

Пороговые явления в сечениях атомных фотопроцессов в сильном лазерном поле

Н. Л. Манаков¹⁾, М. В. Фролов

Воронежский государственный университет, 394006 Воронеж, Россия

Поступила в редакцию 11 мая 2006 г.

На основе теории эффективного радиуса в методе комплексных квазиэнергий для описания слабо-связанного электрона в лазерном поле показано существенное (резонансно-подобное) увеличение сечений надпороговой ионизации и генерации высших гармоник лазерного излучения при изменении интенсивности поля вблизи порога одного из каналов многофотонной ионизации. Зависимость эффектов усиления от орбитального момента связанного электрона показывает, что эти эффекты обусловлены модифицированными сильным лазерным полем пороговыми явлениями в сечениях многоканальных реакций.

PACS: 32.80.Qk, 34.50.Rk, 42.65.Ky

Наиболее важными нелинейными эффектами во взаимодействии сильного лазерного поля с атомами являются эффекты высокоэнергетического плато в спектрах фотоэлектронов при надпороговой ионизации (НПИ) и в выходе гармоник при генерации высших гармоник (ГВГ) лазерного излучения газами, то есть слабая зависимость сечений НПИ и ГВГ от числа n поглощаемых фотонов в широком интервале значений n . Существование платообразных структур подтверждается многочисленными экспериментами, а физический механизм их возникновения основан на квазиклассической модели “перерассеяния”, согласно которой даже после перехода в континуум (например, посредством туннелирования) атомный электрон может удерживаться сильным осциллирующим полем вблизи родительского атома и продолжать набирать энергию в результате перерассеяния на потенциале атомного остова $U(\mathbf{r})$ в присутствии световой волны (см. подробнее в [1]). Эффекты плато в значительной степени определяют характер взаимодействия фемтосекундных импульсов с интенсивностью $I \gtrsim 10^{14}$ Вт/см² с газовыми средами, а процесс ГВГ в этом режиме используется для генерации когерентного ВУФ излучения [2], а также даёт уникальную возможность генерации ультракоротких импульсов аттосекундной длительности [3]. Поэтому представляет интерес вопрос о способах контроля (в частности, усиления) выхода электронов и фотонов в области плато путем изменения параметров лазерного излучения. Для относительно длинных (десятки фемтосекунд) лазерных импульсов таким параметром является интенсивность. В целом ряде экспериментов [4]

была обнаружена существенная модификация структуры плато (в частности, резонансно-подобное усиление группы пиков в спектрах НПИ и ГВГ) при незначительном изменении интенсивности. Однако к настоящему времени нет однозначной теоретической интерпретации этих результатов, поскольку последовательный квантовый анализ эффектов плато весьма затруднителен ввиду необходимости точного (непертурбативного) учёта взаимодействия активного электрона как с потенциалом $U(\mathbf{r})$, так и со световым полем. Такой анализ возможен лишь путем численного решения нестационарного уравнения Шредингера (см., напр., [5, 6]) и не может быть выполнен до конца аналитически даже для точно решаемых квантовых моделей, предполагающих короткодействующий характер потенциала $U(\mathbf{r})$ [7, 8].

Усиление электронных пиков в спектре НПИ при определенных интенсивностях, установленное в [5] на основе прямых численных расчетов, интерпретируется авторами как результат зависящей от интенсивности конструктивной интерференции перерассеянных электронных волновых пакетов, образующихся в разные моменты времени действия лазерного импульса. Напротив, в работе [6] также на основе численного анализа делается вывод, что усиления имеют чисто резонансную природу и связаны с многофотонными резонансами на лазерно-индуцированных квазисвязанных состояниях (ЛИС), отсутствующих в спектре потенциала $U(\mathbf{r})$. Однако в [6] численно интегрировалось одномерное уравнение Шредингера, а в трехмерных задачах существование ЛИС не является строго доказанным (во всяком случае, они отсутствуют для потенциалов $U(r)$ с конечным радиусом действия [9]). В [10] предлагается квазиклас-

¹⁾e-mail: manakov@phys.vsu.ru

сическая интерпретация усиления в спектрах НПИ и ГВГ как результата интерференции большого числа классических траекторий электрона в лазерном поле, которая оказывается наиболее эффективной при интенсивностях, соответствующих закрытию одного из каналов многофотонной ионизации. Более детальный квазиклассический анализ в [11] показал, что такой интерференционный механизм усиления в спектрах НПИ возможен только при закрытии *четного* ($n = 2k$) канала n -фотонной ионизации.

В работах [7] наличие усиления в спектрах НПИ и ГВГ при закрытии четного канала ионизации было установлено на основе точно решаемой задачи о квазистационарном квазиэнергетическом состоянии (ККЭС) электрона в потенциале нулевого радиуса (ПНР) и поле световой волны. Из [7] следует, что эффекты усиления имеют квантовую природу и обусловлены пороговыми явлениями в сечениях многоканальных реакций для случая короткодействующих потенциалов [12, 13]. Действительно, аналогично S -матричному рассмотрению пороговых явлений в столкновительных задачах [12, 13], анализ аналитических свойств амплитуд НПИ и ГВГ в [7] показывает, что они имеют особенности (точки ветвления типа \sqrt{z}) при закрытии четного канала ионизации (поскольку именно в этом случае минимальный орбитальный момент электрона в закрывающемся канале равен нулю). Следовательно, сечения в открытых каналах должны иметь пороговые особенности, обсуждаемые в [12, 13]. Как показывают точные численные расчеты в модели ПНР [7], для сечений НПИ и ГВГ в области плато реализуется пороговая зависимость в виде заостренного вверх пика (“cusp”), что и приводит к эффектам усиления в спектрах НПИ и ГВГ. Поскольку модель ПНР применима только для описания связанного состояния с нулевым орбитальным моментом, результаты [7] качественно согласуются с квазиклассическим интерференционным механизмом [11], согласно которому усиления возникают только при закрытии четных каналов ионизации. (Фактически, анализ в [11] дает квазиклассическую интерпретацию квантовых пороговых явлений в низкочастотном приближении, $\omega \ll (|E_0|/\hbar)$, где $|E_0|$ – энергия связи электрона.) Ответ на вопрос, насколько общим является пороговый механизм усиления, можно получить из анализа пороговых явлений для начального p -состояния связанного электрона: в этом случае, согласно дипольным правилам отбора, фотон-электрон может иметь нулевой орбитальный момент только при поглощении нечетного числа фотонов и, следовательно, пороговые усиления (если таковые будут иметь место, то есть пороговые зависимости се-

чений будут иметь форму “cusp”) должны возникать при закрытии нечетного канала ионизации.

В настоящей заметке приведены результаты квантового анализа эффектов плато и пороговых явлений в спектрах НПИ и ГВГ для более реалистичной по сравнению с ПНР модели [8], основанной на теории эффективного радиуса в формализме ККЭС и позволяющей рассматривать слабосвязанные состояния с ненулевым орбитальным моментом l . В качестве примера выбран отрицательный ион фтора F^- с валентным p -электроном²⁾ ($|E_0| = 3.4$ эВ) в световом поле с $\lambda = 1064$ нм ($\hbar\omega = 1.16$ эВ). Установлено, что при закрытии нечетных каналов n -фотонной ионизации в спектрах НПИ и ГВГ возникают гигантские (более, чем на порядок) усиления отдельных групп пиков в области плато, указывающие на общий характер чисто квантовых, пороговых явлений в сильном световом поле и их важность для анализа спектров нелинейных фотопроцессов.

Метод расчета. Для описания связанного состояния $\psi_0(\mathbf{r}) = \varphi_{\kappa l}(r)Y_{lm_l}(\hat{\mathbf{r}})$ с энергией $E_0 = -\hbar^2\kappa^2/2m$ в потенциале $U(r)$ в поле световой волны с напряженностью $\mathbf{F}(t) = \{0, 0, F \cos(\omega t)\}$ мы используем формализм ККЭС (см., например, [15]), в котором волновая функция ККЭС $\Psi_\epsilon(\mathbf{r}, t) = \exp(-i\epsilon t/\hbar)\Phi_\epsilon(\mathbf{r}, t)$, соответствующего $\psi_0(\mathbf{r})$, определяется из задачи на собственные значения

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + U(r) + V(\mathbf{r}, t) - i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\right)\Phi_\epsilon(\mathbf{r}, t) = \epsilon\Phi_\epsilon(\mathbf{r}, t) \quad (1)$$

для комплексной квазиэнергии $\epsilon = \text{Re}\epsilon - i\hbar\Gamma/2$, где $\text{Re}\epsilon - E_0$ дает штарковский сдвиг, а Γ – полную вероятность распада состояния $\psi_0(\mathbf{r})$ в единицу времени; $V(\mathbf{r}, t) = |e|zF \cos(\omega t)$, а периодическая по времени функция $\Phi_\epsilon(\mathbf{r}, t)$ имеет асимптотику расходящихся волн в открытых каналах n -фотонной ионизации: $(n\hbar\omega + \text{Re}\epsilon - u_p) > 0$, где $u_p = e^2F^2/4m\omega^2$ – средняя колебательная энергия электрона в поле.

Для слабосвязанного состояния в короткодействующем потенциале ($\kappa r_c \ll 1$, где r_c – радиус действия $U(r)$) анализ уравнения (1) существенно упрощается [8]. Аналогично анализу квазистационарных состояний слабосвязанной частицы в стационарных внешних полях [16, 17]³⁾, упрощение связано с воз-

²⁾Первый эксперимент по наблюдению эффектов перераспределения в отрицательных ионах галогенов (при двухэлектронной ионизации F^- фемтосекундным импульсом) выполнен в [14].

³⁾В [17] рассмотрен и случай светового поля с круговой поляризацией, для которого задача сводится к стационарной в системе координат, вращающейся с частотой поля. Укажем, что в этом случае эффекты плато в НПИ не возникают, а процесс ГВГ запрещен дипольными правилами отбора.

возможностью записи универсального граничного условия для $\Phi_\epsilon(\mathbf{r}, t)$ при малых r ($r_c \lesssim r \ll \kappa^{-1}$). Ввиду периодичности $\Phi_\epsilon(\mathbf{r}, t)$, указанное граничное условие содержит коэффициенты Фурье некоторой периодической функции $f_\epsilon(t) = \sum_k f_k e^{-i2k\omega t}$ и имеет вид [8]:

$$\Phi_\epsilon(\mathbf{r}, t) \approx Y_{lm_l}(\hat{\mathbf{r}}) \sum_k [r^{-l-1} + \dots + B_l(\epsilon + 2k\hbar\omega)(r^l + \dots)] f_k e^{-i2k\omega t}, \quad (2)$$

где коэффициент $B_l(E)$ параметризуется в соответствии с теорией эффективного радиуса [18]:

$$(2l-1)!!(2l+1)!!B_l(E) = -1/a_l + r_l m E / \hbar^2. \quad (3)$$

a_l и r_l – длина рассеяния и эффективный радиус, которые могут быть выражены [13] через κ и коэффициент $C_{\kappa l}$ в асимптотике $\psi_0(\mathbf{r})$ при $r \rightarrow \infty$:

$$\varphi_{\kappa l}(r \gg \kappa^{-1}) \approx C_{\kappa l} r^{-1} \exp(-\kappa r).$$

Решение уравнения (1) вне области действия потенциала $U(r)$ можно составить из волновых функций свободного электрона в световом поле. Такое решение, имеющее асимптотику расходящихся волн при $r \rightarrow \infty$ и удовлетворяющее граничному условию (2) при малых r , имеет вид [8] (ср. с [16, 17])

$$\Phi_\epsilon(\mathbf{r}, t) = -\frac{2\pi\hbar^2}{m} \lim_{\mathbf{r}' \rightarrow 0} \mathcal{Y}_{lm_l}(\nabla_{\mathbf{r}'} \times \int_{-\infty}^t G^{(+)}(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', t') f_\epsilon(t') e^{i\epsilon(t-t')/\hbar} dt', \quad (4)$$

где $G^{(+)}(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', t')$ – запаздывающая функция Грина электрона в световой волне, имеющая известный фейнмановский вид. Дифференциальный оператор в (4) получается из шаровой функции $\mathcal{Y}_{lm_l}(\mathbf{r}')$ заменой $\mathbf{r}' \rightarrow \nabla_{\mathbf{r}'}$. Сшивание проекции $\Phi_\epsilon(\mathbf{r}, t)$ в (4) на сферическую функцию $Y_{lm_l}(\hat{\mathbf{r}})$ с (2) в области малых r дает одномерное интегро-дифференциальное уравнение для функции $f_\epsilon(t)$ и ϵ , которое эквивалентно системе линейных однородных уравнений для коэффициентов f_k и допускает точный численный анализ в широкой области значений F и ω [8].

При известных ϵ и f_k амплитуда \mathcal{A}_n n -фотонной ионизации определяется асимптотикой функции (4) при $r \rightarrow \infty$ и выражается в виде ряда по k из произведений коэффициентов f_k и простой комбинации обобщенных функций Бесселя (явный вид \mathcal{A}_n для случая

p -состояния $\psi_0(\mathbf{r})$ см. в [8]⁴); для s -состояний и $r_0 = 0$ \mathcal{A}_n совпадает с результатом для модели ПНР [19]). Функция $f_\epsilon(t)$ содержит всю информацию об эффектах высших порядков по потенциалу $U(r)$ (эффектах “перерасеяния”) во взаимодействии электрона с полем; в частности, плато в спектрах НПИ обусловлено аналогичными платообразными структурами в зависимости f_k от k [19], а приближение $f_k = f_0 \delta_{k0}$, $\epsilon = E_0$ соответствует приближению Келдыша [20] в теории многофотонной ионизации. В этом приближении амплитуда \mathcal{A}_n эрмитова, в то время как комплексные коэффициенты $f_k = f_k(F)$, а с ними и точная амплитуда \mathcal{A}_n , имеют особенности (точки ветвления типа $[(u_p - \epsilon)/(\hbar\omega) - q]^{p+1/2}$, где $p = 0, 1, 2, \dots$, а $q = 1, 2, \dots$) при комплексных (ввиду комплексности ϵ) значениях F , соответствующих закрытию канала q -фотонной ионизации; p имеет смысл орбитального момента электрона в закрываемом канале. Согласно общей теории [12, 13], следствием неаналитичности амплитуды являются пороговые явления в сечениях, которые проявляются наиболее ярко при $p = 0$. Амплитуда генерации N -й гармоники ($N = 2n + 1$), определяемая компонентой Фурье дипольного момента на частоте $\Omega = N\omega$, выражается через динамическую поляризуемость в слабом (пертурбативном) поле частоты Ω , которая связана с комплексной квазиэнергией в бихроматическом поле с частотами ω и Ω согласно теореме Гелмана–Фейнмана для ККЭС [21] (детали расчетов сечений ГВГ будут опубликованы отдельно).

Результаты и обсуждение: Процессы генерации гармоник частоты $\Omega = N\omega$ и n -фотонной НПИ с различными N и n представляют различные каналы многофотонного взаимодействия электрона в связанном состоянии $\psi_0(\mathbf{r})$ со световым полем, причем все эти процессы происходят на фоне открытого канала ионизации с поглощением минимального (порогового) числа фотонов n_0 , необходимых в соответствии с законом сохранения энергии: $n_0 \hbar\omega + \text{Re} \epsilon - u_p \equiv E_{n_0} > 0$. При увеличении интенсивности поля I до порогового значения I_{n_0} , при котором энергия фотона электрона E_{n_0} обращается в нуль, канал n_0 -фотонной ионизации закрывается (в основном, из-за увеличения u_p), а в сечениях ГВГ и n -фотонной НПИ с $n \geq n_0 + 1$ возникают пороговые явления.

Пороговые эффекты проявляются и в зависимости от интенсивности полной вероятности ионизации Γ ,

⁴Ниже в численных расчетах мы учитываем лишь переходы из состояния $\psi_0(\mathbf{r})$ с нулевой проекцией орбитального момента на направление поляризации поля, поскольку вероятности переходов из состояний с $m_l = \pm 1$ пренебрежимо малы [8].

которая представляет собой сумму (от n_0 до ∞) вероятностей Γ_n n -фотонной ионизации. Однако эти эффекты обусловлены, в основном, выпадением из суммы слагаемых с $n = n_0$, дающих основной вклад в Γ при $I < I_{n_0}$ (см. рис.1). Пороговое поведение этих

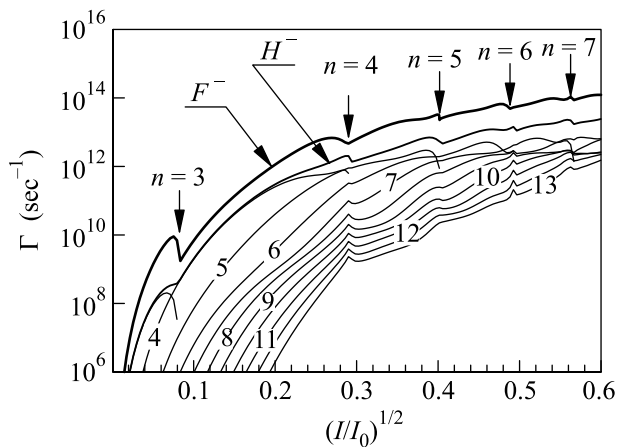


Рис.1. Зависимость Γ для ионов F^- и H^- от интенсивности лазерного поля с $\hbar\omega = 0.343|E_0|$ ($\hbar\omega = 1.16$ эВ для F^- и 0.258 эВ для H^-). Интенсивность I_0 для F^- и H^- равна, соответственно, $1.37 \cdot 10^{14}$ Вт/см² и $1.50 \cdot 10^{12}$ Вт/см². Тонкие линии – вероятности Γ_n для H^- с $n = 3 - 13$. Стрелками указаны пороговые интенсивности I_n ($n = 3, \dots, 7$)

слагаемых следует из порогового закона Вигнера [22] для случая короткодействующих потенциалов

$$\Gamma_n \sim |n\hbar\omega + \epsilon - u_p|^{l_{\min}+1/2}, \quad (5)$$

где l_{\min} – минимальный орбитальный момент электрона после поглощения n фотонов. Согласно дипольным правилам отбора, $l_{\min} = 0$ при четном n для ионизации из s -состояния $\psi_0(\mathbf{r})$ и нечетном n при ионизации из p -состояния $\psi_0(\mathbf{r})$. На рис.1 видно различие в чередовании поведения Γ в области $I \approx I_n$ в зависимости от четности закрывающегося канала для ионов H^- и F^- со слабосвязанным s - и p -электроном, соответственно. (Отметим, что вигнеровские пороговые эффекты в Γ имеют место и при круговой поляризации поля [23], хотя в этом случае поведение Γ при $I \approx I_n$ более плавное, поскольку $l_{\min} = n$.)

В полной вероятности пороговые особенности Базя проявляются слабо, поскольку Γ определяется в основном надпороговыми каналами с малыми n ($n \gtrsim n_0$), соответствующими низкоэнергетической части спектра НПИ (см. “парциальные” n -фотонные вероятности Γ_n для H^- на рис.1). Эта область спектра достаточно хорошо описывается приближением Келдыша (см. [1, 19], а также рис.2а), в котором ампли-

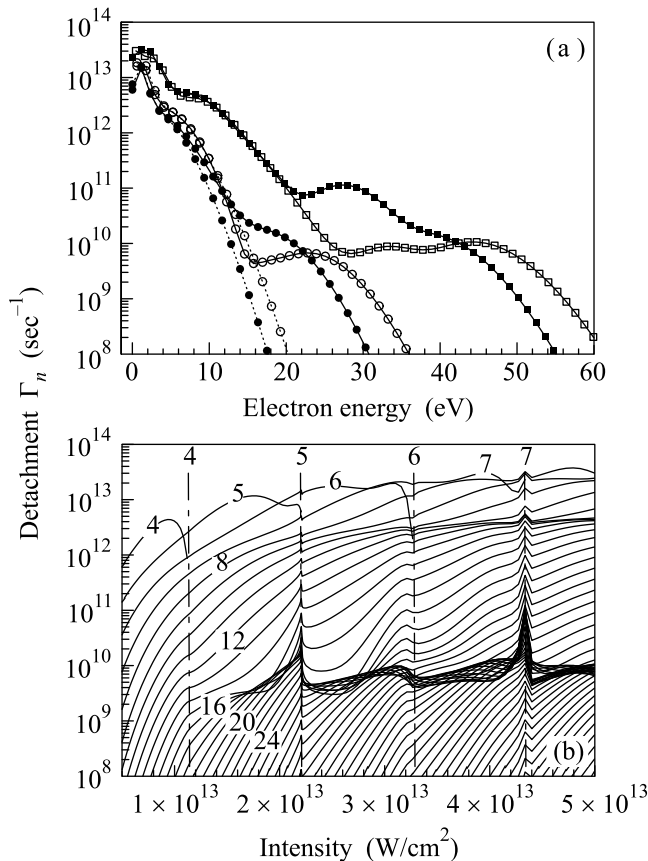


Рис.2. (а) Энергетический спектр НПИ иона F^- (проинтегрированный по углам вылета электронов) для четырех значений интенсивности I лазерного поля с $\lambda = 1064$ нм (в единицах 10^{13} Вт/см²): черные кружки – $I = I_5 = 2.21$; светлые – $I = 2.74$; черные квадраты – $I = I_7 = 4.34$; светлые квадраты – $I = 5.00$. Точки, соединенные пунктирными линиями – приближение Келдыша. (б) Зависимость вероятностей Γ_n n -фотонной НПИ иона F^- от интенсивности поля с $\lambda = 1064$ нм. Штрих-пунктирные линии указывают пороговые интенсивности I_n ($n = 4, \dots, 7$)

туда \mathcal{A}_n эрмитова и пороговые явления вообще не возникают. Для высокоэнергетической части спектра НПИ с $n \gg n_0$ (в области плато) ситуация кардинально меняется: в этом случае вероятности Γ_n целиком определяются эффектами перераспределения электрона на атомном острове в присутствии сильного поля [8], то есть комплексными коэффициентами f_k , которые фактически описывают связь между различными каналами ионизации, обусловленную эффектами высшего порядка по потенциалу $U(r)$. Существенные пороговые усиления в энергетическом спектре НПИ показаны на рис.2а для четырех значений интенсивности: двух пороговых (I_5 и I_7) и двух близких к ним. Детальная зависимость Γ_n от интенсивности приведена на рис.2б в широком интерва-

ле n (область сгущения линий определяет интервал n , в котором образуется платообразная структура в спектре НПИ). Как видно, для p -состояний пороговые особенности в области плато имеют форму “cusp” при закрытии нечетного канала ионизации, в отличие от ионизации из s -состояний [7] (см. также рис.1), когда такие особенности возникают при закрытии четного канала. Численные результаты для выхода гармоник при тех же интенсивностях, что и на рис.2а, приведены на рис.3 и демонстрируют ту же картину пороговых явлений, что и в спектре НПИ.

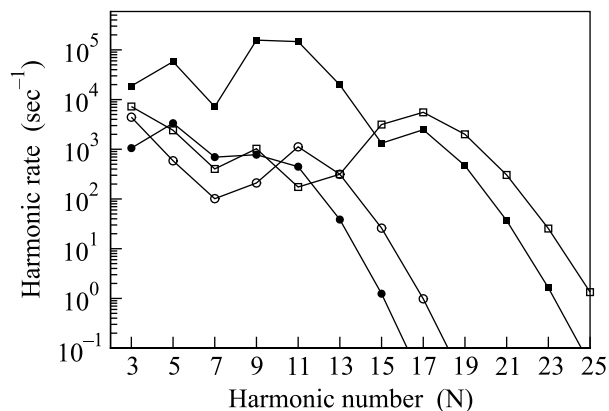


Рис.3. Зависимость выхода N -й гармоники от N для иона F^- при четырех значениях интенсивности лазерного поля с $\lambda = 1064$ нм, как на рис.2а

Итак, непертурбативный учет взаимодействия электрона как с полем световой волны, так и с короткодействующим потенциалом показывает, что пороговые усиления сечений фотопроцессов в области плато имеют универсальный характер и не зависят от пространственной симметрии начального связанного состояния. Эти пороговые явления существенны для понимания нелинейных эффектов во взаимодействии связанного электрона с сильным полем и позволяют значительно увеличить выход фотонов и электронов в области плато путем варьирования интенсивности поля. Хотя приведенные выше количественные результаты относятся к случаю отрицательных ионов, можно ожидать, что пороговые явления для потенциалов $U(r)$ с кулоновской асимптотикой также должны приводить к существенной модификации сечений атомных фотопроцессов при закрытии низших каналов n -фотонной ионизации.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект # 04-02-16350) и гранта Президента РФ # МК-1075.2005.2.

1. W. Becker, F. Grabson, R. Kopold et al., Adv. At. Mol.

Opt. Phys. **48**, 35 (2002).

2. T. Brabec and F. Krausz, Rev. Mod. Phys. **72**, 545 (2000).
3. P. Agostini and L. F. DiMauro, Rep. Progr. Phys. **67**, 813 (2004).
4. P. Hansch, M. A. Walker, and L. D. Van Woerkom, Phys. Rev. A **55**, R2535 (1997); M. P. Hertlein, P. H. Bucksbaum, and H. G. Muller, J. Phys. B **30**, L197 (1997); E. S. Toma, Ph. Antoine, A. de Bohan, and H. G. Muller, J. Phys. B **32**, 5843 (1999); E. Cormier, D. Garzella, P. Breger et al., J. Phys. B **34**, L9 (2001); G. G. Paulus, F. Grabson, H. Walther et al., Phys. Rev. A **64**, 021401(R) (2001).
5. H. G. Muller and F. C. Kooiman, Phys. Rev. Lett. **81**, 1207 (1998).
6. J. Wassaf, V. Vénier, R. Taïeb, and A. Maquet, Phys. Rev. Lett. **90**, 013003 (2003).
7. B. Borca, M. V. Frolov, N. L. Manakov, and A. F. Starace, Phys. Rev. Lett. **88**, 193001 (2002); B. Borca, A. F. Starace, A. V. Flegel et al., Phys. Rev. A **65**, 051402(R) (2002).
8. M. V. Frolov, N. L. Manakov, E. A. Pronin, and A. F. Starace, Phys. Rev. Lett. **91**, 053003 (2003); J. Phys. B **36**, L419 (2003).
9. R. M. Potvliege, Phys. Rev. A **62**, 013403 (2000).
10. R. Kopold, W. Becker, M. Kleber, and G. G. Paulus, J. Phys. B **35**, 217 (2002).
11. S. V. Popruzhenko, Ph. A. Korneev, S. P. Goreslavski, and W. Becker, Phys. Rev. Lett. **89**, 023001 (2002).
12. А. И. Базь, ЖЭТФ **33**, 923 (1957).
13. А. И. Базь, Я. Б. Зельдович, А. М. Переломов, *Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике*, М.: Наука, 1971.
14. J. Pedregosa-Gutierrez, P. A. Orr, J. B. Greenwood et al., Phys. Rev. Lett. **93**, 223001 (2004).
15. N. L. Manakov, V. D. Ovsiannikov, and L. P. Rapoport, Phys. Rep. **141**, 319 (1986).
16. Ю. Н. Демков, Г. Ф. Друкарев, ЖЭТФ **81**, 1218 (1981).
17. С. П. Андреев, Б. М. Карнаков, В. Д. Мур, Письма в ЖЭТФ **37**, 155 (1983); С. П. Андреев, Б. М. Карнаков, В. Д. Мур, В. А. Полунин, ЖЭТФ **86**, 866 (1984).
18. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, том 3, М.: Наука, 1989.
19. N. L. Manakov, M. V. Frolov, B. Borca, and A. F. Starace, J. Phys. B **36**, R49 (2003).
20. Л. В. Келдыш, ЖЭТФ **47**, 1945 (1964); В. С. Попов, УФН **174**, 921 (2004).
21. N. L. Manakov, M. V. Frolov, A. F. Starace, and I. I. Fabrikant, J. Phys. B **33**, R141 (2000), Sec. 7.
22. E. P. Wigner, Phys. Rev. **73**, 1002 (1948).
23. В. Д. Мур, С. Г. Поздняков, В. С. Попов, С. В. Попруженко, Письма в ЖЭТФ **75**, 294 (2002); V. D. Mur, S. V. Popruzhenko, S. G. Pozdnyakov, and V. S. Popov, Phys. Lett. A **316**, 226 (2003).