Письма в ЖЭТФ, том 84, вып. 7, с. 480 – 484

Межподзонное взаимодействие электронов в переходах между одномерной и двумерной системами

В. А. Сабликов[1)]

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, 141190 Фрязино, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 28 августа 2006 г.

После переработки 11 сентября 2006 г.

Показано, что взаимодействие электронов разных подзон в переходах между одномерной и двумерной системами и квантовых контактах оказывает существенное влияние на электронный транспорт. Механизм взаимодействия связан с фриделевскими осцилляциями, которые создаются электронами закрытых подзон даже в плавных переходах. Взаимодействуя с ними, электроны открытых подзон рассеиваются назад. Коэффициент отражения имеет резкий пик при энергии, равной фермиевской, и может достигать величины порядка 0.1, что позволяет объяснить ряд экспериментов.

PACS: 73.21.Hb, 73.23.–b, 73.63.Rt

Квантовые провода и квантовые контакты вызывают большой интерес как модельная система для изучения эффектов электрон-электронного взаимодействия, которое, как известно, играет важную роль в одномерных системах и приводит к образованию коррелированного состояния. Убедительные доказательства существования латтинджеровой жидкости были получены на туннельно-связанных проводах [1, 2]. Однако эксперименты на отдельных квантовых проводах не дают прямых указаний на существование латтинджеровой жидкости, но обнаруживают множество особенностей в транспорте, которые до настоящего времени не имеют убедительного объяснения. Они связаны, по-видимому, не только с межэлектронным взаимодействием в проводе, но и с тем фактом, что провод соединен с электронными резервуарами. Наиболее яркой и широко обсуждаемой особенностью является плато кондактанса $0.7 \cdot 2e^2/h$ [3]. Другие факты можно разделить на три группы.

1) Эксперименты, указывающие на локализацию электронов над потенциальным барьером, сформированном плавным (на масштабе фермиевской длины волны) потенциалом электродов [4, 5]. Такая локализация привлекается для интерпретации особенности $0.7 \cdot 2e^2/h$ с помощью эффекта Кондо [4, 6]. Механизм локализации остается невыясненным. Численные расчеты [7], проведенные для обоснования предположения о локализации спина, не очень убедительны, так как использованные в них геометрические размеры контакта близки к фермиевской длине волны и даже меньше ее.

2) Исследования нелинейной проводимости при малом (по сравнению с межподзонной и фермиевской энергиями) напряжении, приложенном вдоль квантового провода. Наблюдается увеличение высоты плато дифференциального кондактанса, в то время как из теории баллистической проводимости [8, 9] ожидается его уменьшение с напряжением, причем учет межэлектронного взаимодействия через самосогласованное поле этот вывод качественно не изменяет [10]. Более того, в эксперименте проводимость первого плато увеличивается до значений, даже превышающих $2e^2/h$ [11, 12], что указывает на появление дополнительного канала переноса, например, по более высоким размерным подзонам.

3) Обнаружение специфического рассеяния в достаточно плавных переходах между одномерной и двумерной электронными системами (1D-2D переходы). Оно проявляется как эффективное сопротивление $\sim 0.1 \cdot h/2e^2$, включенное последовательно квантовому контакту [12], или как эффект влияния потенциального профиля перехода на структуру особенности $0.7 \cdot 2e^2/h$ [13].

В настоящей работе показано, что эти эксперименты могут быть объяснены, во всяком случае на качественном уровне, если принять во внимание взаимодействие электронов разных подзон в переходах между одномерной и двумерной частями структуры и, в первую очередь, взаимодействие электронов, проходящих через контакт, с электронами закрытых подзон. Механизм взаимодействия связан с фриделевскими осцилляциями электронной плотности, которые возникают в переходах вследствие отражения электронов высоких подзон, не проходящих через контакт. Физическая картина выглядит сле-

[1)]e-mail: sablikov@gmail.com

дующим образом. Множество электронов в резервуарах сталкиваются с контактом, но только очень малое их количество (электроны открытых подзон) имеет возможность пройти через контакт. Остальные рассеиваются назад, создавая фриделевские осцилляции электронной плотности. Разумеется, эти осцилляции в разных подзонах имеют разные фазы, зависящие от формы перехода, но коль скоро эта форма описывается регулярной функцией, при суммировании по подзонам осцилляции не исчезают и вдали от контакта имеют явно выраженную компоненту с волновым вектором $2k_F$ (k_F – фермиевский волновой вектор в 2D резервуаре). Это предположение поддерживается экспериментом, в котором с помощью зонда наблюдалась осцилляторная структура распределения электронной плотности на большом расстоянии от контакта [14]. Наши расчеты показывают, что взаимодействие проходящих через контакт электронов с фриделевскими осцилляциями приводит к достаточно сильному рассеянию назад. Учет этого обстоятельства позволяет в принципе объяснить упомянутые выше эксперименты.

Рассмотрим 1D-2D переход в виде непрерывно расширяющейся полосы (рис.1), ширина $d(x)$ которой изменяется вдоль оси x от $d \gtrsim k_F^{-1}$ при $x = 0$ до $D \gg d$ при $x \to \infty$. Характерный радиус расширения R значительно превосходит d и k_F^{-1}. Задача состоит в оценке коэффициента отражения электронов, падающих на контакт в открытой подзоне, вследствие их взаимодействия с фриделевскими осцилляциями, создаваемыми электронами закрытых подзон. Расчет проведем в борновском приближении, применимость которого оправдана, если получающийся коэффициент отражения мал. В нулевом приближении по взаимодействию волновые функции найдем в рамках стандартного адиабатического приближения (например, [15]). Для закрытых подзон

$$\Psi_{n,k}(x,y) \simeq 2\chi_n(y)\sqrt{\frac{k}{k_n(x)}}\cos\left[\int_{a_n}^{x} dx' k_n(x') - \frac{\pi}{4}\right],$$

где $n = 2, 3, \ldots$ – номер подзоны, $k_n(x)$ – волновой вектор продольного движения, $k = \lim_{x\to\infty} k_n(x)$, $\chi_n(y)$ – поперечная волновая функция; $a_n(k)$ – точка поворота. Для простоты считаем, что открыта только одна подзона, для которой

$$\Psi_{1,k}(x,y) \simeq \chi_1(y)\sqrt{\frac{k}{k_1(x)}}\exp\left[i\int_{0}^{x} dx' k_n(x')\right]. \quad (1)$$

Потенциал возмущения, вызывающего переход из состояния $|n,k\rangle$ в $|m,k'\rangle$, находим в приближении Хартри-Фока. Учитывая, что переход 1D-2D является плавным, задачу можно свести к эффективным од-

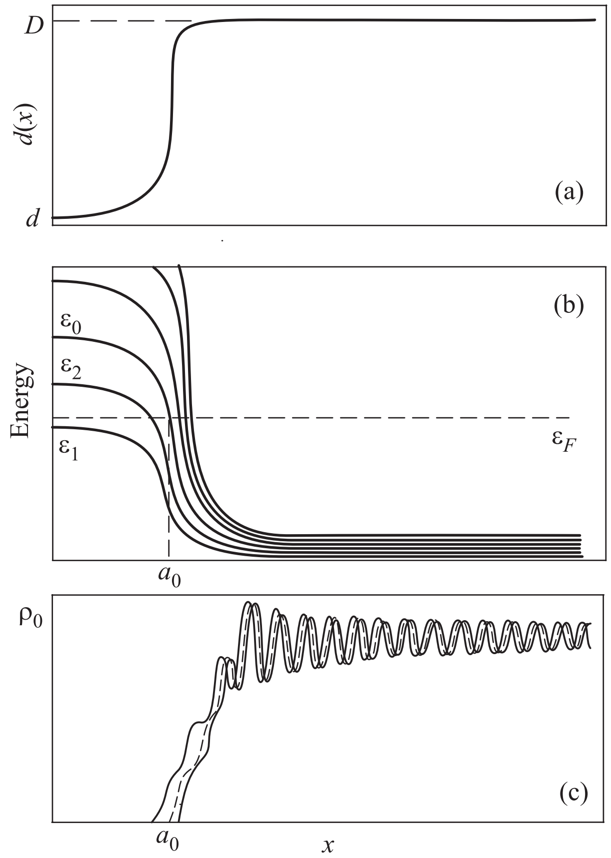

Рис.1. Осцилляции электронной плотности в плавном 1D-2D переходе: (a) изменение ширины полосы в переходе; (b) подзоны размерного квантования; (c) осцилляции электронной плотности в закрытых подзонах, $n = 2, 3, 4\ldots$

номерным уравнениям путем интегрирования уравнений Хартри-Фока по поперечной координате. В результате получаем следующее выражение для коэффициента отражения электронов в открытой подзоне (переход $(1,k) \to (1,-k)$):

$$r_k = \frac{m}{i\hbar^2}\int dx\, \psi_k^* \hat{V} \psi_k\,,$$

где ψ_k - зависящая от x часть функции $\Psi_{1,k}(x,y)$ в уравнении (1). Оператор возмущения $\hat{V} = V^H + \hat{V}^{exc}$ содержит хартриевскую и обменную составляющие. Хартриевский потенциал является функцией

$$V^H(x) = \sum_{n=2}^{N_f}\int dx' V_{1,n}^H(x,x')\rho_n(x') - \int dx' V_0^H(x,x')\rho_0(x')\,,$$

где $\rho_n(x)$ - плотность электронов в n-й подзоне, ρ_0 – плотность положительного фонового заряда. Возмущение, обусловленное обменным взаимодействием, описывается оператором

$$\hat{V}^{exc}\Psi(x) = -\sum_{n=2}^{N_f}\int dx' V_{1,n}^{exc}(x,x')\rho_n(x,x')\Psi(x')\,,$$

где N_f – индекс верхней подзоны, заполненной в 2D части системы; $\rho_n(x,x')$ – матрица плотности, точнее, ее возмущение, создаваемое 1D-2D переходом. $V_{n,m}^H(x,x')_{n,m}$ и $V_{n,m}^{exc}(x,x')$ – эффективные потенциалы для прямого и обменного взаимодействий электронов n-й и m-й подзон:

$$V_{n,m}^H(x,x') = \int_0^{d(x)} dy \int_0^{d(x')} dy' V(\mathbf{r},\mathbf{r}')\chi_n^2(y)\chi_m^2(y')\,,$$

$$V_0^H(x,x') = d(x')^{-1}\int_0^{d(x)} dy \int_0^{d(x')} dy' V(\mathbf{r},\mathbf{r}')\chi_1^2(y)\,,$$

$$V_{n,m}^{exc}(x,x') = \int_0^{d(x)} dy \int_0^{d(x')} dy' V(\mathbf{r},\mathbf{r}') \times \\ \times \chi_n(y)\chi_m(y)\chi_n(y')\chi_m(y')\,.$$

Здесь $V(\mathbf{r},\mathbf{r}')$ – потенциал парного взаимодействия, которое обусловлено кулоновским взаимодействием, экранированным металлическими электродами, если таковые имеются, и двумерными электронами.

Расчет коэффициента отражения можно упростить с учетом реальной структуры пространственного распределения электронной плотности. Имеются две компоненты плотности, $\rho(x) \approx \bar{\rho}(x) + \tilde{\rho}(x)$, первая из которых плавно изменяется на масштабе k_F^{-1}, а вторая осциллирует с волновым вектором $\sim 2k_F$, причем амплитуда осцилляций плавно (грубо говоря, как $x^{-3/2}$) спадает в глубь 2D области. Наибольший интерес представляет дальняя зона ($x \gtrsim R$), в которой волновой вектор осцилляций близок к $2k_F$, так как эти осцилляции наиболее эффективно рассеивают назад электроны с фермиевской энергией. Вклад плавной компоненты $\bar{\rho}(x)$ мал по параметру $(Rk_F)^{-1} \ll 1$. Вклад осциллирующей компоненты $\tilde{\rho}(x)$ в ближней зоне не очень важен, так как период осцилляций здесь заметно больше длины волны электронов открытой подзоны. Таким образом, задачу можно упростить применительно к области $x \gtrsim R$, имея в виду, что интересующие нас осцилляции плотности с волновым вектором $\sim 2k_F$ создаются электронами нижних подзон ($n \ll Dk_F/\pi$), продольный импульс которых близок к k_F.

Для таких электронов потенциалы взаимодействия $V_{n,m}^H(x,x')$ и $V_{n,m}^{exc}(x,x')$ упрощаются, если эффективный радиус парного взаимодействия a мал по сравнению с длиной волны в поперечном направлении. Реально это условие хорошо выполняется в дальней зоне, так как там a порядка боровского радиуса a_B, а поперечная длина волны порядка D/n. В этом случае различие потенциалов $V_{n,m}^H$ и $V_{n,m}^{exc}$ несущественно, равно как и их зависимость от зонных индексов. Кроме того, на расстояниях, превышающих радиус a, можно считать, что потенциал взаимодействия зависит от разности координат $|x-x'|$. Таким образом,

$$V^H \approx V^{exc} \approx V(x-x') = \frac{2e^2}{\epsilon_0 D} U\left(\frac{|x-x'|}{a}\right)\,, \qquad (2)$$

где ϵ_0 – диэлектрическая проницаемость полупроводника, $U(x)$ – безразмерный потенциал, зависящий от экранирования в системе. В случае кулоновского взаимодействия эффект экранирования 2D электронами можно учесть [16] с помощью диэлектрической проницаемости 2D электронного газа $\epsilon(q)$ в приближении хаотических фаз [17]. В этом случае

$$U(x) = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dq}{|q|\epsilon(q)}e^{iqx}\,.$$

Осциллирующая компонента электронной плотности $\tilde{\rho}(x)$ определяется суммированием по всем закрытым подзонам. При этом амплитуда осцилляций, создаваемых отдельной подзоной, уменьшается с расстоянием как $1/x$, если не учитывать электрон-электронное взаимодействие. Взаимодействие, как известно, приводит к более медленному спаду амплитуды [18, 19]. Из-за дисперсии фаз осцилляций в разных подзонах суммарная амплитуда спадает с расстоянием быстрее, чем $1/x$. Например, в случае плоского края в 2D газе амплитуда спадает асимптотически как $x^{-3/2}$ [16]. Наличие перехода 1D-2D приводит к более сильной дисперсии фазы и, соответственно, к уменьшению амплитуды фриделевских осцилляций. В области $x \gtrsim R$ для электронов закрытых подзон на уровне Ферми фаза может быть представлена в виде

$$\Phi(\gamma,x) \simeq k_F x\sqrt{1-\gamma^2} - \Phi(\gamma,k_F)\,,$$

где $\gamma = n\pi/k_F D$. При $k_F D \gg 1$ величину γ можно рассматривать как непрерывную и заменять суммирование по n интергированием по γ. Важную роль играет второй член $\Phi(\gamma,k_F)$, связанный с наличием 1D-2D перехода. При отсутствии перехода, то есть для прямого края 2D области, $\Phi(\gamma,k_F) = 0$. Конкретный вид функции $\Phi(\gamma,k_F)$ определяется формой перехода, но общее для 1D-2D переходов свойство состоит в наличии участка резкого роста фазы при $\gamma \to 0$, как это показано на рис.2.

Для конкретности рассмотрим случай, когда

$$d(x) = \begin{cases} d/\sqrt{1-(x/R)^2}, & x < R\sqrt{1-\delta^2} \\ D, & x > R\sqrt{1-\delta^2} \end{cases}\,, \qquad (3)$$

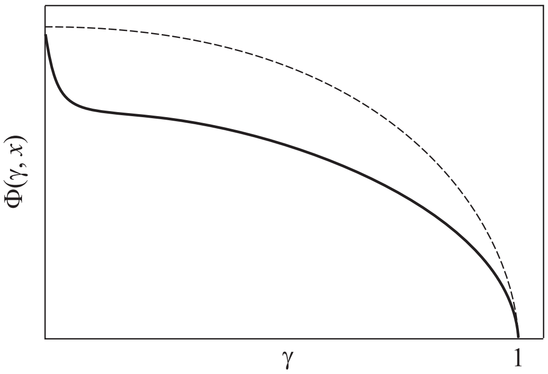

Рис.2. Зависимость фазы от зонного индекса для 1D-2D перехода (сплошная линия) и прямого края 2D электронного газа (штриховая)

где $\delta = d/D \ll 1$. Особенностью этой зависимости $d(x)$ является наличие почти прямых краев вдали от перехода. Обозначим $\xi = x/R$. В области $\xi > \sqrt{1-\delta^2}$

$$\Phi(\gamma, x) \simeq Rk_F \left[\xi - 1 + \delta^2/3\gamma^2\right] .$$

Расчеты плотности с использованием асимптотических разложений по $\lambda_F \equiv 2Rk_F \gg 1$ приводят к следующему результату:

$$\tilde{\rho}(x) \simeq -\frac{2k_F}{\pi}\frac{D}{4\pi R}\sqrt{\frac{\pi}{2\lambda_F}}\frac{\exp -\lambda_F\delta\sqrt{2(\xi-1)/3}}{\xi-1} \times$$
$$\times \operatorname{Re}\left[\frac{\exp\{i[\lambda_F(\xi-1)-\pi/4]\}}{\sqrt{\xi-1}+i\delta\sqrt{3/2}}\right].$$

Как видно, в 1D-2D переходе, в отличие от прямого края, осцилляции плотности затухают экспоненциально с характерной длиной $\sim (D/k_F d)^2/R$, которая при $D \gg R$ значительно превосходит R и, тем более, k_F^{-1}. Поэтому такое затухание не важно.

Коэффициент отражения с точностью до фазового множителя равен

$$r_k \simeq \frac{i}{\pi\sqrt{\pi}}\frac{ak_F}{a_B k}\left\{\left[\tilde{U}_{2ka} - \frac{\tilde{U}_0}{2}\right]F\left(\frac{k}{k_F}\right) - \Delta[z, U]\right\} , \tag{4}$$

где $\tilde{U}_q$ – фурье-образ потенциала $U(t)$, зависящего от безразмерной координаты $t = x/a$, при $q = 2ka$ и $q = 0$. Заметим, что хотя потенциалы V^H и V^{exc} (см. (2)) зависят от D, в окончательном выражении для r_k эта зависимость сокращается в результате суммирования по подзонам. Функция $F(k/k_F)$ имеет вид

$$F(z) = \int_0^\infty dy \frac{\cos(2y+c-\pi/4)}{(y+c/2)^{3/2}} e^{2izy - 2\delta\sqrt{\lambda_F(y+c/2)/3}} ,$$

где $c \sim 1$ – постоянная, возникающая из-за ограничения области применимости асимптотических формул для фриделевских осцилляций. В уравнении (4) слагаемое $\tilde{U}_{2ka}$ обусловлено хартриевским взаимодействием, а член $\tilde{U}_0$ связан с обменным взаимодействием. Комбинация $[2\tilde{U}_{2ka} - \tilde{U}_0]$ стандартным образом возникает в теории рассеяния электронов на фриделевских осцилляциях [20, 21, 18, 16]. Последнее слагаемое в (4),

$$\Delta[z, U] = \int_0^\infty dy \frac{\cos(2y+c-\pi/4)}{(y+c/2)^{3/2}} e^{2izy - 2\delta\sqrt{\lambda_F(y+c/2)/3}} \times$$
$$\times \int_{2y/ak_F}^\infty dt\, U(t),$$

тоже связано с обменом. Оно возникает благодаря следующему различию прямого и обменного межподзонных взаимодействий в 1D-2D переходе. В той части перехода, где плотность электронов закрытых подзон отсутствует, исчезает и обменное взаимодействие с ними электронов открытой подзоны, в то время как прямое взаимодействие распространяется на расстояние порядка a. При $ak_F < 1$ добавка $\Delta[z, U]$ исчезает. В любом случае $\Delta[z, U]$ не сильно изменяет коэффициент отражения, так что $|r_k|$ можно оценить по первому члену в (4).

Зависимость коэффициента отражения от волнового вектора k определяется в основном функцией $(k_F/k)F(k/k_F)$, график которой приведен на рис.3. Характерной особенностью является острый пик при

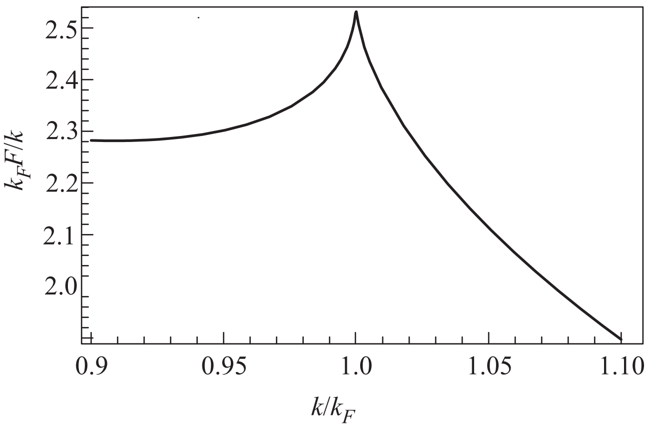

Рис.3. Функция $(k_F/k)F(k/k_F)$, определяющая зависимость коэффициента отражения от энергии электронов; $\lambda_F = 30$, $\delta = 10^{-3}$, $c = 0.5$

$k = k_F$, вблизи которого функция корневым образом зависит от $|k - k_F|$. Множитель $[\tilde{U}_{2ka} - \tilde{U}_0/2]$ изменяется более плавно. Если $U(t) = U_a \exp(-|t|)$, то $\tilde{U}_0 = 2U_a$ и $\tilde{U}_{2ka} = 2U_a/(1+4k^2a^2)$. В случае экранированного кулоновского взаимодействия $\tilde{U}_0 \approx \pi/2$ и $\tilde{U}_{2ka} = \pi/[2(1+ka_B)]$. Так что зависимость $|r_k|$ от k почти такая же, как на рис.3. Величина $|r_k|$ для реальных значений параметров k_F и a может быть порядка нескольких десятых, а $|r_k|^2 \sim 0.1$. При этом вклад обменного взаимодействия является преобладающим.

Полученные результаты сохраняются качественно и для 1D-2D переходов другой формы. Так, в случае более плавного перехода, в котором $d(x) = D - (D-d)\exp[-(x/R)^2]$, фаза $\Phi(\gamma, k_F)$ имеет корневую особенность при малых γ: $\Phi(\gamma, k_F) \simeq Rk_F(\xi - c_1\sqrt{\gamma})\sqrt{1-\gamma^2}$, где $c_1 \simeq 5/4$. В этом случае возникает параметр длины $l_c = 4(c_1 R)^4 k_F^3$, значительно превосходящий R. Из-за более сильной дисперсии фазы, чем в рассмотренном выше случае, когда $d(x)$ определялось уравнением (3), амплитуда фриделевских осцилляций падает, но в пределах длины l_c ослабевает ее зависимость от расстояния: $\tilde{\rho} \sim x^{-1}$. При $x \gg l_c$ устанавливается зависимость $\tilde{\rho} \sim x^{-3/2}$. В результате коэффициент отражения электронов вследствие рассеяния в дальней зоне понижается, грубо говоря, на множитель $\sim \pi^2(c_1\lambda_F)^{-2}\ln(c_1\lambda_F)$. Однако при этом увеличивается размер ближней зоны и возрастает роль процессов рассеяния в ней, которые требуют отдельного рассмотрения.

Таким образом, взаимодействие электронов разных подзон в 1D-2D переходах может быть достаточно сильным для того, чтобы оказать существенное влияние на электронный транспорт в квантовых контактах и квантовых проводах. Оно состоит в следующем.

a) Рассеяние назад электронов открытых подзон приводит к снижению проводимости, которое объясняет наличие специфического сопротивления 1D-2D переходов, обнаруживаемого экспериментально [12]. Полученная выше оценка $|r_k|^2 \sim 0.1$ этим экспериментам соответствует.

b) В квантовых проводах, соединяющих два электронных резервуара, рассеяние электронов происходит в двух противоположных переходах, вследствие чего в проводе образуются квазисвязанные состояния и влияние рассматриваемого механизма рассеяния на кондактанс резонансно усиливается.

c) Поскольку рассеяние на фриделевских осцилляциях уменьшается с ростом энергии электронов при $k > k_F$, дифференциальная проводимость контакта может увеличиваться с ростом приложенного напряжения. В принципе, дифференциальная проводимость может даже превысить величину $2e^2/h$ вследствие того, что благодаря межподзонному взаимодействию становятся возможными переходы из закрытых подзон в открытые (даже в плавных 1D-2D переходах). Действительно, матричный элемент перехода электронов из n-й подзоны в первую при взаимодействии с электронами m-й подзоны определяется членами вида $\langle \chi_1(y)\chi_m^2(y)\chi_n(y)\rangle \neq 0$. Если, например, $\chi_n(y) \sim \sin(\pi n y/D)$, то такие переходы возможны для всех нечетных n.

Работа выполнена при поддержке грантов Российского фонда фундаментальных исследований (# 05-02-16854) и программ РАН ("Квантовые наноструктуры" и "Сильно коррелированные электроны в полупроводниках, металлах, сверхпроводниках и магнитных материалах").

---

1. O.M. Auslaender, A. Yacoby, R. de Picciotto et al., Science **295**, 825 (2002).
2. Y. Tserkovnyak, B.I. Halperin, O.M. Auslaenderet et al., Phys. Rev. B **68**, 125312 (2003).
3. K.J. Thomas, J.T. Nicholls, M.Y. Simmons et al., Phys. Rev. Lett. **77**, 135 (1996).
4. S.M. Cronenwett, H.J. Lynch, D. Goldhaber-Gordon et al., Phys. Rev. Lett. **88**, 226805 (2002).
5. O.M. Auslaender, H. Steinberg, A. Yacoby et al., Science **308**, 88 (2005).
6. Y. Meir, K. Hirose, and N. S. Wingreen, Phys. Rev. Lett. **89**, 196802 (2002).
7. K. Hirose, Y. Meir, and N. S. Wingreen, Phys. Rev. Lett. **90**, 026804 (2003).
8. L. P. Kouwenhoven, B. J. van Wees, C. J. P. M. Harmans et al., Phys. Rev. B **39**, 8040 (1989).
9. L. Martin-Moreno, J. T. Nicholls, N.K. Patel et al., J. Phys.: Condens. Matter **4**, 1323 (1992).
10. B. S. Shchamkhalova and V. A. Sablikov, Physica E **27**, 51 (2005).
11. R. de Picciotto, L.N. Pfeiffer, K.W. Baldwin et al., Phys. Rev. Lett. **92**, 036805 (2004).
12. A.E. Hansen, A. Kristensen, and H. Bruus, Proc. of ICPS-26 Edinburgh 2002, IOP, Bristol, H104 (2003), arXiv: cond-mat/0208452.
13. D. J. Reilly, Phys. Rev. B **72**, 033309 (2005).
14. M. A. Topinka, B. J. LeRoy, S. E. J. Shaw et al., Nature **410**, 183 (2001).
15. Л. И. Глазман, Г. Б. Лесовик, Д. Е. Хмельницкий и др., Письма в ЖЭТФ **48**, 218 (1988).
16. L. Shekhtman and L.I. Glazman, Phys. Rev. B **52**, R2297 (1995).
17. F. Stern, Phys. Rev. Lett. **18**, 546 (1967).
18. D. Yue, L.I. Glazman, and K. A. Matveev, Phys. Rev. B **49**, 1966 (1994).
19. R. Egger and H. Graber, Phys. Rev. Lett. **75**, 3505 (1995).
20. A.M. Rudin, I. A. Aleiner, and L.I. Glazman, Phys. Rev. B **55**, 9322 (1997).
21. G. Zala, B.N. Narozny, and I. A. Aleiner, Phys. Rev. B **64**, 214204 (2001).