f_H \approx (2/5)\chi a_H H^2\beta^2$. Для упрощения градиентной энергии будем считать, что входящие в нее как коэффициенты скорости спиновых волн $c_\parallel$ и $c_\perp$ равны друг другу. Это приводит к небольшой неточности, но значительно уменьшает громоздкость получаемых выражений. С учетом этого упрощения

$$f_\nabla = (\chi/2\gamma^2)c_\parallel^2[\beta^2(\nabla\gamma)^2 + (\nabla\beta)^2]. \qquad (7)$$

Естественно перейти к новым переменным: $u = \beta\cos\gamma, v = \beta\sin\gamma$. В итоге свободная энергия запишется в виде

$$F = \chi H^2 \int d^3r \left\{ \frac{c_\parallel^2}{2\omega_L^2}[(\nabla u)^2 + (\nabla v)^2] + \right.$$

$$\left. + \frac{2}{5}a_H(u^2+v^2) + \frac{1}{2}g_a h_j h_l \eta_{jl} \right\} d^3r. \qquad (8)$$

Теперь $\mathbf{h} = \big(-u, v, 1-(u^2+v^2)/2\big)$. Варьируя энергию (8) по u и v, получим уравнения соответственно для u:

$$-\frac{c_\parallel^2}{\omega_L^2}\Delta u + \frac{4}{5}a_H u = -g_a\eta_{jl}\frac{\partial}{\partial u}(\frac{1}{2}h_j h_l) \qquad (9)$$

и уравнение для v, которое отличается от (9) лишь тем, что в нем всюду u заменено на v. Уравнение (9) решается переходом к фурье-компонентам:

$$u_{\mathbf{k}} = -\kappa^2\left(\frac{5g_a}{4a_H}\right)\frac{\partial}{\partial u}(\frac{1}{2}h_j h_l)\frac{\eta_{jl}(\mathbf{k})}{\mathbf{k^2}+\kappa^2}, \qquad (10)$$

где $\kappa^2 = 4a_H\omega_L^2/5c_\parallel^2$. Теперь можно найти

$$< u^2(\mathbf{r}) > = \left(\kappa^2\frac{5g_a}{4a_H}\right)^2 \frac{\partial}{\partial u}(\frac{1}{2}h_j h_m) \times$$

$$\times \frac{\partial}{\partial u}(\frac{1}{2}h_l h_n)\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}\frac{K_{mjln}(\mathbf{k})}{(k^2+\kappa^2)^2}. \qquad (11)$$

Аналогичное выражение получается для $< v^2(\mathbf{r}) >$. Учитывая, что $<\beta^2> = < u^2 > + < v^2 >$, и используя формулу (3) для $K_{mjln}(\mathbf{k})$, имеем

$$<\beta^2> = \frac{3}{20\pi}\kappa^3\left(\frac{5g_a}{4a_H}\right)^2[2\Phi_0 + 7\Phi_1 + \Phi_2]. \qquad (12)$$

Входящие в эту формулу Φ_0, Φ_1, Φ_2 – это значения соответствующих функций $\Phi_0(k), \Phi_1(k), \Phi_2(k)$ при $\mathbf{k} = 0$, по порядку величины они равны кубу корреляционного радиуса r_c поля $\eta_{jl}(\mathbf{r})$. Следует ожидать, что $r_c \sim 300\div1000$ Å. Неопределенность в величине r_c сильно сказывается на оценке $<\beta^2>$. Согласно формуле (12), величина $<\beta^2>$ определяется произведением двух множителей: $(\kappa r_c)^3$ $(5g_a/4a_H)^2$, κ – это обратная "длина залечивания" текстуры в магнитном поле, она пропорциональна магнитному полю. В поле 300 Э и не слишком близко к T_c $\kappa \approx 20$ 1/см [6]. Если принять для $r_c \approx 500$ Å, то $(\kappa r_c)^3 \approx 10^{-12}$. Оценка второго множителя дает $\approx 10^9$, то есть вместе $<\beta^2> \approx 10^{-3}$, и при таких условиях аэрогель практически не оказывает влияния на текстуру. Из той же формулы видно, однако, что $<\beta^2> \sim H^3$ и для магнитного поля, в 10 раз большего, $<\beta^2> \sim 1$. Другой существенной характеристикой случайной текстуры является характерная длина, на которой спадают корреляции угла β. Корреляционная функция $<\beta(\mathbf{r})\beta(\mathbf{r'})>$ выражается через $K_{jlmn}(\mathbf{k})$ аналогично тому, как это было сделано при вычислении $<\beta^2>$. Из-за сложной структуры $K_{jlmn}(\mathbf{k})$ получающееся для коррелятора углов выражение громоздко. Здесь для нас существенно лишь то, что при больших значениях $|\mathbf{r}-\mathbf{r'}|$ спадание корреляций угла β определяется множителем $\exp[-\kappa|\mathbf{r}-\mathbf{r'}|]$, то есть корреляционная длина равна $1/\kappa$. В поле ~ 1 кЭ эта длина $\sim 10^{-2}$ см, и она не очень мала по сравнению с размерами обычно используемых экспериментальных ячеек. Возникающее случайное изменение текстуры тем самым имеет мезоскопический характер. Зависящие от текстур свойства могут существенно изменяться от эксперимента к эксперимету. Соотношения для средних величин должны удовлетворяться после усреднения по многим экспериментам.

Автор благодарен В. В. Дмитриеву за стимулирующие обсуждения. Настоящая работа выполнена при частичной поддержке CRDF, грант # RP1-2089, и Российского фонда фундаментальных исследований, проекты # 01-02-16714 и # 00-15-96574.

1. J. V. Porto and J. M. Parpia, Phys. Rev. Lett. **74**, 4667 (1995).
2. А. И. Ларкин, Письма в ЖЭТФ **2**, 205 (1965).
3. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, ЖЭТФ **39**, 1781 (1961).
4. E. V. Thuneberg, arXiv:cond-mat/9802044 v.1, (1998).
5. Г. Е. Воловик, Письма в ЖЭТФ **63**, 281 (1996).
6. B. I. Barker, Y. Lee, L. Polukhina et al., Phys. Rev. Lett. **85**, 2148 (2000).