

# Поиск анизотропии направлений прихода космических лучей сверхвысоких энергий с применением вейвлета Марра на экваториальной сфере

А. А. Иванов<sup>1)</sup>, А. Д. Красильников, М. И. Правдин

Институт космофизических исследований и аэрономии им. Ю. Г. Шафера, 677891 Якутск, Россия

Поступила в редакцию 20 октября 2003 г.

Анализ распределения направлений прихода космических лучей (КЛ), зарегистрированных Якутской установкой широких атмосферных ливней (ШАЛ) в области энергий  $E > 10^{18}$  эВ, выполнен с применением вейвлета Марра. Обнаружено отклонение от изотропии в распределении 361 ливня с энергией выше  $10^{19}$  эВ на уровне значимости 0.007, подтверждающее полученные ранее указания на анизотропию КЛ в этой области энергий. В отличие от применяющихся ранее методов, вейвлет-анализ позволяет локализовать как область на небесной сфере, где находится предполагаемый источник избыточного потока космических лучей, так и параметр масштаба двумерного вейвлета.

PACS: 95.85.Ry, 96.40.Pq, 98.70.Sa

Космические лучи (КЛ) в области энергий выше  $10^{18}$  эВ демонстрируют высокую степень равномерности распределения направлений их прихода. Тем не менее, имеется ряд указаний, основанных на анализе данных разных установок, на проявления анизотропии. Так, в работе Красильникова и др. [1] по совокупности данных установок Volcano Ranch, Haverah Park, Sydney, Якутск, накопленных к 1974 г., было обнаружено, что амплитуда первой гармоники распределения 76 событий широких атмосферных ливней (ШАЛ) по прямым восхождениям при энергиях выше  $10^{19}$  эВ и склонениях  $\delta > 0$  достигает 44% (вероятность случайности 2.6%) с фазой  $13.3 \pm 1.5$  ч. Аналогичное указание было получено в работе группы Даремского университета [2] и в других работах их последователей. Данные установки AGASA показывают значимую анизотропию потока первичного космического излучения (ПКИ) в районе  $E \sim 10^{18}$  эВ [3] с локализацией избытка со стороны центра Галактики. Имеется также серия работ, в которых утверждается наличие “кластеров” – локальных неоднородностей распределения направлений прихода, где группируется несколько ливней (см. например, [4–6]).

Цель нашей работы состоит в проверке нулевой гипотезы, заключающейся в том, что распределение направлений прихода КЛ на небесной сфере изотропно. Для количественной оценки мы должны принять некую меру отклонения от изотропии, определенную для конечного фиксированного числа  $N$  на-

блюдаемых частиц в интервале энергии. Мы предлагаем вычислять ее с помощью непрерывного вейвлет-преобразования в экваториальной системе координат. Здесь имеется одна трудность: так как подбор положения и ширины интервала энергии, в котором распределение неизотропно, приводит в случае успеха к интервалу, найденному *a posteriori*, необходима поправка на статистическую значимость полученного результата.

Другая гипотеза, которую мы привлекаем в этой связи, была предложена в [1] – назовем ее гипотезой Красильникова и др. и сформулируем следующим образом: значимая анизотропия распределения направлений прихода КЛ по прямым восхождениям наблюдается в области энергий  $E > 10^{19}$  эВ, где они перестают удерживаться магнитным полем Галактики. Эта гипотеза является для нас данной *a priori*, так как получена на основе независимой, предшествующей серии измерений.

Установки, данные которых анализировались в работе [1], прекратили регистрацию космических лучей, за исключением Якутской установки; зато здесь накоплен достаточно большой массив событий ШАЛ сверхвысоких энергий, позволяющий провести проверку гипотез на более высоком уровне статистической значимости, чем это было возможно ранее. Мы анализируем данные Якутской установки ШАЛ, полученные после 1974 г., чтобы исключить ливни, использованные в [1]; в этом случае не требуется вносить поправку на статистическую значимость отклонения от изотропии в указанном интервале энергии. Данные двух других действующих ныне уста-

<sup>1)</sup> e-mail: a.a.ivanov@ikfia.ysn.ru

новок мы не используем здесь из-за того, что параметры ШАЛ, зарегистрированных High Resolution Fly's Eye, пока не доступны для анализа, а данные AGASA опубликованы только для области энергий выше  $4 \cdot 10^{19}$  эВ.

Описание Якутской установки и полученных на ней результатов можно найти в [7]; здесь мы использовали 32389 событий ШАЛ с энергией выше  $10^{18}$  эВ, зарегистрированных за период времени с 1975 по 2002 гг., отобранных с осями в пределах периметра установки и зенитными углами  $\theta < 60^\circ$  – при таком отборе достигается приемлемая точность определения параметров ливня. Как показывает анализ распределения событий с  $E > 10^{18}$  эВ по звездному времени [8], методические искажения, например, амплитуды первой гармоники, возникающие из-за неоднородности обзора неба установкой и сезонных вариаций атмосферных условий, не приводят к заметному отклонению от равномерного распределения по прямым восхождениям  $\alpha$ . Распределение же по склонениям  $\delta$  существенно неоднородно из-за приемной функции наземной установки и поглощения в атмосфере наклонных ливней. Ожидаемое изотропное распределение по склонениям для нашей установки с выбранным критерием отбора событий, полученное с помощью преобразования функции  $\propto \sin(2\theta)$  из горизонтальной системы в экваториальную, и наблюдаемое распределение КЛ в Якутске, показано на рис.1.

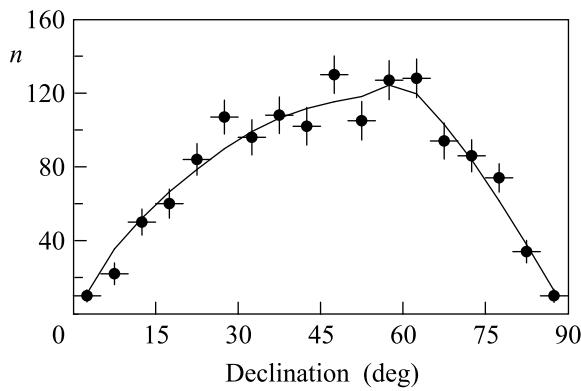


Рис.1. Наблюдаемое распределение ШАЛ с  $E > 5 \cdot 10^{18}$  эВ по склонениям (точки) и ожидаемое изотропное распределение для Якутской установки (сплошная линия). Вертикальными черточками показаны статистические ошибки, горизонтальные отрезки показывают интервалы склонений

Это распределение используется для построения равноэкспозиционной карты направлений прихода ШАЛ (рис.2), где радиальный масштаб склонений по-

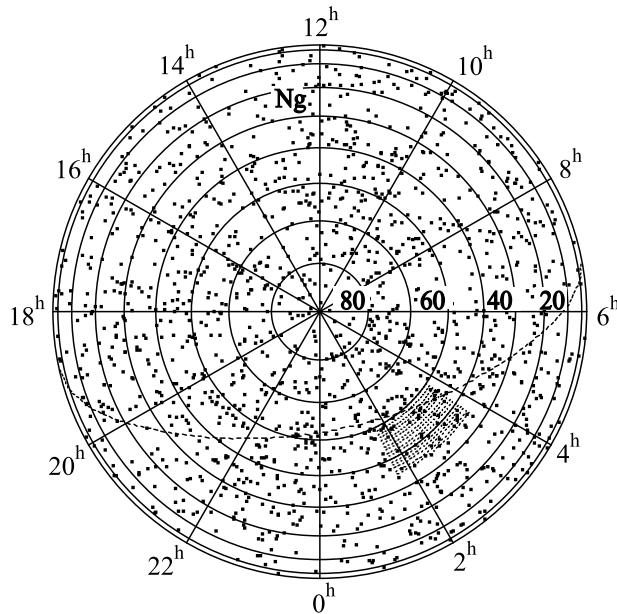


Рис.2. Экваториальная карта событий ШАЛ с равными экспозициями. Приведены 1427 ливней в области  $E > 5 \cdot 10^{18}$  эВ. На циферблете показано прямое восхождение в часах, по радиусу отложено склонение в градусах. Северный полюс Галактики обозначен Ng; галактический экватор показан пунктиром

добрал так, чтобы все области карты имели равные времена экспозиции в суточном цикле [9].

В данной работе предпринят анализ данных с применением вейвлетов в поисках крупномасштабной анизотропии, без рассмотрения близких корреляций направлений прихода КЛ в "кластерах". Вейвлет-анализ является логическим развитием гармонического анализа, эффективным для выявления локальных особенностей непериодических функций [10]. Он с успехом применяется в разнообразных областях, в том числе и в физике [11]. Основой метода, как и в гармоническом анализе, является разложение исходной функции в ряд по ортонормированному базису; но вейвлеты, в отличие от гармонических функций, локализуемы как в физическом, так и в пространстве фурье-образов.

Непрерывное вейвлет-преобразование функции  $f(\mathbf{x})$  определяется как:

$$wv(R, \mathbf{b}) = \int d\mathbf{x} f(\mathbf{x}) \Psi(R, \mathbf{b}; \mathbf{x}), \quad (1)$$

$$\Psi(R, \mathbf{b}; \mathbf{x}) = \frac{1}{R} \psi \left( \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{b}|}{R} \right), \quad (2)$$

где  $wv(R, \mathbf{b})$  – вейвлет-образ функции с параметром масштаба  $R$  в точке с координатами  $\mathbf{b}$ ;  $\psi(|\mathbf{x}|)$  – изотропный "материнский" вейвлет. Необходимыми и

достаточными условиями применимости этого преобразования, а также обратного синтеза, являются: баланс положительных и отрицательных значений,  $\int d\mathbf{x}\psi = 0$ ; нормировка,  $\int d\mathbf{x}\psi^2 = 1$ ; обратимость,  $(2\pi^2) \int dqq^{-1}\psi^2(q) < \infty$ , где  $\psi(q)$  – фурье-образ функции  $\psi(x)$ .

Для проверки нулевой гипотезы, а также гипотезы Красильникова и др., мы используем одномерный вейвлет Марра (типа “Мексиканская шляпа”) [12] на круге прямых восхождений. Расстояния между точками измеряются в прямых восхождениях, а интегрирование выражений типа (1) производится в пределах  $2\pi$ . Дальнейшую локализацию возможных источников КЛ мы производим с помощью двумерного вейвлета Марра на экваториальной сфере. Этот вейвлет имеет гладкий колоколообразный максимум (рис.3), “унаследованный” от нормального распреде-

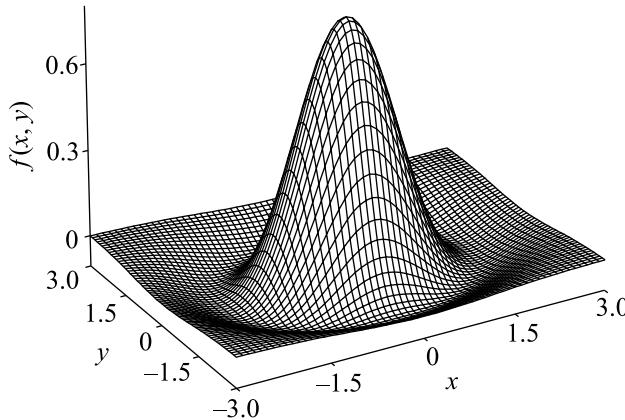


Рис.3. Вейвлет Марра (3) с параметрами  $R = 1, b = 0$

ления, ширина максимума задается масштабным параметром  $R$ :

$$\psi(\mathbf{x}) = (2 - \mathbf{x}^2/R^2) \exp(-0.5\mathbf{x}^2/R^2)/\sqrt{2\pi R^2}, \quad (3)$$

где  $x$  – расстояние до центра вейвлета. Преобразование, заданное формулой (1), характеризует вклад разных масштабов и координат в значение анализируемой функции.

Для того чтобы вейвлеты, определенные на бесконечной плоскости, использовать на экваториальной сфере с заданной точностью, мы должны измерять расстояния между парами точек как сферические дуги, а также ограничить область разрешенных значений масштабного параметра так, чтобы выполнялись условия применимости вейвлета. Поскольку наша цель состоит в проверке отклонения от изотропии, без использования обратного преобразования вейвлет-коэффициентов в исходную функцию,

то можно ограничиться двумя первыми условиями: нулевым балансом и нормировкой функции.

Результаты численного интегрирования на круге и на сфере показаны в табл.1 и на рис.4, откуда видно, что например, при  $0^\circ < R < 51.6^\circ$  условия

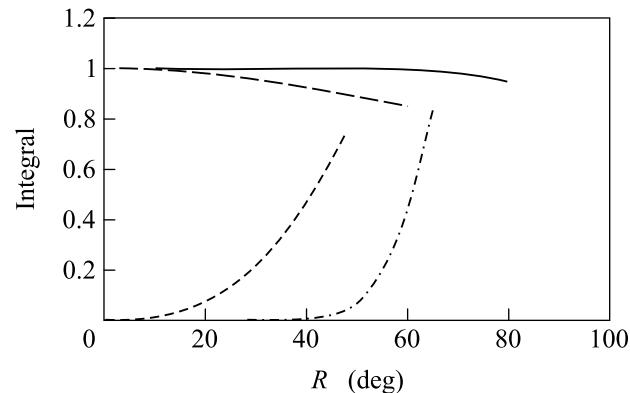


Рис.4. Интегралы нормировки (сплошная линия: 1-D, штриховая линия: 2-D) и баланса положительных и отрицательных значений (штрих-пунктир: 1-D, пунктир: 2-D) вейвлета Марра на круге прямых восхождений: 1-D, и на экваториальной сфере: 2-D

выполнены с точностью 10% в одномерном случае, а на экваториальной сфере соответствующие значения должны быть ограничены  $0^\circ < R < 22.9^\circ$ .

Таблица 1

**Границные значения параметра масштаба вейвлетов,  $R$  (в градусах), обеспечивающие выполнение условий применимости на круге прямых восхождений (1-D) и на сфере (2-D), для интеграла нормировки (norm) и баланса положительных и отрицательных значений (compens), на заданном уровне точности,  $\delta_{\text{integr}}$**

$\delta_{\text{integr}}, \%$	20	10	1	0.1
$R_{1-D}^{\text{compens}}$	55.0	51.6	43.8	38.7
$R_{2-D}^{\text{compens}}$	29.2	22.9	10.5	4.8
$R_{1-D}^{\text{norm}}$	108.9	89.8	66.9	56.8
$R_{2-D}^{\text{norm}}$	73.7	47.4	14.1	4.4

Хотя вейвлет-коэффициенты изотропного распределения  $f(\mathbf{x}) = \text{const}$  равны нулю для непрерывных функций, в действительности ограниченность количества зарегистрированных событий ШАЛ приводит к ненулевым значениям. Поэтому мы вычисляем ожидаемые коэффициенты для изотропного ПКИ методом Монте-Карло, представляя изотропное распределение  $N$  точек суммой дельта-функций  $f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)$ :

$$wv(R, \mathbf{b}) = \sum_{i=1}^N \psi(|\mathbf{x}_i - \mathbf{b}|/R)/R,$$

и усредняя затем полученные коэффициенты по выборке достаточно большого числа испытаний для каждого заданного интервала энергии.

Вычисление вейвлет-коэффициентов для распределения направлений прихода ПКИ показало, что разброс минимальных и максимальных значений  $(wv_{\max} - wv_{\min}) / (wv_{\max} + wv_{\min})$  для фиксированных  $R, N$  можно описать амплитудой первой гармоники по прямому восхождению, которая стремится к нулю с ростом  $N$ . Тогда степень отклонения отношения наблюдаемой/изотропной амплитуд вейвлет-коэффициентов  $W_1^{\text{observed}} / W_1^{\text{isotropic}}$  от единицы в интервале энергии, для заданных значений параметров, может служить мерой отклонения от изотропного ожидания.

На рис.5 показано такое отношение, полученное в результате обработки данных Якутской установки ШАЛ. Здесь мы использовали одномерный вейв-

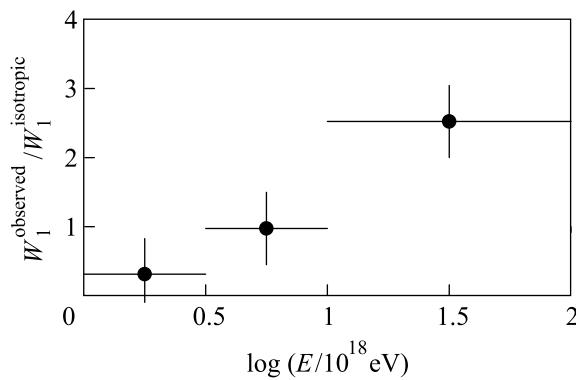


Рис.5. Амплитуды вейвлета Марра для распределения направлений прихода КЛ по прямым восхождениям. Вертикальные черточки показывают статистические ошибки, горизонтальными чертами показаны интервалы энергии

лет на круге прямых восхождений для распределения направлений прихода, проинтегрированного по склонениям, чтобы воспроизвести условия работы [1].

И в самом деле, в области  $E > 10^{19}$  эВ наблюдается значимое отклонение амплитуды вейвлета Марра от "изотропной" амплитуды:  $W_1^{\text{observed}} / W_1^{\text{isotropic}} = 2.52 \pm 0.52$ . Фазе этой амплитуды соответствует положение максимума вейвлета 2.7 ч прямого восхождения с ошибкой  $\sim R/2 = 1$  ч. Уровень значимости отклонения амплитуды от изотропного ожидаемого значения, вычисленный методом Монте-Карло для наблюдаемого числа частиц  $N = 361$ , попадающих в третий интервал, равен 0.7% (табл.2). Статистическая обеспеченность значительно выросла по сравнению с 1974 г., но фаза находится теперь в другом месте. От выбора инструмента для анализа распре-

деления по прямым восхождениям наш результат не зависит; это видно из того, что гармонический анализ данных Якутской установки за последние годы по прямым восхождениям [13] также показывает значимую амплитуду первой гармоники ( $A_1 = 26.4 \pm 8\%$ ,  $\alpha = 2.3 \pm 1.2 h$ ) в области энергии  $(1 \div 3) \cdot 10^{19}$  эВ.

Таблица 2

**Наблюдаемые ( $W_1^{\text{observed}}$ ) и изотропные ( $W_1^{\text{isotr}}$ ) вейвлет-амплитуды распределения по прямым восхождениям;  $R = 30^\circ$ . Интервалы энергии  $\{E\}$  соответствуют рис.4: 1 –  $(10^{18} < E \leq 10^{18.5}$  эВ), 2 –  $(10^{18.5} < E \leq 10^{19}$  эВ), 3 –  $(E > 10^{19}$  эВ);  $\alpha_{\max}$  – прямое восхождение максимума вейвлета;  $\delta W_1$  – статистические ошибки,  $P$  – вероятность случайной реализации вейвлет-амплитуды  $W_1^{\text{isotr}} \geq W_1^{\text{observed}}$  в изотропном распределении**

$\{E\}$	$W_1^{\text{observed}}$	$\alpha_{\max}, h$	$W_1^{\text{isotr}}$	$\delta W_1$	$P, \%$
1	0.75	20.1	2.39	1.23	93.7
2	0.81	2.3	0.83	0.43	48.5
3	1.24	2.7	0.49	0.25	0.7

Применение двумерного вейвлета позволяет нам продвинуться дальше в анализе: уточнить направление преимущественного прихода КЛ в распределении по склонениям и, в определенных пределах, оценить величину параметра масштаба вейвлета. Правда, в этом случае уровень значимости результатов приобретает неопределенность из-за апостериорного способа их получения.

Вычисление интеграла (1) с двумерным вейвлетом Марра на экваториальной сфере с последующей оценкой амплитуды первой гармоники по прямому восхождению приводит к отношению наблюдаемой и изотропной амплитуд, показанному на рис.6 как функции энергии и склонения. Здесь мы подобрали ширину интервала по логарифму энергии 0.25 и параметр масштаба  $R = 17^\circ$  (соответствует точности  $\sim 10\%$  выполнения условия обнуления вейвлета на сфере), приводящие к максимуму отношения  $W_1^{\text{observed}} / W_1^{\text{isotropic}} = 3.18 \pm 0.54$  в области  $10^{19} < E \leq 10^{19.25}$  эВ и  $45^\circ \leq \delta < 60^\circ$ . Найденная область заштрихована на карте экваториальных координат (рис.2).

Обращает на себя внимание, что приблизительно в этом же интервале энергии по данным Якутской установки была найдена северо-южная асимметрия в распределении потока КЛ по галактическим широтам [14, 15] с указанием на избыточный поток из интервала широт  $(-15^\circ, 0^\circ)$ . Эти два результата хорошо согласуются по предполагаемой области избыточного потока, более того, взаимно дополняют друг дру-

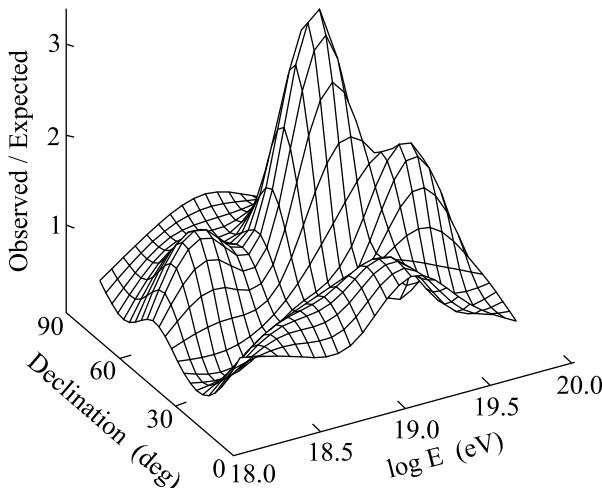


Рис.6. Определение области избыточного потока КЛ в распределении по склонениям: двумерный вейвлет-анализ данных Якутской установки ШАЛ

га. Как было показано расчетами траекторий заряженных частиц в галактических магнитных полях [16, 14], северо-южная асимметрия возникает в модели с источниками в диске Галактики.

Тогда, из измерений распределения направлений прихода КЛ, вырисовывается следующая картина в переходной области энергий, где внегалактическая компонента сменяет галактическую [15]: выше пороговой энергии  $E_{thr}$  доминирует изотропная внегалактическая компонента, а ниже – галактическая, захваченная в магнитном поле  $\bar{B} \sim 2$  мГс. И только в граничной области вклад ядер  $\bar{Z} \sim 10$  из диска галактики приводит к северо-южной асимметрии, заметной в окрестности  $E_{thr} \sim 10^{19}$  эВ. Такая величина пороговой энергии согласуется также с наблюдаемой всеми установками нерегулярностью спектра космических лучей в этой области – “лодыжкой” (см. обзор [17]).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российской фонда фундаментальных исследований и МинПромНауки РФ.

1. D. D. Krasilnikov, A. I. Kuzmin, J. Linsley et al., *J. Phys. A* **7**, L176 (1974).
2. J. Wdowczyk and A. W. Wolfendale, *J. Phys. A* **10**, 1453 (1984).
3. N. Hayashida, M. Nagano, D. Nishikawa et al., *Astropart. Phys.* **10**, 303 (1999).
4. X. Chi, J. Wdowczyk, and A. W. Wolfendale, *J. Phys. G* **18**, 1867 (1992).
5. N. Hayashida, K. Honda, M. Honda et al., *Phys. Rev. Lett.* **77**, 1000 (1996).
6. P. G. Tinyakov and I. I. Tkachev, *JETP Lett.* **74**, 1 (2001).
7. М. Н. Дьяконов, Т. А. Егоров, Н. Н. Ефимов и др., *Космическое излучение предельно высокой энергии*, Н.: Наука, 1991.
8. М. И. Правдин, А. А. Иванов, А. Д. Красильников и др., *Изв. РАН, сер. физ.* **66**, 1592 (2002).
9. D. D. Krasilnikov, T. A. Egorov, A. A. Ivanov et al., *Proc. 15<sup>th</sup> ICRC*, **2**, Plovdiv, 1977, p. 189.
10. I. Daubechies, *Ten Lectures on Wavelets*, Philadelphia: SIAM, 1991.
11. И. М. Дремин, О. В. Иванов, В. А. Нечитайло, УФН **171**, 465 (2001).
12. D. Marr and E. C. Hildreth, *Proc. Roy. Soc. London, ser. B* **207**, 187 (1980).
13. A. D. Krasilnikov, A. A. Ivanov, and M. I. Pravdin, *Proc. 27<sup>th</sup> ICRC*, **1**, Hamburg, 2001, p. 398.
14. X. Chi, A. A. Ivanov, and A. W. Wolfendale, *J. Phys. G* **19**, 1975 (1993).
15. A. A. Ivanov, *J. Phys. G* **24**, 227 (1998).
16. С. И. Сыроватский, Препринт ФИАН, п.151 (1969).
17. M. Nagano and A. A. Watson, *Rev. Mod. Phys.* **72**, 689 (2000).