

# Электростатическое взаимодействие двух макрочастиц в модели Пуассона–Больцмана

А. В. Филиппов<sup>1)</sup>, А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, А. С. Иванов<sup>+</sup>

ГНЦ РФ Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований, 142190 Троицк, Московская обл., Россия

<sup>+</sup>Российский научный центр “Курчатовский Институт”, 123182 Москва, Россия

Поступила в редакцию 21 марта 2006 г.

После переработки 22 мая 2006 г.

В ряде работ [1–4] на основе рассмотрения электростатической энергии системы двух макрочастиц в плазме по модели Больцмана–Пуассона был сделан вывод о возможности притяжения между одноименно заряженными макрочастицами. В модели Больцмана–Пуассона электроны и ионы полагаются распределенными по закону Больцмана в самосогласованном поле, которое само определяется уравнением Пуассона. В настоящей работе на основе рассмотрения силы взаимодействия двух макрочастиц в плазме с помощью максвеллова тензора натяжений показано, что в модели Больцмана–Пуассона две макрочастицы с одинаковыми зарядами всегда отталкиваются друг от друга как в изотермической, так и в неизотермической плазме. На тех расстояниях между макрочастицами, на которых возможна линеаризация больцмановских экспонент, взаимодействие между макрочастицами полностью описывается теорией Дебая–Хюккеля. Найдена свободная энергия системы двух макрочастиц, которая совпадает с потенциалом Юкавы и не имеет минимума, что позволяет сделать вывод о термодинамической неустойчивости такой системы. Совпадение энергии взаимодействия, полученной интегрированием силы взаимодействия, со свободной энергией электрического поля позволяет сделать вывод о потенциальном характере силы взаимодействия двух макрочастиц в равновесной плазме.

PACS: 52.27.Lw

**Введение.** Сегодня исследования плазмы, содержащей частицы конденсированной дисперсной фазы микронных размеров (макрочастицы), вызывает повышенный интерес. Одной из самых важных проблем физики пылевой плазмы является вопрос о виде потенциала взаимодействия макрочастиц. Настоящая работа посвящена рассмотрению взаимодействия двух макрочастиц в равновесной плазме с помощью максвеллова тензора натяжений и нахождению свободной энергии.

Нужно отметить, что к равновесной близка термическая пылевая плазма [5], в которой заряд пылевых частиц положителен. По этой причине положительные ионы оказываются в отталкивающем поле и их концентрация вблизи частицы, где нарушение равновесия вследствие поглощения ионов максимально, мала. Поэтому отличие распределения ионов от больцмановского в кнудсеновском слое не приводит к искажению распределения электрического потенциала пылевой частицы. А электроны в термической пылевой плазме с частицами с низкой работой выхода, как известно [5], находятся в термодинамическом равновесии. Как отмечалось в работе [6], к

равновесной также близка пылевая плазма с внешним источником ионизации газа при высоких давлениях, когда выполнено условие  $\beta_L \equiv 4\pi e k_i \leq \frac{1}{2}\beta_{ei}$ , где  $k_i$  – подвижность ионов,  $\beta_{ei}$  – коэффициент электрон-ионной рекомбинации,  $\beta_L$  – коэффициент ланжевеновской рекомбинации,  $e$  – элементарный заряд. При высоких давлениях длина пробега ионов оказывается пренебрежимо малой для частиц микронного размера, поэтому и в этом случае влиянием тонкого кнудсеновского слоя можно пренебречь.

**Определение силы взаимодействия на основе максвеллова тензора натяжений.** Определим силу взаимодействия в плазме двух пылевых частиц одинакового размера, имеющих равные одноименные заряды. (В принципе, форма частиц не имеет значения, важно только, чтобы они были зеркально симметричны относительно плоскости  $S_2$ , перпендикулярной линии, соединяющей центры частиц и проходящей через точку  $z = \frac{1}{2}R$ , где  $R$  – расстояние между пылевыми частицами, см. рис.1). Полагаем, что газ покоится, поэтому в каждой точке вне макрочастиц выполнено равенство

$$f = -\nabla P + \frac{\epsilon_g - 1}{8\pi} \nabla E^2 \equiv 0,$$

<sup>1)</sup>e-mail: fav@triniti.ru

где  $f$  – плотность объемных сил, действующих на газ,  $P$  – давление и  $\epsilon_g$  – диэлектрическая проницаемость газа,  $E$  – напряженность электрического поля. Вообще говоря, нужно еще учесть вклад плазмы в диэлектрическую проницаемость среды, который определяется, в основном, электронной компонентой плазмы. Действительная часть статической диэлектрической проницаемости плазмы определяется выражением [7]  $\epsilon_p = 1 - 4\pi e^2 n_e / m\nu_m^2$ , где  $n_e$  – концентрация электронов,  $e, m$  – заряд и масса электрона,  $\nu_m$  – частота упругих столкновений электронов. В низкотемпературной плазме обычно выполнено условие  $4\pi e^2 n_e / m\nu_m^2 \ll 1$ , поэтому  $\epsilon_p \simeq 1$ . Диэлектрическая проницаемость газа также мало отличается от единицы, поэтому далее везде положено, что диэлектрическая проницаемость среды равна единице. В этом случае при описании электростатических сил можно ограничиться рассмотрением максвеллова тензора натяжений [8].

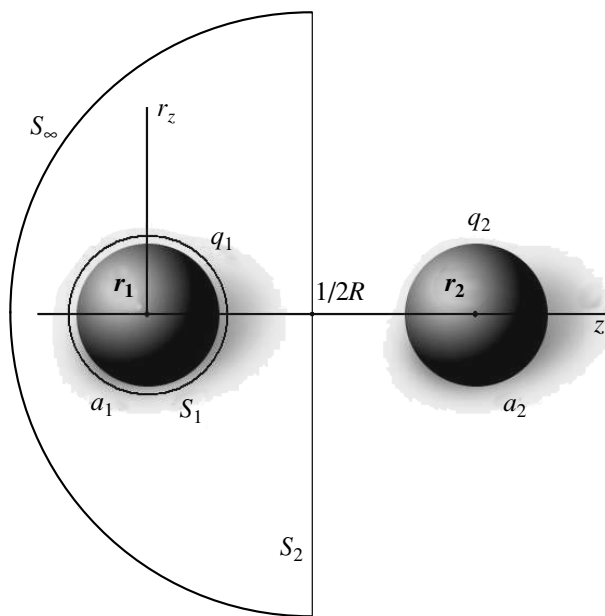


Рис.1. Взаимодействия двух макрочастиц в неограниченной плазме

Используя максвеллов тензор натяжений, для области, ограниченной с одной стороны поверхностью  $S_1$  (см. рис.1), вплотную прилегающей к левой частице, и поверхностью, образованной плоскостью  $S_2$  и левой полусферой бесконечного радиуса  $S_\infty$ , имеем соотношение

$$\oint_{S_1} \mathbf{T}_n dS + \oint_{S_2+S_\infty} \mathbf{T}_n dS = \int_V \rho \mathbf{E} dV, \quad (1)$$

где  $T_n$  – нормальная (направленная вдоль внешней нормали) составляющая максвеллова тензора натяжений [8],  $\rho$  – плотность объемного заряда, объем  $V$  ограничен поверхностями  $S_1$ ,  $S_2$  и  $S_\infty$ . Сила, действующая на левую частицу, равна

$$\mathbf{F} = - \oint_{S_1} \mathbf{T}_n dS. \quad (2)$$

Из (1), (2) находим:

$$\mathbf{F} = \oint_{S_2+S_\infty} \mathbf{T}_n dS - \int_V \rho \mathbf{E} dV. \quad (3)$$

Введем цилиндрическую систему координат с началом в центре первой макрочастицы (см.рис.1) и осью  $z$ , направленной вдоль линии, соединяющей центры макрочастиц. Из симметрии задачи ясно, что может быть отличной от нуля только составляющая силы вдоль оси  $z$ . Поэтому второй член в правой части уравнения (3) можно представить в виде

$$F_{2,z} = - \int_V \rho E_z dV. \quad (4)$$

В плоскости  $z = \frac{1}{2}R$  электрическое поле имеет только радиальную составляющую:  $E_z(z = \frac{1}{2}R) = 0$ , поэтому

$$\begin{aligned} T_{zx} &= \frac{E_z E_x}{4\pi} = 0, & T_{zy} &= \frac{E_z E_y}{4\pi} = 0, \\ T_{zz} &= \frac{1}{4\pi} \left( E_z^2 - \frac{1}{2} E^2 \right) = -\frac{E^2}{8\pi}. \end{aligned} \quad (5)$$

На полусфере бесконечного радиуса из квазинейтральности объема  $V$  следует равенство нулю интеграла от максвеллова натяжения. Следовательно, первый член в правой части уравнения (3) можно представить в виде

$$F_{1,z} = - \int_{S_2} \frac{E^2}{8\pi} dS = -\frac{1}{4} \int_0^\infty E_s^2 r_z dr_z, \quad (6)$$

где  $E_s = E(r_z, z = \frac{1}{2}R)$ ,  $r_z$  – радиальная координата в цилиндрической системе координат.

В модели Пуассона–Больцмана распределения концентрации электронов и ионов описываются законом Больцмана:

$$n_e = n_{e,0} \exp\left(\frac{e\phi}{T_e}\right), \quad n_i = n_{i,0} \exp\left(-\frac{e\phi}{T_i}\right), \quad (7)$$

причем из условия квазинейтральности и конечности зарядов  $q$  следует  $n_{e,0} = n_{i,0} \equiv n_0$ . Поэтому

$$\rho = en_0 \left[ \exp\left(-\frac{e\phi}{T_i}\right) - \exp\left(\frac{e\phi}{T_e}\right) \right] \quad (8)$$

и из (4) после несложных преобразований и интегрирования по углам получаем

$$F_{2,z} = -2\pi n_0 \int_0^\infty \left\{ T_i \left[ \exp\left(-\frac{e\phi_s}{T_i}\right) - 1 \right] + T_e \left[ \exp\left(\frac{e\phi_s}{T_e}\right) - 1 \right] \right\} r_z dr_z, \quad (9)$$

где  $\phi_s = \phi(r_z, z = \frac{1}{2}R)$ . В изотермическом случае  $T_e = T_i \equiv T$  из (6), (9) следует

$$F_z = F_{1,z} + F_{2,z} = - \int_0^\infty \left\{ \frac{1}{4} E_s^2 + 4\pi n_0 T \left[ \operatorname{ch}\left(\frac{e\phi_s}{T}\right) - 1 \right] \right\} r_z dr_z. \quad (10)$$

Минимальное значение гиперболического косинуса равно 1, поэтому выражение в квадратных скобках и, соответственно, выражение в фигурных скобках в (10) всегда положительны (равны 0 только при равном нулю потенциале и поле в плоскости симметрии задачи, что возможно только при нулевых зарядах, но этот случай не представляет никакого интереса), поэтому всегда, при любых расстояниях между частицами  $F_z < 0$ , то есть *одноименно заряженные пылевые частицы в плазме с бальмановскими распределениями плотностей электронов и ионов всегда будут отталкиваться*. Отметим, что аналогичное выражение (с учетом равенства нулю нейтрализующего фона) для силы было получено несколько иным способом в [9]. Также отметим, что отсутствие притяжения в равновесной плазме между двумя заряженными пластинами в одномерной плоской геометрии было доказано еще Дерягиным [10], а в работе [11] показано, что при любой однозначной и непрерывной зависимости плотности объемного заряда от потенциала (нелинейной и небальмановской в общем случае) из условия суммарной нейтральности системы следует, что электростатическое взаимодействие двух бесконечных заряженных пластин, пронизываемых для плазменных частиц, является отталкивательным.

Для случая неизотермической плазмы, разложив экспоненты в ряд Тейлора, из (6) и (9) получаем:

$$F_z = -\frac{1}{4} \int_0^\infty \left\{ E_s^2 + 4\pi n_0 (e\phi_s)^2 \left( \frac{1}{T_i} + \frac{1}{T_e} \right) - \frac{8\pi}{3!} n_0 (e\phi_s)^3 \left( \frac{1}{T_i^2} - \frac{1}{T_e^2} \right) + \dots \right\} r_z dr_z. \quad (11)$$

Отсюда видно, что в случае  $T_e > T_i$  и отрицательного потенциала  $\phi_s$  (то есть при отрицательных зарядах макрочастиц) члены с нечетными степенями  $\phi_s$

оказываются положительными, как и члены с четными степенями. Поэтому одноименно заряженные пылевые частицы *будут отталкиваться* и в неизотермической плазме.

При выполнении условия  $|e\phi_s/T| \ll 1$  (обратим внимание, что требуется малость отношения  $e\phi/T$  на расстояниях  $r \geq R/2$ , при этом вблизи макрочастиц это отношение может быть и не малым, так как обычно в комплексной плазме радиус макрочастиц  $a$  много меньше межчастичного расстояния  $R$ , но в этом случае заряд будет совпадать с истинным только при выполнении условия  $|e\phi|_{r=a}/T \ll 1$ ) силу можно вычислить аналитически до конца. В этом случае из (10) и (11) можно легко получить

$$F_z = -\frac{1}{4} \int_0^\infty (E_s^2 + k_d^2 \phi_s^2) r_z dr_z, \quad (12)$$

где  $k_d^2 = 4\pi e^2 n_0 (T_i^{-1} + T_e^{-1})$  – постоянная экранирования. Далее положим, что микрочастицы точечны (влияние размера будет рассмотрено ниже). Уравнения Пуассона для самосогласованного поля каждой макрочастицы

$$\Delta\phi = -4\pi e (n_i - n_e) - eq_i \delta(\mathbf{r}_i), \quad i = 1, 2, \quad (13)$$

при выполнении условия  $|e\phi_s/T| \ll 1$  имеют широко известное решение Дебая:

$$\phi_i = eq_i (|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|)^{-1} \exp(-k_d |\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|). \quad (14)$$

Здесь  $\delta(\mathbf{r}_i)$  – дельта-функция,  $\mathbf{r}_i$  – положение  $i$ -го заряда (напомним, что для упрощения выкладок мы в этом разделе рассматриваем одинаковые заряды  $q_1 = q_2 = q$ ). В цилиндрической системе координат потенциал и радиальная составляющая электрического поля в плоскости симметрии имеют вид

$$\phi_s = \frac{2eq \exp(-k_d u)}{u}, \quad (15)$$

$$E_s = \frac{2eqr_z (1 + k_d u) \exp(-k_d u)}{u^3},$$

где  $u = \sqrt{r_z^2 + R^2/4}$ .

Подставив (15) в (12) и интегрируя, находим

$$F_z = -\frac{e^2 q^2}{R^2} (1 + k_d R) e^{-k_d R}. \quad (16)$$

Из (16), интегрируя соотношение  $F_z = -\nabla U$  с учетом того, что энергия взаимодействия при  $R = \infty$  равна нулю, для электростатической энергии взаимодействия двух макрочастиц получаем

$$U = \frac{e^2 q^2}{R} e^{-k_d R}. \quad (17)$$

Из вида выражений (16), (17) можно сделать вывод, что сила и потенциал взаимодействия двух макрочастиц описывается потенциалом Юкавы и имеет место только отталкивание одноименно заряженных макрочастиц. К последнему выводу пришли и авторы [12–14] при рассмотрении электростатического взаимодействия в модели Пуассона–Больцмана двух макроионов в ограниченном стенками электролите.

**Свободная энергия системы двух макрочастиц в изотермической плазме.** В работе [15] сделано предположение, что ошибочность полученных в [2, 3] результатов связана с тем, что облака объемных зарядов не связаны жестко с макрочастицами, поэтому сила притяжения, действующая на облако одной пылинки со стороны второй, не должна учитываться. На самом деле, зарядовые облака “прикреплены” к макрочастицам термодинамически, равенством диффузионного и дрейфового потоков электронов и ионов, поэтому это предположение неверно. К неправильному выводу о наличии электростатического притяжения между двумя макрочастицами авторов [1–4] привело то, что для определения силы ими использовалась внутренняя энергия. Известно [16], что внутренняя энергия является термодинамическим потенциалом по отношению к переменным  $S$  и  $V$  – энтропия и объем, в то время как свободная энергия – термодинамическим потенциалом по отношению к переменным  $T$  и  $V$  – температура и объем. Поэтому для изотермических процессов при определении силы нужно пользоваться свободной энергией [16].

Определим свободную энергию системы двух макрочастиц в бесконечной плазме. В работах [1–4] для зависящей от расстояния между макрочастицами части внутренней энергии получено выражение

$$\mathcal{E}(R) = \frac{e^2 q_1 q_2}{R} \left(1 - \frac{1}{2} k_d R\right) e^{-k_d R}, \quad (18)$$

где  $q_1, q_2$  – заряды макрочастиц. Свободная и внутренняя энергии связаны известным термодинамическим тождеством [16]

$$\mathcal{F} = T \int_T^\infty \left(\frac{\mathcal{E}}{T^2}\right)_V dT, \quad (19)$$

где интеграл берется при постоянном объеме, то есть при постоянных плотностях электронов и ионов  $n_0$ . Поэтому в (19) от температуры зависит только постоянная экранирования  $k_d = \sqrt{8\pi e^2 n_0 / T} \equiv \alpha T^{-1/2}$ . После подстановки (18) в (19) и интегрирования по частям находим

$$\mathcal{F} = \frac{e^2 q_1 q_2}{R} \exp(-k_d R). \quad (20)$$

Это выражение в случае одинаковых зарядов совпадает с (17), что позволяет сделать вывод о потенциальном характере силы взаимодействия двух макрочастиц в равновесной плазме. Также мы можем сделать окончательный вывод, что в модели Пуассона–Больцмана между двумя одноименно заряженными частицами электростатическое притяжение отсутствует при любых условиях. Из (20) видно, что свободная энергия является монотонной функцией межчастичного расстояния и не имеет минимума, поэтому можно сделать вывод о том, что рассмотренная система заряженных частиц при учете только электростатического взаимодействия при конечных  $R$  является термодинамически неустойчивой.

**Влияние соседних макрочастиц на силу взаимодействия.** В работе [15] в результате численных расчетов было получено, что две макрочастицы, помещенные в ограниченную область, при определенных условиях притягиваются друг к другу. Расчеты проводились с использованием координат Кассини, а в качестве внешней границы облака зарядов, окружающих выбранные две макрочастицы, выбирался “эллипсообразный овал”. Эта область полагалась квазинейтральной, поэтому на овале задавалось нулевое значение поля. Такой выбор граничных условий не совсем соответствует физической постановке задачи взаимодействия макрочастиц. Например, рассмотрим взаимодействие макрочастиц, размещенных в узлах простой кубической решетки (см. рис.2). В этом случае из квазинейтральности каждого элементарного куба и симметрии задачи следует, что нормальная составляющая поля на всех гранях куба тождественно равна нулю, а тангенциальная составляющая отлична от нуля (равна нулю только в точке пересечения рассматриваемой грани с линией, соединяющей ближайшие макрочастицы). Поэтому для составляющих силы взаимодействия вдоль осей декартовой системы координат с началом в центре выбранной макрочастицы и осями, направленными вдоль ребер куба (см. рис.2), из (3), (8) получим

$$\begin{aligned} F_{1,x} &= -\frac{1}{8\pi} \int_{-\frac{R}{2}}^{\frac{R}{2}} \int_{-\frac{R}{2}}^{\frac{R}{2}} (E_{s+}^2 - E_{s-}^2) dy dz, \\ F_{2,x} &= -n_0 \int_{-\frac{R}{2}}^{\frac{R}{2}} \int_{-\frac{R}{2}}^{\frac{R}{2}} \{T_i [e^{-\eta_{i+}} - e^{-\eta_{i-}}] + \\ &\quad + T_e [e^{\eta_{e+}} - e^{\eta_{e-}}]\} dy dz, \end{aligned} \quad (21)$$

где  $R$  – длина ребра элементарного куба,  $E_{s\pm} = E(x = \pm \frac{1}{2}R)$ ,  $\eta_{i\pm} = e\phi_{s\pm}/T_i$ ,  $\eta_{e\pm} = e\phi_{s\pm}/T_e$ ,

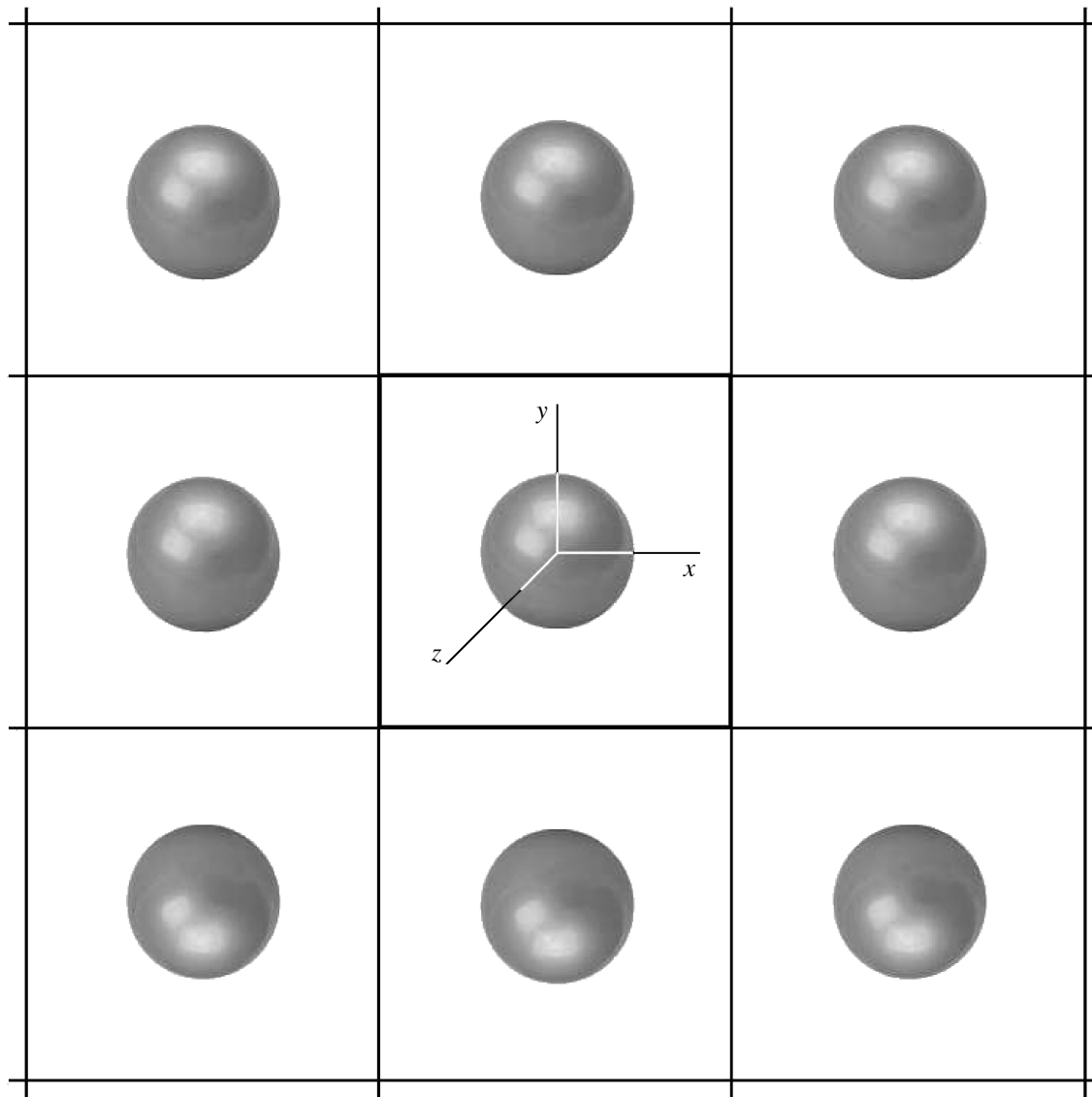


Рис.2. Макрочастицы, упакованные в простую кубическую решетку

$\phi_{s\pm} = \phi(x = \pm \frac{1}{2}R)$ . Аналогичный вид имеют выражения для других составляющих силы. Из выражений (21) видно, что в случае бесконечной решетки, когда значения потенциала и напряженности электрического поля на противоположных гранях элементарного куба равны друг другу:  $\phi_{s+} = \phi_{s-}$ ,  $E_{s+} = E_{s-}$ , электростатическая сила, действующая на любую макрочастицу, тождественно равна нулю (при этом плотности электронов и ионов на гранях куба могут сильно отличаться от равновесной  $n_0$ ). В этом случае реальная электростатическая сила будет определяться флуктуациями параметров плазмы.

В реальных экспериментах пылевое облако находится в неоднородной плазме. Например, в тлеющих

разрядах в трубках потенциал и напряженность радиального электрического поля отрицательны и по абсолютной величине растут от оси трубки к стенкам [17]. Поэтому выражения (21) будут справедливы только в центральной части разряда, а в периферийной части нужно учесть нарушение квазинейтральности плазмы.

Здесь нужно отметить, что в реальных условиях пылевая плазма является неравновесной, поэтому в такой системе взаимодействие частиц нельзя рассматривать на основе свободной энергии. В этом случае силу нужно находить именно с использованием тензора натяжений. Также заряд пылевых частиц в неравновесной плазме становится функцией точ-

ки нахождения макрочастицы, в первую очередь, являясь функцией температуры электронов. Поэтому дальнейшее рассмотрение справедливо только в той мере, в какой можно считать заряд макрочастиц постоянной величиной (заметим, что в тлеющих разрядах температура электронов слабо меняется по радиусу, что обусловлено значительно более высоким коэффициентом теплопроводности электронов по сравнению с коэффициентом амбиполярной диффузии).

Пусть неоднородность разряда имеет место вдоль оси  $x$  и пусть ось симметрии находится (см. рис.2) со стороны отрицательных значений  $x$ , а стенка – со стороны положительных. В этом случае величины  $E_{s\pm}$  видоизменяются из-за нарушения квазинейтральности плазмы и из определений тензора натяжений (5) получим

$$E_{s\pm}^2 = [E_z(2E_x - E_z) + E_y(2E_x - E_y) + E_x^2] \Big|_{x=\pm \frac{R}{2}}.$$

В периферийной части тлеющих разрядов выполнены неравенства

$$|E_{s+}| > |E_{s-}|, \quad |\phi_{s+}| > |\phi_{s-}|,$$

поэтому  $F_{1,x} < 0$ , а из второго выражения (21) можно получить

$$F_{2,x} = -en_0 \int_{-\frac{R}{2}}^{\frac{R}{2}} \int_{-\frac{R}{2}}^{\frac{R}{2}} \Phi(\phi_{s+} - \phi_{s-}) dy dz, \quad (22)$$

где

$$\begin{aligned} \Phi &= \left( \frac{\eta_{i+} + \eta_{i-}}{2} - \frac{\eta_{i+}^2 + \eta_{i+}\eta_{i-} + \eta_{i-}^2}{3!} + \dots \right) + \\ &+ \left( \frac{\eta_{e+} + \eta_{e-}}{2} + \frac{\eta_{e+}^2 + \eta_{e+}\eta_{e-} + \eta_{e-}^2}{3!} + \dots \right) \approx \\ &\approx \exp\left(\frac{\eta_{e+} + \eta_{e-}}{2}\right) - \exp\left(-\frac{\eta_{i+} + \eta_{i-}}{2}\right). \end{aligned}$$

Из (22), с учетом отрицательности  $\phi_{s\pm}$ , при  $T_e \gg T_i$  следует  $F_{2,x} < 0$ . Следовательно, электростатическая сила направлена к центру разряда. Появление этой силы связано с тем, что из-за поглощения частиц плазмы стенкой нарушена квазинейтральность плазмы, в которой есть избыток положительных ионов, которые и стягивают отрицательно заряженные пылевые частицы. Для компенсации этой силы макрочастицы несколько сместятся к центру разряда, поэтому нарушится симметрия в расположении макрочастиц вдоль направления неоднородности разряда и флуктуации плазмы будут играть большую роль, чем в центральной части разряда.

В изотермической плазме при повышенных давлениях [5] неоднородность плазмы в основном вызвана неоднородностью нагрева, поэтому нарушения квазинейтральности плазмы должны быть незначительными. Поэтому  $F_x = F_{1,x} + F_{2,x} \approx 0$  и электростатическое взаимодействие макрочастиц должно определяться флуктуациями параметров плазмы и процессами на границе плазма – холодный газ. В итоге можно сделать вывод, что вопрос о выборе внешних граничных условий в задаче о взаимодействии макрочастиц достаточно сложен и этот выбор может повлиять не только на значение, но и на знак самой силы.

**Влияние размера пылевых частиц на силу взаимодействия.** Пылевые частицы не являются точечными, поэтому исследуем вопрос о влиянии размера частиц на их взаимодействие в плазме. Этот вопрос особенно важен при исследовании процессов коагуляции и агломерации пылевых частиц. Как ясно из вышеизложенного, вывод об отталкивательном характере силы взаимодействия двух макрочастиц не зависит от граничных условий на поверхностях макрочастиц, но сами величины силы и энергии взаимодействия могут зависеть от них.

Пусть макрочастицы имеют форму шаров радиуса  $a$  и, для простоты, являются проводниками. Учет конечности размера макрочастиц приведет, во-первых, к изменению дебаевского потенциала уединенной макрочастицы на DLVO-потенциал и, во-вторых, к появлению поляризационных зарядов на макрочастицах. Это приводит к тому, что решением линеаризованного уравнения Пуассона (13) для двух одинаковых макрочастиц становится сумма произведений функций Макдональда полуполого порядка и полиномов Лежандра. С учетом этого после интегрирования (3) с точностью до членов  $(a/R)^3$  включительно (то есть с учетом взаимодействия заряд – заряд и заряд – диполь) для силы взаимодействия двух макрочастиц получим

$$\begin{aligned} F_z &= -\frac{e^2 \mathcal{Z}^2}{R^2} (1 + k_d R) e^{-k_d R} + \\ &+ \frac{2e^2 \mathcal{Z} \mathcal{D}}{R^3} (k_d^2 R^2 + 2k_d R + 2), \end{aligned} \quad (23)$$

где эффективный заряд  $\mathcal{Z}$  и дипольный момент  $\mathcal{D}$  определены соотношениями

$$\begin{aligned} \mathcal{Z} &= \frac{q \exp(k_d a)}{(1 + k_d a)(1 - \alpha)}, \quad \alpha = \frac{\gamma k_d^2 a^3 e^{-k_d a}}{3R}, \\ \gamma &= \frac{3 \exp(k_d a)}{k_d^2 a^2 (1 + k_d a)} \left( \cosh k_d a - \frac{\sinh k_d a}{k_d a} \right) = \\ &= 1 + \frac{3}{5} k_d^2 a^2 + \dots, \quad \mathcal{D} = \frac{\mathcal{Z} a^3}{R^2} e^{-k_d R} (1 + k_d R). \end{aligned}$$

Из (23) можно заключить, что влияние поляризации макрочастиц при выполнении условия  $R \gg a$  мало, а основной эффект конечности размера макрочастиц проявляется в том, что сила определяется эффективным зарядом, который может сильно отличаться от истинного заряда макрочастиц. Особо укажем, что при выводе соотношения (23) не делалось никаких предположений о величине произведений  $k_d a$  и  $k_d R$ . Как видно из (23), поправка за счет взаимодействия заряд – диполь соответствует притяжению и эта поправка возрастает по мере сближения макрочастиц. Но когда она становится заметной, становится заметной и вклад более высоких моментов, учет которых сильно усложняет задачу.

**Заключение.** В настоящей работе сила взаимодействия макрочастиц рассмотрена с использованием двух разных подходов – с помощью максвеллова тензора натяжений и на основе свободной энергии электрического поля. Оба подхода дали отрицательный ответ на вопрос о возможности притяжения двух одноименно заряженных макрочастиц в равновесной плазме. Совпадение потенциала, полученного интегрированием силы взаимодействия, со свободной энергией электрического поля позволил сделать вывод о потенциальном характере взаимодействия двух макрочастиц в равновесной плазме.

Авторы выражают благодарность Л.Г. Дьячкову за полезные обсуждения рассмотренной проблемы. Настоящая работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, проекты # 05-02-17258а, # 05-02-08158-офи.а.

1. D. P. Resendes, J. T. Mendonca, and P. K. Shukla, *Phys. Lett. A* **239**, 181 (1998).
2. A. S. Ivanov, *Phys. Lett. A* **290**, 304 (2001).
3. Д. Н. Герасимов, О. А. Синкевич, *ТВТ* **37**, 853 (1999).
4. Л. Г. Дьячков, *ТВТ* **43**, 331 (2005).
5. В. Е. Фортгов, А. П. Нефедов, О. Ф. Петров и др., *ЖЭТФ* **111**, 467 (1997).
6. А. В. Филиппов, А. Г. Загородний, А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, *Письма в ЖЭТФ* **81**, 180 (2005).
7. Ю. П. Райзер, *Физика газового разряда*, М.: Наука, 1987.
8. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика. Т. VIII. Электродинамика сплошных сред*, М.: Наука, 1982.
9. А. М. Игнатов, *УФН* **171**, 213 (2001).
10. B. Derjaguin, *Trans. Far. Soc.* **35**, 203 (1940).
11. К. В. Чукбар, *Физика плазмы* **26**, 455 (2000).
12. J. C. Neu, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1072 (1999).
13. J. E. Sader and D. Y. C. Chan, *J. of Colloid and Interface Sci.* **213**, 268 (1999).
14. J. E. Sader and D. Y. C. Chan, *Langmuir* **16**, 324 (2000).
15. В. А. Гундиенков, С. И. Яковленко, *ЖЭТФ* **125**, 1003 (2002).
16. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика. Т. VI. Статистическая физика*, М.: Наука, 1976, с. 267.
17. А. Энгель, *Ионизованные газы*, М.: Физматлит, 1959.