

Параметрическая неустойчивость однородной прецессии спина в сверхтекучем $^3\text{He-B}$

Е. В. Суровцев, И. А. Фомин

Институт физических проблем им. П.Л. Капицы РАН, 119334 Москва, Россия

Поступила в редакцию 5 апреля 2006 г.

Для объяснения наблюдаемой в сверхтекучем $^3\text{He-B}$ “катастрофической релаксации” спина рассмотрена устойчивость пространственно однородной прецессии спина в этой жидкости по отношению к параметрическому возбуждению спиновых волн. Показано, что при достаточно низких температурах однородная прецессия спина становится неустойчивой (суловская неустойчивость). При нулевой температуре найдены инкременты нарастания для всех ветвей спиновых волн. Произведена оценка температуры, при которой происходит переход от устойчивой прецессии спина к неустойчивой.

PACS: 67.57.Lm, 76.50.+g

1. Применение импульсного метода ЯМР основано на исследовании однородной прецессии спина в постоянном магнитном поле. Прецессирующий спин наводит в приемных катушках регистрируемый сигнал индукции. В сверхтекучей В-фазе ^3He прецессия спина имеет существенные особенности. При температурах $T \geq 0,4T_c$, где T_c – температура перехода ^3He в сверхтекучее состояние, сигнал индукции существует аномально долго – во много раз дольше, чем время расфазировки спина из-за остаточной неоднородности магнитного поля. При $T \sim 0,4T_c$ происходит переход к другому режиму, когда сигнал индукции, наоборот, исчезает очень быстро. Этот быстрый распад прецессии впервые наблюдался в работе [1] и был назван *катастрофической релаксацией*. В то время как аномально долгий сигнал индукции уже давно количественно объяснен образованием двухдоменной когерентно прецессирующей структуры, для катастрофической релаксации отсутствует даже качественное объяснение. Распад однородной прецессии был продемонстрирован также путем численной симуляции уравнений спиновой динамики [2]. Симуляция производилась в ограниченной геометрии, и ее авторы приписывают стенкам определяющую роль в разрушении прецессии, то есть считают механизм разрушения поверхностным.

В настоящей работе предлагается объяснение катастрофической релаксации, основанное на объемном эффекте – неустойчивости однородной прецессии спина по отношению к распаду на параметрически возбуждаемые спиновые волны с противоположными волновыми векторами (суловская неустойчивость [3]).

Быстрый распад прецессии наблюдался также в *uudd*-фазе твердого ^3He и был объяснен возникно-

ванием суловской неустойчивости [4]. Следует заметить, однако, что количественная интерпретация результатов, относящихся к области неустойчивости прецессии в цитируемой работе, основана на модификации теории [5], построенной для непрерывного ЯМР и потому применима лишь при малых углах отклонения спина от направления магнитного поля. В нашем анализе это предположение не используется, и он применим при произвольных углах между спином и магнитным полем.

2. Для описания движения спина воспользуемся выражением гамильтониана Леггетта через углы Эйлера $\alpha, \beta, \Phi = \alpha + \gamma$ (ось z ориентирована в направлении, противоположном магнитному полю \mathbf{H}_0) и канонически им сопряженные комбинации проекций спина $P = S_z - S_\zeta, S_\beta, S_\zeta$, где S_z – проекция спина на ось z , S_ζ – на ось $\zeta = \hat{R}\hat{z}$ и S_β – проекция на линию узлов (см., например, [6]). Выберем единицы так, чтобы $\chi = g = 1$, где χ – магнитная восприимчивость единицы объема $^3\text{He-B}$, а g – гиромагнитное отношение для ядер ^3He ; тогда спин будет иметь размерность частоты, а энергия – квадрата частоты. В указанных переменных и единицах гамильтониан Леггетта имеет вид

$$H = \frac{1}{1 + \cos \beta} \left\{ S_\zeta^2 + P S_\zeta + \frac{P^2}{2(1 - \cos \beta)} \right\} + \frac{1}{2} S_\beta^2 + F_\nabla - \omega_L (P + S_\zeta) + U_D(\beta, \Phi), \quad (1)$$

где ω_L – ларморовская частота, соответствующая постоянному магнитному полю, F_∇ – градиентная энергия, $U_D(\beta, \Phi)$ – дипольная энергия. В $^3\text{He-B}$ U_D выражается через β и Φ , чем и объясняется удобство выбора Φ в качестве переменной в тех задачах, где

дипольная энергия существенна. Градиентная энергия для ${}^3\text{He-V}$ записывается в виде

$$F_{\nabla} = \frac{1}{2}[c_{\parallel}^2 \delta_{ik} \delta_{\xi\eta} - (c_{\parallel}^2 - c_{\perp}^2)(\delta_{i\xi} \delta_{k\eta} + \delta_{i\eta} \delta_{k\xi})] \omega_{i\xi} \omega_{k\eta}, \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} \omega_{1\xi} &= -\alpha_{,\xi} \sin \beta \cos \gamma + \beta_{,\xi} \sin \gamma, \\ \omega_{2\xi} &= \alpha_{,\xi} \sin \beta \sin \gamma + \beta_{,\xi} \cos \gamma, \\ \omega_{3\xi} &= \alpha_{,\xi} \cos \beta + \gamma_{,\xi}, \end{aligned} \quad (3)$$

$\alpha_{,\xi} = \partial\alpha/\partial x_{\xi}$ и т.п., c_{\parallel}^2 и c_{\perp}^2 – квадраты скоростей двух типов спиновых волн (продольной и поперечной). В дальнейшем выберем единицы так, что $c_{\parallel}^2 = 1$, тогда входящие в уравнения волновые векторы будут также иметь размерность частоты. Порождаемые гамильтонианом (1) уравнения движения имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha}{\partial t} &= \frac{\partial H}{\partial P}, & \frac{\partial P}{\partial t} &= -\frac{\partial H}{\partial \alpha} + \frac{\partial}{\partial x_{\xi}} \frac{\partial H}{\partial \alpha_{,\xi}}, \\ \frac{\partial \beta}{\partial t} &= \frac{\partial H}{\partial S_{\beta}}, & \frac{\partial S_{\beta}}{\partial t} &= -\frac{\partial H}{\partial \beta} + \frac{\partial}{\partial x_{\xi}} \frac{\partial H}{\partial \beta_{,\xi}}, \\ \frac{\partial \Phi}{\partial t} &= \frac{\partial H}{\partial S_{\zeta}}, & \frac{\partial S_{\zeta}}{\partial t} &= -\frac{\partial H}{\partial \Phi} + \frac{\partial}{\partial x_{\xi}} \frac{\partial H}{\partial \Phi_{,\xi}}. \end{aligned} \quad (4)$$

Система уравнений (4) имеет пространственно однородное стационарное решение, описывающее прецессию спина в постоянном однородном магнитном поле при $0 \leq \beta < \theta_0 = \arccos(-1/4)$:

$$\begin{aligned} \alpha &= \omega_L t + \alpha_0, & \gamma &= -\omega_L t + \Phi^0 - \alpha_0, \\ P^{(0)} &= \omega_L (\cos \beta - 1), & S_{\beta}^{(0)} &= 0, & S_{\zeta}^{(0)} &= \omega_L, \\ \cos \Phi^{(0)} &= \left(\frac{1}{2} - \cos \beta^{(0)} \right) / (1 + \cos \beta^{(0)}). \end{aligned} \quad (5)$$

Вместо α удобно ввести переменную $\psi = \alpha + \omega_L t$ с одновременным переходом к гамильтониану $\tilde{H} = H + \omega_L P$, тогда $\partial\psi/\partial t = 0$.

Получим теперь уравнения для малых добавок к стационарному решению:

$$\begin{aligned} \delta\psi(\mathbf{r}, t) &= \psi - \psi^{(0)}, \\ \delta\beta(\mathbf{r}, t) &= \beta - \beta^{(0)} \end{aligned} \quad (6)$$

и т.п.

В нулевом приближении по добавкам градиентная энергия содержит три группы членов: “стационарную” – с не зависящими от времени коэффициентами, и две “осциллирующие”, соответствующих ларморовской и удвоенной ларморовской частотам. Без

ограничения общности можно считать, что возмущение распространяется в плоскости yz :

$$\begin{aligned} F_{\nabla st} &= \frac{1}{2}[\delta\psi_{,y}^2 [1 - \mu \sin^2 \beta^{(0)}] + \\ &(1 - \mu)\delta\beta_{,y}^2 + \delta\gamma_{,y}^2 + 2\delta\psi_{,y}\delta\gamma_{,y} \cos \beta^{(0)} + \\ &+ \delta\psi_{,z}^2 [1 - 2\mu \cos^2 \beta^{(0)}] + \delta\beta_{,z}^2 + \delta\gamma_{,z}^2 (1 - 2\mu) + \\ &+ 2\delta\psi_{,z}\delta\gamma_{,z} \cos \beta^{(0)} (1 - 2\mu)], \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} F_{\nabla osc1} &= -\mu[\delta\psi_{,y}\delta\psi_{,z} \sin 2\beta^{(0)} \sin \omega_L t + \\ &+ (\delta\psi_{,y}\delta\gamma_{,z} + \delta\psi_{,z}\delta\gamma_{,y}) \sin \beta^{(0)} \sin \omega_L t + \\ &+ (\delta\psi_{,y}\delta\beta_{,z} + \delta\psi_{,z}\delta\beta_{,y}) \cos \beta^{(0)} \cos \omega_L t + \\ &+ (\delta\beta_{,y}\delta\gamma_{,z} + \delta\beta_{,z}\delta\gamma_{,y}) \cos \omega_L t], \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} F_{\nabla osc2} &= -\frac{\mu}{2}[\sin^2 \beta^{(0)} \delta\psi_{,y}^2 \cos 2\omega_L t - \delta\beta_{,y}^2 \cos 2\omega_L t + \\ &+ \sin \beta^{(0)} \delta\psi_{,y}\delta\beta_{,y} \sin 2\omega_L t]. \end{aligned} \quad (9)$$

Осциллирующие члены пропорциональны $\mu = 1 - c_{\perp}^2/c_{\parallel}^2$. Будем считать μ малым параметром, а осциллирующие члены в уравнениях движения будем рассматривать как возмущение. Фактически указанный параметр не очень мал ($\mu \approx 1/4$ вблизи T_c), тем не менее, используемое приближение дает удовлетворительные результаты. Более точный критерий применимости такого приближения будет сформулирован в процессе решения.

Для применения теории возмущений запишем лиnearизованную по возмущениям систему уравнений движения в виде

$$d\mathbf{X}/dt = (\widehat{M}_0 + \widehat{V}(t)) \mathbf{X}, \quad (10)$$

где

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \delta\psi \\ \delta\beta \\ \delta\Phi \\ \delta S_z \\ \delta S_{\beta} \\ \delta P \end{pmatrix},$$

В этих уравнениях произведен переход от переменных P, S_{ζ} к переменным S_z, P .

В матричный оператор \widehat{M}_0 включены все не зависящие от времени члены, а осциллирующие члены собраны в матричном операторе $\widehat{V}(t)$, который пропорционален μ и считается возмущением. Уравнение нулевого приближения по $\widehat{V}(t)$

$$d\mathbf{X}/dt = \widehat{M}_0 \mathbf{X} \quad (11)$$

дает законы дисперсии трех ветвей спиновых волн:

$$\begin{aligned}\omega_1^2 &= k^2, \\ \omega_2^2 &= \frac{1}{2}\omega_L^2 + k^2 - \frac{1}{2}\omega_L\sqrt{\omega_L^2 + 4k^2}, \\ \omega_3^2 &= \frac{1}{2}\omega_L^2 + k^2 + \frac{1}{2}\omega_L\sqrt{\omega_L^2 + 4k^2}\end{aligned}\quad (12)$$

и собственные векторы, соответствующие каждой из ветвей колебаний $\mathbf{X}_i(k)$, $i = 1, 2, 3$. Напомним, что речь идет о спиновых волнах, распространяющихся на фоне однородной прецессии, поэтому соответствующие колебания отличаются от обычных спиновых волн, возникающих при малом отклонении намагниченности от положения равновесия.

Решение системы уравнений (11) имеет вид

$$\begin{aligned}\mathbf{X}(t, k, y, z) &= \sum_{i=1}^3 \{a_{i-} \mathbf{X}_i(k) \exp(-i\omega_i(k)t + i\mathbf{k}\mathbf{r}) + \\ &+ a_{i+} \mathbf{X}_i^*(k) \exp(i\omega_i(k)t + i\mathbf{k}\mathbf{r}) + \\ &+ a_{i-}^* \mathbf{X}_i^*(k) \exp(i\omega_i(k)t - i\mathbf{k}\mathbf{r}) + \\ &+ a_{i+}^* \mathbf{X}_i(k) \exp(-i\omega_i(k)t - i\mathbf{k}\mathbf{r})\},\end{aligned}\quad (13)$$

где a_i – постоянные коэффициенты, а $\mathbf{k} = (k_y, k_z)$ и $\mathbf{r} = (y, z)$ – двумерные векторы. При учете \widehat{V} выражение (13) уже не будет решением. Поправку первого приближения можно получить методом усреднения классической механики. Подстановка решения нулевого порядка (13) в формулы (8), (9) показывает, что члены первого порядка по μ при усреднении по времени не обращаются в нуль лишь при условии, что между ω_L и собственными частотами $\omega_i(k)$ выполняются резонансные соотношения $\omega_i(k) = \omega_L$ и $\omega_i(k) = \omega_L/2$. Как видно из формул (12), для всех ветвей спиновых волн существуют k , для которых такие соотношения выполняются. Окрестности этих волновых векторов являются “опасными” областями для возникновения неустойчивости. Из тех же формул следует, что для разных мод резонансные условия выполняются при различных значениях волнового вектора, поэтому можно рассматривать каждую моду независимо от других. Для отыскания решения в окрестности резонансных частот будем использовать стандартную процедуру [7], в соответствии с которой решение в главном приближении по μ следует искать в виде

$$\begin{aligned}\mathbf{X}^{(l)}(t, k', y, z) &= a_{i-}(t) \mathbf{X}_i(k') \exp(-i\omega_R^{(l)}t + i\mathbf{k}'\mathbf{r}) + \\ &+ a_{i+}(t) \mathbf{X}_i^*(k') \exp(i\omega_R^{(l)}t + i\mathbf{k}'\mathbf{r}) + \\ &+ a_{i-}^*(t) \mathbf{X}_i^*(k') \exp(i\omega_R^{(l)}t - i\mathbf{k}'\mathbf{r}) + \\ &+ a_{i+}^*(t) \mathbf{X}_i(k') \exp(-i\omega_R^{(l)}t - i\mathbf{k}'\mathbf{r}),\end{aligned}\quad (14)$$

$l = 1, 2$, где $\omega_R^{(l)}$ – одна из резонансных частот ($\omega_R^{(1)} = \omega_L/2$, $\omega_R^{(2)} = \omega_L$, индекс l в ближайших формулах пока опустим для упрощения записи), k' – волновой вектор в окрестности резонансной частоты для i -й моды, $a_i(t)$ – “медленные” функции времени, то есть $\dot{a}_\pm \sim \mu a_\pm$. Члены с частотами, отличающимися от ω_R на целое кратное от $2\omega_R - 3\omega_R, 5\omega_R, 7\omega_R$, возникают в следующих порядках по возмущению, поэтому мы их не рассматриваем.

После подстановки решения (14) в систему (10) получится следующее уравнение:

$$\mathbf{X}_a + \mathbf{X}_{\omega_R} = \widehat{M}(k') \mathbf{X}(t, k', y, z) + \widehat{V}(k', t) \mathbf{X}(t, k', y, z),\quad (15)$$

где

$$\begin{aligned}\mathbf{X}_a &= \dot{a}_{i-}(t) \mathbf{X}_i(k') \exp(-i\omega_R t + i\mathbf{k}'\mathbf{r}) + \\ &+ \dot{a}_{i+}(t) \mathbf{X}_i^*(k') \exp(i\omega_R t + i\mathbf{k}'\mathbf{r}) + \\ &+ \dot{a}_{i-}^*(t) \mathbf{X}_i^*(k') \exp(i\omega_R t - i\mathbf{k}'\mathbf{r}) + \\ &+ \dot{a}_{i+}^*(t) \mathbf{X}_i(k') \exp(-i\omega_R t - i\mathbf{k}'\mathbf{r}),\end{aligned}\quad (16)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{X}_{\omega_R} &= -i\omega_R a_{i-}(t) \mathbf{X}_i(k') \exp(-i\omega_R t + i\mathbf{k}'\mathbf{r}) + \\ &+ i\omega_R a_{i+}(t) \mathbf{X}_i^*(k') \exp(i\omega_R t + i\mathbf{k}'\mathbf{r}) + \\ &+ i\omega_R a_{i-}^*(t) \mathbf{X}_i^*(k') \exp(i\omega_R t - i\mathbf{k}'\mathbf{r}) - \\ &- i\omega_R a_{i+}^*(t) \mathbf{X}_i(k') \exp(-i\omega_R t - i\mathbf{k}'\mathbf{r}).\end{aligned}\quad (17)$$

Учитывая, что $\mathbf{X}_i(k')$ и $\mathbf{X}_i^*(k')$ являются собственными векторами \widehat{M} , соответствующими частотам $\omega_i(k')$ и $-\omega_i(k')$, перепишем уравнение (15) в виде

$$\mathbf{X}_a + \mathbf{X}_{\omega_R} - \mathbf{X}_{\omega_k} = \widehat{V}(k', t) \mathbf{X}(t, k', y, z)\quad (18)$$

или

$$\mathbf{X}_a - \frac{\varepsilon(k')}{\omega_R} \mathbf{X}_{\omega_R} = \widehat{V}(k', t) \mathbf{X}(t, k', y, z),\quad (19)$$

где $\varepsilon(k') = \omega(k') - \omega_R$.

Домножим последнее уравнение на $\exp(-i\mathbf{k}'\mathbf{r})$ и проинтегрируем по объему. В результате члены с множителями a_{i-}^* и a_{i+}^* обратятся в нуль. Сделаем упрощения, связанные с записью косинусов и синусов через экспоненты,

$$\begin{aligned}\mathbf{X}_a^{(l)} - \frac{\varepsilon^{(l)}(k')}{\omega_R^{(l)}} \mathbf{X}_{\omega_R}^{(l)} &= (\widehat{V}_+^{(1)}(k') \exp(2i\omega_R^{(1)}t) + \\ &+ \widehat{V}_-^{(1)}(k') \exp(-2i\omega_R^{(1)}t) + \widehat{V}_+^{(2)}(k') \exp(2i\omega_R^{(2)}t) + \\ &+ \widehat{V}_-^{(2)}(k') \exp(-2i\omega_R^{(2)}t)) \mathbf{X}^{(l)}(t),\end{aligned}\quad (20)$$

получим сумму членов с различными показателями экспонент. В силу того, что в матрицу $V(t)$ входят косинусы и синусы $2\omega_R^{(l)}t$, коэффициенты $a_{i-}(t)$

и $a_{i+}(t)$ будут связаны между собой посредством экспонент с одинаковыми показателями $\pm i\omega_R^{(l)}t$. Теперь домножим наши уравнения на $\exp(\pm i\omega_R^{(l)}t)$ и усредним по быстрым осцилляциям. В итоге, после проецирования уравнений на собственный вектор колебаний i -й моды получим систему из двух дифференциальных уравнений первого порядка, связывающих $a_{i-}(t)$ и $a_{i+}(t)$:

$$\dot{a}_{i+}(t) - i\varepsilon^{(l)}(k')a_{i+}(t) = \frac{\langle \mathbf{X}_i^* \widehat{V}_-^{(l)}(\mathbf{k}') \mathbf{X}_i^* \rangle}{|\mathbf{X}_i|^2} a_{i-}(t), \quad (21)$$

$$\dot{a}_{i-}(t) + i\varepsilon^{(l)}(k')a_{i-}(t) = \frac{\langle \mathbf{X}_i \widehat{V}_+^{(l)}(\mathbf{k}') \mathbf{X}_i \rangle}{|\mathbf{X}_i|^2} a_{i+}(t). \quad (22)$$

Система (21) имеет решение, пропорциональное $\exp(\lambda^{(l)}t)$, где $\lambda^{(l)}$ определяется выражением

$$\lambda_{1,2}^{(l)} = \quad (23)$$

$$= \pm \frac{1}{2} \left(\frac{\langle \mathbf{X}_i \widehat{V}_+^{(l)}(\mathbf{k}') \mathbf{X}_i \rangle \langle \mathbf{X}_i^* \widehat{V}_-^{(l)}(\mathbf{k}') \mathbf{X}_i^* \rangle}{|\mathbf{X}_i|^4} - [\varepsilon^{(l)}(k')]^2 \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Резонансу соответствует значение k' , при котором $\varepsilon^{(l)}(k') = 0$. В некоторой области k' вблизи резонанса выражение в скобке положительно, при этом одно из значений $\lambda^{(l)}$ соответствует росту амплитуды колебаний, то есть развитию неустойчивости. Условие медленности выполнено, если $\lambda \ll \omega_R$.

3. Рассмотрим все возможные случаи резонансов. Для каждой моды будут выписаны: закон дисперсии, собственный вектор этого колебания и получающийся инкремент при выполнении условий резонанса.

Первая мода. Закон дисперсии:

$$\omega_1^2 = k^2. \quad (24)$$

Собственный вектор:

$$X_{1-}(k) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -i\omega_1(k) \cos \beta \\ 0 \\ i\omega_1(k)(1 - \cos \beta) \end{pmatrix}.$$

Резонанс на частоте $\omega_L/2$:

$$k' = \pm \omega_L/2. \quad (25)$$

Инкремент:

$$\lambda_1^{(1)} = \mu \frac{\omega_L}{4} \cdot \frac{\sin \beta |1 - 2 \cos \beta|}{2 \cos^2 \beta - 2 \cos \beta + 5} \cdot \sin 2\delta, \quad (26)$$

где δ – угол между направлением волнового вектора и осью z . Максимальный инкремент соответствует направлению:

$$\delta_1^{(0)} = \pi/4. \quad (27)$$

Как видно из формулы (26), инкремент обращается в нуль при волновом векторе, направленном вдоль оси y .

Резонанс на частоте ω_L :

$$k' = \pm \omega_L. \quad (28)$$

В нулевом приближении по дипольной частоте

$$\lambda_1^{(2)} = 0. \quad (29)$$

Конечный инкремент возникает при учете дипольных членов в уравнениях движения. В этом случае резонансное условие выполняется для волнового вектора:

$$k' = \omega_L - \frac{1}{10}(1 + 4 \cos \beta) \frac{\Omega^2}{\omega_L}, \quad (30)$$

а собственный вектор колебания содержит поправки порядка Ω^2/ω_L^2 . С учетом этих поправок инкремент будет равен

$$\lambda_1'^{(2)} = \frac{\mu \Omega^2}{5 \omega_L} \sin^2 \beta \frac{(1 + 4 \cos \beta)^{1/2}}{(1 + \cos \beta)^{1/2}} \times \\ \times |1 - 2 \cos \beta| \frac{\sin^2 \delta}{2 + 2 \cos^2 \beta - 2 \cos \beta}. \quad (31)$$

Максимальный инкремент соответствует направлению

$$\delta_1'^{(0)} = \pi/2. \quad (32)$$

Вторая мода. Закон дисперсии:

$$\omega_2^2 = \frac{1}{2}\omega_L^2 + k^2 - \frac{1}{2}\omega_L \sqrt{\omega_L^2 + 4k^2}. \quad (33)$$

Собственный вектор:

$$X_{2-} = \begin{pmatrix} 1 \\ i \sin \beta \cdot \left(\frac{k^2}{\omega \cdot \omega_2(k)} - \frac{\omega_2(k)}{\omega} \right) \\ 1 - \cos \beta \\ - \frac{k^2}{\omega_2(k)} (\sin^2 \beta) \\ i \sin \beta \cdot \left(\frac{k^2}{\omega} - \frac{\omega_2^2(k)}{\omega} \right) \\ - \frac{k^2}{\omega_2(k)} (\sin^2 \beta) \end{pmatrix}.$$

Резонанс на частоте $\omega_L/2$:

$$k' = \pm \frac{\sqrt{3}\omega_L}{2}. \quad (34)$$

Инкремент (в нулевом приближении по дипольной частоте):

$$\lambda_2^{(1)} = 0. \quad (35)$$

Резонанс на частоте ω_L (с учетом дипольной энергии):

$$k' = \sqrt{2}\omega_L - \frac{2}{15}(1 - \cos\beta)\frac{\Omega^2}{\omega_L}. \quad (36)$$

Инкремент

$$\lambda_2^{(2)} = \frac{2\mu}{5}\frac{\Omega^2}{\omega_L}\sin^2\beta(1 - \cos\beta) \times \frac{\sin^2\delta}{12 - 2\cos\beta - 17\cos^2\beta + 8\cos^4\beta}, \quad (37)$$

максимален при $\delta_2^{(0)} = \pi/2$.

Третья мода. Закон дисперсии:

$$\omega_3^2 = \frac{1}{2}\omega_L^2 + k^2 + \frac{1}{2}\omega_L\sqrt{\omega_L^2 + 4k^2}. \quad (38)$$

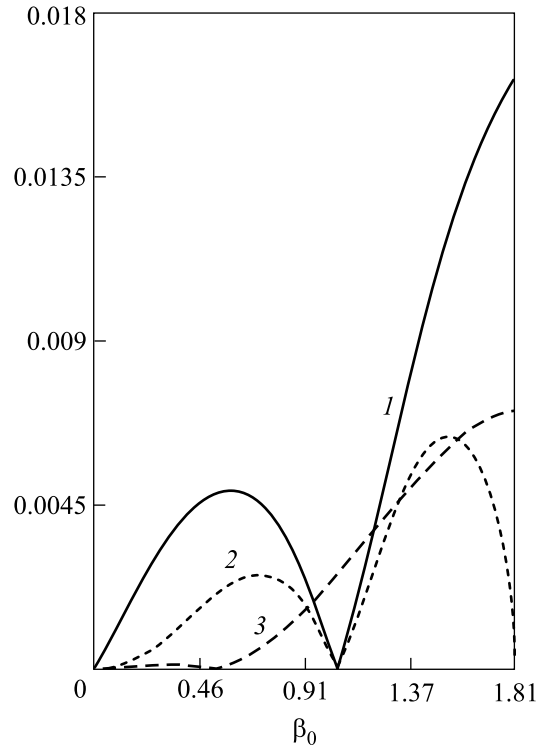
Резонанс на частоте $\omega_L/2$ невозможен, так как частота данной моды для всех k больше ω_L . Резонанс на частоте ω_L также невозможен, так как в окрестности $k = 0$ показатель λ – мнимый.

Из рисунка видно, что при всех углах отклонения намагниченности от равновесного направления существует отличный от нуля инкремент хотя бы для одной из мод колебаний. Определяющую роль играет максимальный инкремент, найденный для первой моды для резонансной частоты $\omega_L/2$.

4. Полученные результаты верны при $T = 0$. При отличной от нуля температуре спиновые волны затухают. Это приводит к появлению температурного порога возникновения неустойчивости. Учет малого затухания можно произвести, подставив в формулу для инкрементов (23) комплексный закон дисперсии. При этом следует заменить $\varepsilon^{(l)}(k')$ на $|\varepsilon^{(l)}(k')|^2$. Для оценки температурного порога неустойчивости следует использовать закон дисперсии с учетом затухания:

$$\omega_i'^2(k) = \omega_i^2(k) - 2iD(T)\omega_L k^2 + O(k^4), \quad (39)$$

где $D(T)$ – коэффициент диффузии. Подставим (39) в измененную формулу (23) при k , удовлетворяющем



Зависимость максимальных инкрементов для двух спин-волновых мод: 1 – $\lambda_1^{(1)}(\beta^{(0)}, \delta_1^{(0)})/\omega_L$ см. (26), 2 – $\lambda_1^{(2)}(\beta^{(0)}, \delta_1^{(0)})/\omega_L$ см. (31), 3 – $\lambda_2^{(2)}(\beta^{(0)}, \delta_2^{(0)})/\omega_L$ см. (38), от угла отклонения намагниченности β_0 в интервале $0 \leq \beta < \theta_0 = \arccos(-1/4)$ при $\Omega/\omega_L = 1/2$

условию резонанса $\text{Re}(\omega(k)) = \omega_R^{(l)}$. После подстановки, учитывая, что $D(T)\omega_L k^2(\omega_R) \ll (\omega_R^{(l)})^2$, получим:

$$\lambda^{(l)}(T) = \frac{1}{2} \left(\lambda_{\max}^2(T=0) - D^2(T) \frac{\omega_L^2 k^4 (\omega_R^{(l)})}{(\omega_R^{(l)})^2} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (40)$$

Эта формула определяет температуру, ниже которой возникает неустойчивость:

$$D(T) = \frac{\lambda_{\max}^{(l)} \omega_R^{(l)}}{\omega_L k^2 (\omega_R)}. \quad (41)$$

Оценим, используя (41), коэффициент диффузии при $T = 0.4T_c$ для первой моды колебаний и для резонансной частоты $\omega_L/2$ при угле отклонения намагниченности 90° :

$$D(T) = \frac{2\lambda_{\max}^{(1)} c_{\parallel}^2}{\omega_L^2} = 0.027 \text{ см}^2/\text{с}, \quad (42)$$

$c_{\parallel} = 2050\sqrt{1 - T/T_c} \approx 1600$ см/с, $c = 3/4$ и давлении 20 бар, $\omega_L = 2.9 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$. Этот результат можно сравнить с экспериментальными данными по измерению

поперечного коэффициента диффузии в $^3\text{He-B}$ [8]. В указанной работе экстраполированное до $0.4T_c$ значение поперечного коэффициента диффузии составляет примерно $0.03 \text{ см}^2/\text{с}$ при давлении 20 бар и ларморовской частоте $2.9 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$. Таким образом, оцененный нами “критический” коэффициент диффузии близок к измеряемому при $0.4T_c$.

5. Из приведенного анализа следует, что при достаточно низких температурах пространственно однородная прецессия спина в $^3\text{He-B}$ должна разрушаться из-за суловской неустойчивости. Взаимодействие прецессии со спиновыми волнами возникает, в основном, из-за анизотропии скоростей спиновых волн. Оценка времени распада прецессии как обратного максимального инкремента нарастания амплитуд спиновых волн дает результаты, не противоречащие наблюдаемым при самых низких температурах. Оценка температурного порога возникновения неустойчивости с использованием имеющихся данных о величине затухания спиновых волн попадает в интервал температур, при которых наблюдается переход от стационарной прецессии к катастрофической релаксации. Это позволяет считать именно суловскую неустойчивость вероятной причиной наблюдаемой катастрофической релаксации. Для того

чтобы сделать предложенное здесь объяснение катастрофической релаксации количественным, следует более точно описывать затухание спиновых волн с учетом направления их распространения. Эта работа ведется.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект # 04-02-16417), Министерства науки и образования РФ и Американского фонда гражданских исследований и развития, грант # RUP1-2632-MO04.

1. Yu. M. Bunkov, V. V. Dmitriev, Yu. M. Mukharsky et al., *Europhysics Lett.* **8**, 645 (1989).
2. Yu. M. Bunkov and V. L. Golo, *J. Low Temp. Phys.* **137**, 625 (2004).
3. H. Suhl, *J. Phys. Chem. Solids* **1**, 209 (1957).
4. T. Matsushita, R. Nomura, H. H. Hensley et al., *J. Low Temp. Phys.* **105**, 67 (1996).
5. T. Ohmi and M. Tsubota, *J. Low Temp. Phys.* **83**, 177 (1991).
6. И. А. Фомин, *ЖЭТФ* **84**, 2109 (1983).
7. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Механика*, М.: Наука, 1988.
8. Yu. M. Bunkov, V. V. Dmitriev, A. V. Markelov et al., *Phys. Rev. Lett.* **65**, 867 (1990).