Письма в ЖЭТФ, том 42, вып. 11, стр. 469 – 471 *10 декабря 1985 г.*

ЭФФЕКТИВНЫЕ КИРАЛЬНЫЕ ЛАГРАНЖИАНЫ В КХД И СКИРМИОН

В.А.Андрианов, В.Ю.Новожилов

Показано, что самодействие псевдоскалярных мезонов не обеспечивает существование локально-устойчивых солитонов как нуклонов. Получено, что масса кирального солитона, стабилизированного с учетом взаимодействия с векторными ω- и ρ-мезонами, примерно в два раза превышает массу нуклона.

В рамках модельного взаимодействия типа Скирма [1] были обнаружены солитоны со спином и зарядом бариона при учете многозначного действия Весса – Зумино, необходимого для правильного воспроизведения свойств квантовой хромодинамики (КХД) при *CP* отражении.

В данной работе проведен анализ солитоноподобных решений со свойствами барионов для реалистического эффективного лагранжиана [2], описывающего флуктуации γ_5-фазы в КХД, найденного методом киральной бозонизации, а также ряда его феноменологических модификаций с учетом ω- и ρ-мезонов.

Эффективный низкоэнергетический лагранжиан [2] для киральной фазы кварков содержит все члены четвертой степени по полям и их производным, которые отличают его от лагранжиана стандартной киральной модели, причем коэффициенты при инвариантных структурах определяются числом цветов $N_c = 3$ и низкоэнергетическим масштабом КХД Λ. Ограничиваясь случаем безмассовых u- и d-кварков, т.е. киральное поле $U \in SU(2)$, удобно представить эффективный лагранжиан в виде $L^{\text{эфф}}(U) = L^{\text{Ск}}(U) + \delta L(U)$, где

$$L^{\text{Ск}}(U) = \frac{N_c \Lambda^2}{16\pi^2} \operatorname{tr} \partial_\mu U \partial^\mu U^+ + \frac{1}{128\pi^2} \operatorname{tr} [\partial_\mu U U^+, \partial_\nu U U^+]^2 \tag{1}$$

описывает лагранжиан модели Скирма [1] с $e = 2\pi$ и $N_c \Lambda^2 / 16\pi^2 = F_\pi^2/4$, F_π – константа пионного распада, равна 93 МэВ. Выражение

$$\delta L(U) = \frac{1}{64\pi^2} \operatorname{tr} [(\partial_\mu U \partial^\mu U^+)^2 - 2(\partial_\mu (\partial^\mu U U^+))^2] \tag{2}$$

содержит слагаемые нарушающие положительную определенность функционала энергии. Последнее слагаемое в (2), содержащее вторые производные, существенно меняет пропагатор π-мезона $1/p^2 \to 1/p^2 + p^4/\mu^2$, где величина $\mu^2 = 24\pi^2 F_\pi^2 / N_c \cong (830 \text{ МэВ})^2$ близка к массе ρ-мезона. Таким образом, появляется духовая частица – тахион, ограничивающая область применимости эффективного лагранжиана $L^{\text{эфф}}(U)$. На полях U, для которых выполняется неравенство

$$\langle p^4 \rangle / \langle p^2 \rangle \ll \mu^2, \tag{3}$$

дополнительные слагаемые (2) можно было бы считать малыми возмущениями к модели Скирма.

Для описания низколежащих состояний нуклонов представляют интерес [1] сферически-симметричные солитонные конфигурации с барионным числом $B = 1$, типа "еж", $U(x) = \exp\{iF(r) \cdot \vec{\tau}\hat{x}\}$, причем $F(0) = \pi$ и $F(r) \to 0$ при $r \to \infty$. Для эффективного лагранжиана $L^{\text{эфф}}(U)$ функционал массы для переменной $\tilde{r} = 2\pi F_\pi r$ имеет вид

$- \frac{3}{2} F'^2$

$$M^{\text{эфф}}[F] = M^{\text{Ск}}[F] + 2F_\pi \int_0^\infty d\tilde{r} \left[\frac{\sin^4 F}{2\tilde{r}^2} + \frac{3}{2} \sin^2 F F'^2 - \frac{1}{4} \tilde{r}^2 F''^2 - \frac{1}{8} \tilde{r}^2 F'^4 \right], \tag{4}$$

где $M^{\text{Ск}}[F]$ известный [1] функционал массы статического солитона модели Скирма положительно-определенный и ограниченный снизу. Из (4) видно, что $M^{\text{эфф}}[F]$ теряет свойство как положительно-определенности так и ограниченности снизу. Тем не менее, можно было бы надеяться на существование локально-устойчивых солитонов в пределах применимости эффективного лагранжиана. Вариационное исследование (4) с использованием паде-аппроксимантов показало, что значение функционала масс неограничено снизу, локальный минимум на статических конфигурациях отсутствует и неравенство (3), определяющее область применимости лагранжиана $L^{\text{эфф}}(U)$, не выполняется на солитонных конфигурациях с $B = 1$. Нарушение положительно-определенности функционала $M^{\text{эфф}}[F]$ обусловлено в значительной степени отрицательным вкладом тахионного члена. В области низких энергий в безмассовом пределе, используя классические уравнения движения, мы имеем $\partial_\mu^2 U \partial_\nu^2 U^+ = (\partial_\mu U \partial^\mu U^+)^2$, что приводит к сокращению тахионного члена, так что в квазиклассическом приближении второе слагаемое в (2) равно нулю. В этом случае функционал массы имеет вид

$$\tilde{M}[F] = M^{\text{Ск}}[F] - \gamma F_\pi \int_0^\infty d\tilde{r} \tilde{r}^2 \left[F'^2 + \frac{2\sin^2 F}{\tilde{r}^2} \right]^2, \quad \text{при } \gamma = \frac{1}{4}. \tag{5}$$

Вариационное исследование (5) показывает, что он по сравнению с моделью (4) возрос по абсолютной величине и стал положительно-определенным в широкой области решения модели Скирма. Однако, в целом положительно-определенности функционал массы не приобретает и локальный минимум отсутствует в пределах варьируемых параметров. Кроме того, существующая точка зрения [3] использовать последнее слагаемое в (5) как малое возмущение в модели Скирма является необоснованным. Как показывают исследования на скирмовских решениях это слагаемое не является малым, так что неравенство (3) нарушается. Вариационные исследования функционала $\widetilde{M}[F]$ вне рамок теории возмущения при произвольном положительном $\gamma > 0$ указывает на отсутствие локально-устойчивого солитона при $\gamma \gtrsim 0{,}12$. Таким образом, реалистический мезонный лагранжиан $L^{\text{эфф}}(U)$ и его модификация не дают устойчивых солитонов с квантовыми числами барионов.

Дополним рассмотренные выше киральные модели, для стабилизации солитона, взаимодействием с векторным ω-мезоном по схеме распада $\omega \to 3\pi$ [4], в приближении тяжелых ω-мезонов приходим к функционалу массы для вклада ω-мезонов

$$\Delta M_{\omega}[F] = \frac{4\beta^2 F_{\pi}^3}{m_{\omega}^2} \int_0^{\infty} d\tilde{r} \, \frac{\sin^4 F}{\tilde{r}^2} \, F'^2 , \tag{6}$$

где m_{ω} — масса ω-мезона, β — константа распада $\omega \to 3\pi$. В результате вариационного исследования функционалов масс с учетом ω-мезона в $M^{\text{Ск}}$, $M^{\text{эфф}}$, $\widetilde{M}$ были найдены локальные минимумы этих функционалов масс, таблица, для различных значений константы распада — β.

β	$M^{\text{Ск}}$ МэВ	$M^{\text{Ск}} + \Delta M_{\omega}$ МэВ	$M^{\text{эфф}} + \Delta M_{\omega}$ МэВ	$\widetilde{M} + \Delta M_{\omega}$ МэВ
15	1080	1803	—	1591
20	1080	2017	1622	1827
25	1080	2207	1858	2036

Оценим вклад ρ-мезона в функционалы масс путем включения наименьшей по числу производных вершины распада $\rho \to \pi\pi$. В приближении тяжелых ρ-мезонов мы имеем для функционала массы

$$\Delta M_{\rho} = -\frac{F_{\pi}^4 g_{\rho\pi\pi}^2}{32 m_{\rho}^2} \int \mathrm{Tr}\,[U^{+}, \partial_{\mu} U]^2 \, d^3 x . \tag{7}$$

Видно, что вклад ρ-мезона понижает массу солитона, однако, ΔM_{ρ} дает малый вклад $\lesssim 1\%$ в сравнении с ΔM_{ω} на рассмотренных статических конфигурациях. Таким образом, учет взаимодействия с векторными ω- и ρ-мезонами стабилизирует барионный солитон, однако его масса значительно превышает (примерно в два раза) массу нуклона.

Авторы благодарят А.А.Андрианова и Ю.В.Новожилова за плодотворные обсуждения в ходе работы и Ю.А.Симонова за полезные замечания.

Литература

1. *Adkins G., Nappi C., Witten E.* Nucl. Phys., 1983, **B228**, 552.
2. *Andrianov A.A.* Phys. Lett., 1985, **157B**, 425.
3. *Donoghue J., Golowich E., Holstein B.* Phys. Rev. Lett., 1984, **53**, 747.
4. *Adkins G., Nappi C.* Phys. Lett., 1984, **137B**, 251.

Ленинградский
государственный университет им. А.А.Жданова

Поступила в редакцию
29 октября 1985 г.