Письма в ЖЭТФ, том 78, вып. 11, с. 1212 – 1215 © 2003 г. 10 декабря

О когерентном излучении при столкновении коротких сгустков релятивистских частиц

Н. Ф. Шульга[1], *Д. Н. Тютюнник*

Национальный научный центр "Харьковский физико-технический институт", 61108 Харьков, Украина

Поступила в редакцию 2 октября 2003 г.
После переработки 20 октября 2003 г.

Предсказывается эффект подавления когерентного излучения, возникающего при столкновении релятивистских электронов с коротким сгустком релятивистских частиц. Показано, что данный эффект должен иметь место в области малых частот излученных фотонов при нарушении условия дипольности излучения. Механизм возникновения этого эффекта отличается от механизма синхротронного излучения электронов в поле налетающего на него сгустка частиц.

PACS: 13.10.+q, 14.60.Ef, 41.60.–m, 41.75.Ht

1. В работах [1 – 4] была показана возможность значительного когерентного эффекта при столкновении релятивистских электронов с коротким сгустком релятивистских частиц. Данный эффект должен иметь место в области достаточно малых частот излученных фотонов, когда длина когерентности процесса излучения велика по сравнению с длиной сгустка. В [1 – 3] предложена теория этого эффекта, основанная на борновском приближении квантовой электродинамики, и проведен анализ возможности обнаружения эффекта на существующих ускорителях. Классическое рассмотрение эффекта проведено в работе [4]. Экспериментально данный эффект пока не обнаружен.

При выводе полученных в [1 – 4] результатов предполагалось выполненным условие дипольности излучения релятивистского электрона в поле сгустка: $\gamma\vartheta_e \ll 1$, где γ – Лоренц-фактор электрона и ϑ_e – полный угол рассеяния электрона в поле сгустка. Для ряда ускорителей, как отмечено в [1], это условие не выполняется, поэтому необходимо знать особенности процесса излучения электрона в поле сгустка при выполнении условия $\gamma\vartheta_e \geq 1$.

При исследовании процесса излучения ранее считалось, что в последнем случае излучение электрона в поле сгустка может быть рассмотрено на основе формул теории синхротронного излучения. В настоящей работе показывается, что это далеко не всегда так, и что при излучении электрона в поле сгустка частиц наряду с когерентным эффектом при излучении возможен эффект подавления когерентного излучения, аналогичный эффекту Ландау–Померанчука–Мигдала – подавления тормозного излучения релятивистских электронов в тонком слое вещества [5 – 7].

2. Рассмотрим излучение в области малых частот, возникающее при взаимодействии электрона с налетающим на него узким и коротким сгустком релятивистских частиц. Излучение в этом случае сконцентрировано, в основном, в направлениях, близких к направлению движения электрона. При этом, если длина когерентности процесса излучения будет велика по сравнению с продольным размером сгустка, то взаимодействие электрона с частицами сгустка будет определяться параметром

$$\alpha_N = N\frac{eQ}{\eta c}, \tag{1}$$

где e – заряд электрона, Q – заряд отдельной частицы сгустка и N – число частиц в сгустке. Этот параметр имеет ту же структуру, что и соответствующий параметр, определяющий взаимодействие электрона с цепочкой атомов кристалла [8]. Он означает, что взаимодействие электрона с частицами сгустка в рассматриваемом случае происходит как с единым объектом с эффективным зарядом $Q_{\text{eff}} = NQ$. В этом плане задача о когерентном излучении электрона в поле сгустка близка к задаче о когерентном излучении релятивистского электрона в кристалле [9].

При выполнении условия $NeQ/\eta c \ll 1$ для описания излучения электрона в поле сгустка можно пользоваться борновским приближением квантовой электродинамики. С увеличением N, однако, условие применимости борновского приближения быстро разрушается. Типичные значения чисел частиц в сгустках на многих ускорителях (см., например, [1]) составляют $N \sim 10^8 \div 10^{10}$ и, следовательно, для таких сгустков выполняется условие $\alpha_N \gg 1$, противопо-

[1]e-mail: shulga@kipt.kharkov.ua

ложное условию применимости борновского приближения. Процесс излучения низкоэнергетических фотонов в этом случае может быть рассмотрен на основе классической теории излучения.

В классической электродинамике спектрально-угловая плотность излучения определяется траекторией $\mathbf{r}(t)$ электрона во внешнем поле:

$$\frac{dE}{d\omega d\mathbf{\Omega}} = \frac{e^2}{4\pi^2}|\mathbf{k}\times\mathbf{I}|^2, \tag{2}$$

где ω и $\mathbf{k}$ – частота и волновой вектор излученной волны, $d\mathbf{\Omega}$ – элемент телесного угла в направлении излучения и

$$I = i\int\limits_{-\infty}^{\infty} dt e^{i(\omega t - \mathbf{kr}(t))}\frac{d}{dt}\frac{\mathbf{v}(t)}{\omega - \mathbf{kv}(t)}. \tag{3}$$

Траектория электрона $\mathbf{r}(t)$ в поле налетающего на него сгустка частиц определяется уравнением движения

$$\frac{d}{dt}\mathbf{v} = \frac{e}{\varepsilon}[\mathbf{E} + \mathbf{v}\times\mathbf{H} - \mathbf{v}(\mathbf{v}\cdot\mathbf{E})], \tag{4}$$

где ε – энергия электрона, $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ – электрическое и магнитное поля движущегося сгустка частиц ($\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial}{\partial t}\mathbf{A}$, $\mathbf{H} = \nabla\times\mathbf{A}$). Скалярный, φ, и векторный, $\mathbf{A}$, потенциалы частиц сгустка определяются соотношениями

$$\varphi = \sum_n \frac{Q}{\left[(z - z_n - v_p t)^2 + |\rho - \rho_n|^2/\gamma_p^2\right]^{1/2}}, \quad \mathbf{A} = \mathbf{v}_p\varphi, \tag{5}$$

где γ_p – лоренц-фактор частиц сгустка, (z_n, ρ_n) – координаты частиц в сгустке при $t = 0$, z и ρ – координаты, параллельная и ортогональные вектору скорости электрона $\mathbf{v}$ и $\mathbf{v}_p$ – вектор скорости налетающих частиц сгустка (предполагается, что $\mathbf{v}_p$ направлен вдоль отрицательных значений оси z и одинаков для всех частиц сгустка). Суммирование в (5) ведется по всем частицам сгустка. Здесь и далее мы пользуемся системой единиц, в которой скорость света принята равной единице.

Характерные значения углов рассеяния релятивистского электрона в поле частиц сгустка малы, поэтому вектор скорости электрона может быть записан в виде

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}\left(1 - \frac{1}{2}v_\perp^2\right) + \mathbf{v}_\perp(t), \tag{6}$$

где $\mathbf{v}_\perp(t)$ – компоненты скорости электрона, ортогональные вектору скорости $\mathbf{v}$ падающего электрона, $|v_\perp| \ll |v|$. При выполнении условия

$$\frac{2\gamma^2/\omega}{1 + \gamma^2\vartheta_N^2} \gg \frac{L}{2}, \tag{7}$$

где L – длина сгустка и ϑ_N – полный угол рассеяния электрона сгустком, можно пренебречь экспоненциальным фактором в (3). Величина $\mathbf{I}$ в этом случае будет определяться только направлениями начальной, $\mathbf{v}$, и конечной, $\mathbf{v}_N$, скоростей электрона. При этом для спектральной плотности излучения приходим к следующему соотношению:

$$\frac{dE}{d\omega} = \frac{2e^2}{\pi}\left[\frac{2\xi^2+1}{\xi\sqrt{\xi^2+1}}\ln\left(\xi + \sqrt{\xi^2+1}\right) - 1\right], \tag{8}$$

где $\xi = \xi_N = \gamma\vartheta_N/2$ – параметр недипольности излучения электрона в поле сгустка.

Таким образом, при выполнении условия (7) спектральная плотность излучения (8) определяется произведением лоренц-фактора электрона на полный угол его рассеяния сгустком частиц. Отметим, что формула (8) и условие ее применимости (7) справедливы как при малых, так и при больших значениях параметра недипольности излучения ξ_N. Условие (7) означает, что длина когерентности процесса излучения с учетом рассеяния электрона в поле сгустка $l_c = 2\gamma^2/\omega(1 + \gamma^2\vartheta_N^2)$ велика по сравнению с длиной, на которой электрон взаимодействует со сгустком (множитель 1/2 в правой части неравенства обусловлен тем, что сгусток летит навстречу электрону, поэтому время пролета электроном сгустка составляет $L/2v$).

Для нахождения угла рассеяния электрона в поле (5) необходимо знать поперечную составляющую скорости электрона $\mathbf{v}_\perp(t)$. Учитывая соотношение $\mathbf{v}\times(\nabla\times\mathbf{A}) = -\nabla\varphi - \mathbf{v}_p(\mathbf{v}\cdot\nabla)\varphi$, легко проверить, что для $\mathbf{v}_\perp(t)$ уравнение (4) с точностью до членов порядка γ^{-2} и $v_\perp^2/v^2$ может быть записано в виде

$$\frac{d}{dt}\mathbf{v}_\perp = -\frac{2e}{\varepsilon}\nabla_\perp\varphi. \tag{9}$$

Отсюда находим, что полный угол рассеяния электрона в поле сгустка частиц определяется соотношением

$$\vartheta_N = \frac{v_\perp(+\infty)}{v} \approx \frac{4eQ}{\varepsilon}\sum_{n=1}^{N}\frac{1}{|\rho - \rho_n|}. \tag{10}$$

3. Рассмотрим, для простоты, излучение в случае, когда электрон пролетает вдоль сгустка на расстоянии $\rho \gg \rho_n$ от его оси. В этом случае, согласно (10),

$$\vartheta_N \approx N\vartheta_1, \tag{11}$$

где $\vartheta_1 \approx 4eQ/\rho\vartheta$ – угол рассеяния электрона при столкновении с одной частицей сгустка. При этом входящий в (8) параметр ξ будет определяться соотношением

$$\xi_N = N\frac{2eQ}{m\rho}. \quad (12)$$

Мы видим, что в рассматриваемом случае все частицы сгустка выступают как единый центр с эффективным зарядом NQ, на котором рассеивается электрон.

Подставляя (12) в (8), получим спектральную плотность излучения релятивистского электрона в поле сгустка налетающих на него частиц, которая справедлива при выполнении условия (7). Если при этом выполняется условие $\xi_N \ll 1$, то в (8) можно выполнить разложение по ξ. В первом приближении такого разложения получим

$$\frac{dE_N}{d\omega} = \frac{2e^2}{3\pi}\gamma^2\vartheta_N^2 = N^2\frac{32e^4Q^2}{3\pi m^2\rho^2}. \quad (13)$$

В этом случае имеет место когерентный эффект при излучении электрона на сгустке N частиц, согласно которому спектр излучения пропорционален квадрату числа частиц в сгустке. Отметим в этой связи, что, несмотря на значительное нарушение условия применимости борновского приближения, когерентный эффект в данной задаче сохраняется и при классическом рассмотрении процесса излучения электрона в поле налетающего на него сгустка частиц. Иными словами, это означает, что значительно расширяется область значений чисел частиц в сгустке, для которых когерентный эффект возможен.

Определим теперь предельные значения чисел частиц в сгустке, для которых когерентный эффект еще возможен. С увеличением N неравенство $\xi_N \gg 1$ нарушается. При выполнении же условия $\xi_N \gg 1$, согласно (8), имеем

$$\frac{dE_N}{d\omega} = \frac{4e^2}{\pi}\ln 2\xi_N = \frac{4e^2}{\pi}\ln\left(N\frac{4eQ}{m\rho}\right). \quad (14)$$

В этом случае имеет место эффект подавления когерентного излучения, согласно которому спектральная плотность излучения практически перестает зависеть от числа атомов в сгустке. Этот эффект аналогичен эффекту подавления тормозного излучения электронов большой энергии в тонком слое вещества [7].

Таким образом, когерентный эффект в данной задаче возможен вплоть до значений чисел частиц в сгустке $N_{\max}$, определяемых соотношением

$$N_{\max}\frac{2eQ}{m\rho} \sim 1. \quad (15)$$

Для типичных ситуаций (см. ниже) значения $N_{\max}$ по порядку величины составляют $N_{\max} \sim 10^{10}$. Для большего числа частиц в сгустке когерентный эффект излучения разрушается и, согласно (13) и (14), квадратичная зависимость спектральной плотности излучения от N сменяется значительно более слабой логарифмической зависимостью. Заметим, что механизм подавления когерентного излучения в рассматриваемой задаче аналогичен механизму подавления тормозного излучения в эффекте Ландау–Померанчука–Мигдала (ЛПМ-эффект) [5, 6, 9]. В обоих задачах эффект подавления излучения имеет место при рассеянии электрона в пределах длины когерентности процесса излучения на углы, превышающие характерный угол излучения релятивистского электрона $\vartheta \sim 1/\gamma$. Это означает, что аналог ЛПМ-эффекта возможен и для совершенно другого процесса – процесса когерентного излучения релятивистского электрона в поле налетающего на него сгустка релятивистских заряженных частиц. Тем самым открываются новые возможности в исследовании аналогов ЛПМ-эффекта. (Экспериментальная проверка ЛПМ-эффекта в последние годы проводилась на ускорителях СЛАК [10] и ЦЕРН [11].)

Отметим, что формула (14) справедлива при выполнении условия $\gamma\vartheta_N \gg 1$. Вместе с тем она существенно отличается от соответствующего результата теории синхротронного излучения, которым ранее пользовались для описания излучения электрона в поле сгустка при выполнении условия $\gamma\vartheta_N \gg 1$. Связано это с тем, что формулами теории синхротронного излучения можно пользоваться, если кроме неравенства $\gamma\vartheta_N \gg 1$ выполняется условие $2\gamma^2/\omega \ll \ll L/2$. Кроме того, требуется, чтобы среднее поле сгустка частиц в пределах длины когерентности процесса излучения слабо изменялось [9]. Последнее же условие противоположно условию (7), при котором справедлива формула (8).

Приведем теперь конкретные оценки полученных результатов для электронов с энергией $\varepsilon \sim 5$ ГэВ, пролетающих на расстоянии $\rho \sim 10^{-2}$ см от оси налетающего на электрон сгустка релятивистских частиц с $N_p \sim 5 \cdot 10^{10}$, $L \sim 10^{-1}$ см и поперечным размером сгустка $\Delta\rho \ll 10^{-2}$ см. Эффективная константа взаимодействия электрона с полем сгустка в этом случае составляет $\alpha_N \sim 5 \cdot 10^8$, параметр недипольности излучения $\gamma\vartheta_N \sim 8$ и значения энергий излученных квантов $\omega_c = 4\gamma^2/L(1+\gamma^2\vartheta_N^2)$, начиная с которых справедливы приведенные выше формулы, составляют $\omega_c \sim 100$ кэВ. Таким образом, в рассматриваемом случае уже существенным становится эффект подавления когерентного излучения, описываемый формулой (14). При этом формулы теории синхротронного излучения еще не работают. Значения $N_{\max}$, при которых когерентный эффект еще возможен в рассматриваемом случае, по порядку величины равно $N_{\max} \sim 10^{10}$.

Один из авторов (НФШ) выражает благодарность В. Г. Сербо за обсуждение затронутых в работе вопросов.

1. И. Ф. Гинзбург, Г. Л. Коткин, С. И. Политыко, В. Г. Сербо, Ядерная физика **55**, 3310, 3324 (1992).
2. I. F. Ginzburg, G. L. Kotkin, S. I. Polityko, and V. G. Serbo, Z. Phys. **C60**, 737 (1993).
3. S. I. Kotkin and V. G. Serbo, Phys. Rev. **E51**, 2493 (1995).
4. M. Bassetti, J. Bosser, M. Gygi-Henney et al., IEEE Trans. Nucl. Sci. NS - **30**, 2182 (1983).
5. Л. Д. Ландау, И. Я. Померанчук, ДАН СССР **92**, 735 (1953).
6. А. Б. Мигдал, ДАН СССР **96**, 49 (1954).
7. Н. Ф. Шульга, С. П. Фомин, ЖЭТФ **113**, 58 (1998).
8. А. И. Ахиезер, В. Ф. Болдышев, Н. Ф. Шульга, ЭЧАЯ **10**, 52 (1979).
9. А. И. Ахиезер, Н. Ф. Шульга, *Электродинамика высоких энергий в веществе*, М.: Наука, 1993.
10. P. L. Anthony et al., Phys. Rev. **D56**, 1373 (1997).
11. H. Hansen et. al., Phys. Rev. Lett. **91**, 014801 (2003).