Письма в ЖЭТФ, том 83, вып. 10, с. 510 – 512

Излучение в конечном состоянии в процессах с рождением заряженных пионов и легких лептонов

Э. А. Кураев[1)], *Ю. М. Быстрицкий*[1)]

Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия

Поступила в редакцию 19 апреля 2006 г.

Предложена дрелл-яновская форма записи ширин распадов тяжелых адронов и сечений рассеяния при высоких энергиях с образованием заряженных пионов и легких лептонов с учетом радиационных поправок на излучение в конечном состоянии в лидирующем логарифмическом приближении. Соответствующие спектральные распределения даны в виде свертки сечения (ширины распада) в борновском приближении со структурными функциями пионов и лептонов. Приведен явный вид структурной функции пиона.

PACS: 67.57.Lm, 76.60.–k

Для прецизионного описания процессов с большим количеством заряженных частиц в конечном состоянии важной является задача учета радиационных поправок (РП), описывающих электромагнитное взаимодействие в конечном состоянии. Такими процессами могут быть процессы с множественным рождением на коллайдерах (адронных, лептонных, лептон-адронных, фотонных), а также процессы распада тяжелых адронов. Разработка достаточно точного метода учета РП является мотивацией нашей работы. Для этой цели мы предлагаем записывать спектральные распределения в духе партонной модели Дрелла–Яна – в виде свертки спектрального распределения в борновском приближении, отвечающей жесткой части подпроцесса, со структурными функциями (или же функциями фрагментации) конечных заряженных частиц. Несинглетный вклад в структурные функции заряженных частиц описывают в партонных терминах – это есть вероятность найти исходную частицу в струе, порождаемой ею, состоящей из фотонов и этой частицы. Эти структурные функции в лидирующем приближении $D(z, L)$ представляют собой функции от доли энергии конечной частицы z и содержат в качестве параметра так называемый "большой логарифм" L, который для процессов на коллайдерах есть логарифм отношения полной энергии в системе центра инерции $2E$ к массе заряженной частицы m, то есть $L = \ln\left(s/m^2\right)$, где $s = 4E^2$. Для опытов по глубоконеупругому рассеянию (DIS) это $L = \ln\left(Q^2/m^2\right)$, для случая распада тяжелого адрона массы M – $L = \ln\left(M^2/m^2\right)$. Этот параметр остается достаточно большой величиной, даже если заряженные частицы – пионы. Метод расчета со структурными функциями основан на использовании уравнений группы перенормировок, записанных в форме уравнений эволюции [1, 2]. В литературе известны структурные функции легких лептонов [2] (электронов, позитронов и мюонов). Что же касается структурной функции пионов, то она прежде не рассматривалась.

Недавний анализ процессов $e\bar{e} \to \mu\bar{\mu}(\gamma)$, $e\bar{e} \to \pi\bar{\pi}(\gamma)$ с учетом радиационных поправок на испускание дополнительных жестких фотонов в конечном состоянии [3] показал, что в лидирующем логарифмическом приближении спектральное распределение по доле энергии конечного фотона $\nu = 2\omega/\sqrt{s}$ имеет вид (для случая $m^2/s \ll \nu < 1$)

$$\frac{d\sigma^{e\bar{e}\to\mu\bar{\mu}\gamma}}{d\nu} = \sigma^{e\bar{e}\to\mu\bar{\mu}}(s)\ \frac{\alpha}{\pi}\ \frac{1+(1-\nu)^2}{\nu}\ L, \qquad (1)$$

$$\frac{d\sigma^{e\bar{e}\to\pi\bar{\pi}\gamma}}{d\nu} = \sigma^{e\bar{e}\to\pi\bar{\pi}}(s)\ \frac{2\alpha}{\pi}\ \frac{1-\nu}{\nu}\ L, \qquad (2)$$

где $\sigma^{e\bar{e}\to\mu\bar{\mu}}(s) = 4\alpha^2\pi/3s$ и $\sigma^{e\bar{e}\to\pi\bar{\pi}}(s) = \pi\alpha^2/3s$ – соответствующие борновские сечения, $L = \ln(s/m^2)$ – большой логарифм, где m – масса конечного пиона или мюона, а s – полная инвариантная масса. В этой работе также было показано, что вклад РП в полное сечение (включая излучение виртуальных и реальных мягких фотонов) не содержит больших логарифмов L (то есть не содержит массовых сингулярностей и остается при $m \to 0$).

Учитывая также излучение мягких реальных и виртуальных фотонов, можно видеть, что результирующее выражение для спектрального распределения, полученного в [3], согласуется в низшем порядке с формой Дрелла–Яна:

[1)]e-mail: kuraev@theor.jinr.ru, bystr@theor.jinr.ru

$$\frac{d\sigma^{e\bar{e}\to l\bar{l}}}{d\nu_+ d\nu_-} = \int\limits_{\nu_+}^{1} \frac{dy_+}{y_+} \int\limits_{\nu_-}^{1} \frac{dy_-}{y_-} \, \frac{d\sigma_0^{e\bar{e}\to l\bar{l}}}{dy_+ dy_-} \times$$
$$\times\, D^l\left(\frac{\nu_+}{y_+}, L\right) D^{\bar{l}}\left(\frac{\nu_-}{y_-}, L\right), \qquad l = e^{\pm}, \pi^{\pm}, \qquad (3)$$

где $\nu_\pm = 2E_\pm/\sqrt{s}$ – доли энергии конечных лептонов или пионов $(e^\pm, \pi^\pm)$, а $d\sigma_0^{e\bar{e}\to l\bar{l}}/dy_+dy_-$ – сечение процесса $e\bar{e} \to l\bar{l}$ в борновском приближении (без РП); $D^l(z,L)$ – несинглетная структурная функция соответствующей частицы l, которая имеет стандартный вид решения уравнения эволюции для матричных элементов оператора твиста 2:

$$D^l(z,L) = \delta(1-z) + \frac{\alpha}{2\pi} L\, P^l_{(1)}(z) +$$
$$+ \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha}{2\pi}L\right)^2 P^l_{(2)}(z) + \cdots +$$
$$+ \frac{1}{n!}\left(\frac{\alpha}{2\pi}L\right)^n P^l_{(n)}(z) + \cdots, \qquad (4)$$

где $P^l_{(n)}(z)$ – ядра уравнения эволюции для коррелятора твиста 2 [1, 2]. Если частица l является легким лептоном, то [2]

$$P^{e^+}_{(1)}(z) = P^{e^-}_{(1)}(z) = \left(\frac{1+z^2}{1-z}\right)_+ =$$
$$= \lim_{\Delta\to 0}\left[\left(2\ln\Delta + \frac{3}{2}\right)\delta(1-z) + \right.$$
$$\left. + \,\theta(1-z-\Delta)\frac{1+z^2}{1-z}\right], \qquad (5)$$

в случае же, если частица l – заряженный пион, то

$$P^{\pi^+}_{(1)}(z) = P^{\pi^-}_{(1)}(z) = \left(\frac{2z}{1-z}\right)_+ =$$
$$= \lim_{\Delta\to 0}\left[(2\ln\Delta + 2)\,\delta(1-z) + \right.$$
$$\left. + \,\theta(1-z-\Delta)\frac{2z}{1-z}\right]. \qquad (6)$$

Ядра более высоких порядков могут быть вычислены по формуле

$$P_{(n)}(z) = \int\limits_z^1 \frac{dx}{x}\, P_{(n-1)}(x)\, P_{(1)}\left(\frac{z}{x}\right), \quad n = 2, \cdots. \quad (7)$$

Используя свойство

$$\int\limits_0^1 dz\, P^l_{(1)}(z) = 0 \qquad \to \qquad \int\limits_0^1 dz\, D(z,L) = 1, \quad (8)$$

$$\int\limits_0^1 dx \int\limits_x^1 \frac{dy}{y}\, D\left(\frac{x}{y}, L\right)\Phi(y) = \int\limits_0^1 dy\, \Phi(y), \qquad (9)$$

можно убедиться, что сечение, будучи проинтегрированным по долям энергии конечных частиц $\{x_i\}$, уже не содержит большого логарифма L, то есть оказывается свободным от массовых сингулярностей (конечно, в пределе $m \to 0$). Этот факт согласуется с теоремой Киношиты–Ли–Науенберга [4].

Основываясь на теореме Коллинза о факторизации вкладов малых и больших расстояний [5], можно обобщить наш результат на случай учета РП связанных с излучением в конечном состоянии (излучение виртуальных и реальных фотонов конечными частицами). В случае рождения легких лептонов и заряженных пионов в процессах столкновения частиц a и b имеем

$$\frac{d\sigma^{ab\to l_1\cdots l_n X}}{dx_1\cdots dx_n} = \int\limits_{x_1}^1 \frac{dy_1}{y_1} \cdots \int\limits_{x_n}^1 \frac{dy_n}{y_n}\, \frac{d\sigma_B^{ab\to l_1\cdots l_n X}}{dy_1\cdots dy_n} \times$$
$$\times\, D^{l_1}\left(\frac{x_1}{y_1}, L_{l_1}\right) \cdots D^{l_n}\left(\frac{x_n}{y_n}, L_{l_n}\right) \times$$
$$\times\left(1 + \frac{\alpha}{\pi}K\right), \qquad (10)$$

где $L_l = \ln\left(s/m_l^2\right)$. В случае распада тяжелого адрона H с массой M имеем

$$\frac{d\Gamma^{H\to l_1\cdots l_n X}}{dx_1\cdots dx_n} = \int\limits_{x_1}^1 \frac{dy_1}{y_1} \cdots \int\limits_{x_n}^1 \frac{dy_n}{y_n}\, \frac{d\Gamma_B^{H\to l_1\cdots l_n X}}{dy_1\cdots dy_n} \times$$
$$\times\, D^{l_1}\left(\frac{x_1}{y_1}, L_{l_1}\right) \cdots D^{l_n}\left(\frac{x_n}{y_n}, L_{l_n}\right) \times$$
$$\times\left(1 + \frac{\alpha}{\pi}K\right), \qquad (11)$$

где $L_l = \ln\left(M^2/m_l^2\right)$. K – это так называемый K-фактор, который содержит нелидирующие слагаемые, то есть не содержит больших логарифмов L_l. Вид K-фактора зависит от процесса.

Подобная форма спектра была получена в работе [6] для ширины радиационного распада пиона.

С помощью метода моментов [2] можно получить сглаженную форму для пионной структурной функции (похожее выражение для лептонной структурной функции дано в [2]):

$$D^{\pi^+}(z,L) = D^{\pi^-}(z,L) =$$
$$= \frac{\beta}{2}(1-z)^{\frac{\beta}{2}-1}\left(1 + \frac{\beta}{2}\right) - \frac{\beta}{2} + O\left(\beta^2\right), \quad (12)$$

где $\beta = \frac{2\alpha}{\pi}L$.

Основными результатами этой статьи являются формулы (6), (10), (11) и (12). Они удобны для численных расчетов. Их точность определяется величиной K-фактора и систематически отбрасываемыми слагаемыми порядка m^2/s:

$$\max\left\{\frac{m^2}{s}L, \left(\frac{\alpha}{\pi}K\left(\frac{\alpha}{\pi}L\right)^n\right)\right\} \sim 0.5\%, \qquad (13)$$

где $L \sim 15-20$, $|K| \sim 1$. То есть точность этого метода достаточно высока. Мы опустили синглетную часть структурных функций, поскольку она подавлена дополнительным множителем $\left(\frac{\alpha}{\pi}L\right)^2 \sim 0.01$.

Выражения типа (10), (11) могут быть применены для описания множественного образования струй, летящих в системе центра инерции на большие углы.

Авторы выражают благодарность А.Б. Арбузову за полезные обсуждения и помощь.

1. G. Altarelli and G. Parisi, Nucl. Phys. B **126**, 298 (1977).
2. E. A. Kuraev and V. S. Fadin, Sov. J. Nucl. Phys. **41**, 466 (1985) [Yad. Fiz. **41**, 733 (1985)].
3. Y. M. Bystritskiy, E. A. Kuraev, G. V. Fedotovich, and F. V. Ignatov, Phys. Rev. D **72**, 114019 (2005), arXiv:hep-ph/0505236.
4. T. Kinoshita, J. Math. Phys. **3**, 650 (1962); T. D. Lee and M. Nauenberg, Phys. Rev. **133**, B1549 (1964).
5. J. C. Collins, D. E. Soper, and G. Sterman, Phys. Lett. B **134**, 263 (1984).
6. E. A. Kuraev, JETP Lett. **65**, 127 (1997), arXiv:hep-ph/9611294.