Письма в ЖЭТФ, том 45, вып. 1, стр. 52 – 55 *10 января 1987 г.*

СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИХ СЛОИСТЫХ СТРУКТУР

А.Ю.Китаев, Л.С.Левитов

Показано, что критическое поведение термодинамических величин в точке сверхпроводящего перехода в квазипериодических слоистых структур отличает от обычного. В приближении Гинзбурга – Ландау вычислены критические индексы.

1. Недавно была обнаружена необычная температурная зависимость верхнего критического поля H_{c2} в системе *SNSNS*... слоев из V и Mo [1]. Толщина слоев нормального металла d была постоянной, а сверхпроводящие слои были двух разных толщин d_A и d_B, чередовавшихся по закону Фибоначчи *ABAABABAABAAB*... . Вблизи точки перехода в нулевом поле была обнаружена нелинейная зависимость H_{c2} от τ ($\tau = (T_c - T)/T_c$), причем измерения длины когерентности ξ_0 показали, что $d \ll \xi_0$ (сильная связь). Если изобразить результаты [1] в логарифмическом масштабе, то получится прямая с наклоном 0,74. Этот критический индекс находится между 1,0 (периодическая система сильно связанных слоев) и 0,5 (отдельный слой) (см. рис. 1).

Поскольку размер зародыша сверхпроводящей фазы в слабом поле много больше постоянной решетки, причиной появления аномального критического индекса является квазипериодичность структуры. Другие термодинамические величины: параметр порядка Δ, теплоемкость C, корреляционная длина ξ, лондоновская длина λ и нижнее критическое поле H_{c1} также должны иметь степенную зависимость от τ с необычными показателями степени.

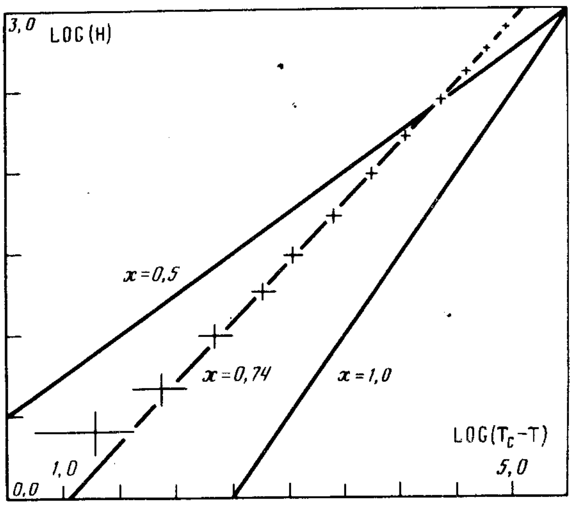

Рис. 1. Данные [1] в логарифмическом масштабе. Наклон x соответствует показателю степени в законе $H_{c2} \sim \tau^x$

2. Мы рассмотрим задачу о вычислении критических индексов в приближении Гинзбурга – Ландау. Будем считать, что слоистая структура описывается кусочно постоянной функцией $U(x)$, принимающей постоянные значения U_S и $-U_N$ внутри каждого слоя ($U_S > 0, U_N > 0$ - эффект близости). Функционал ГЛ имеет обычный вид:

$$F(\Delta(x)) = \left[\frac{1}{2}|\vec{\partial}\Delta|^2 + U(x)|\Delta|^2\right] - \tau|\Delta|^2 + |\Delta|^4 \qquad (1)$$

(магнитное поле H включено в градиентный член). Вблизи точки перехода H, $|\Delta|$ и τ малы и, поэтому, параметр порядка является линейной комбинацией собственных функций нижней части спектра оператора в квадратных скобках. Свойства операторов такого типа были подробно изучены в [2], где было показано, что все края разрешенных зон являются скейлинговыми точками спектра. Это означает, что если выбрать начало отсчета энергии на нижнем краю спектра, то доля состояний с энергией меньше ϵ будет связана с ϵ так:

$$\epsilon = n^{2\gamma} F(\log_\Phi n), \qquad \Phi = \left(\frac{1}{2}(\sqrt{5}+1)\right)^2 . \tag{2}$$

Здесь Φ – квадрат золотого сечения, F – ограниченная периодическая функция периода 1. Индекс γ не универсален, а является функцией инварианта J :

$$\gamma = \frac{1}{2}\log_\Phi\left[\frac{1}{2}\left((8t-1) + ((8t-1)^2-4)^{1/2}\right)\right], \qquad 4t^2-3t = J. \tag{3}$$

Для нашей модели инвариант дается таким выражением:

$$J = 1 + \frac{(U_S+U_N)^2}{4U_S U_N}\,\mathrm{sh}^2(\kappa d)\sin^2(k(d_A-d_B)), \qquad k = \frac{(2U_S)^{1/2}}{\xi_0}, \qquad \kappa = \frac{(2U_N)^{1/2}}{\xi_0}. \tag{4}$$

Другой важной для нас величиной является критический индекс собственной функции с минимальной энергией:

$$\delta = \lim_{L\to\infty}\log_L\left[\left(\int_0^L \psi^2\right)^2 \Big/ \left(\int_0^L \psi^4\right)\right]. \tag{5}$$

При изменении J от 1 до ∞, δ меняется от 1 до $(\log_2\Phi)^{-1} = 0{,}72\ldots$. Индекс δ можно вычислить так. В [2] показано, что дну зоны соответствует последовательность трансфер-матриц вида $A, B, S^{-1}AS, S^{-1}BS, S^{-2}AS^2, \ldots$ (последовательность следов имеет период 2). Матрицы A, B и S удовлетворяют уравнениям $AB = S^{-1}AS$, $BS^{-1}AS = S^{-1}BS$ и условию $\mathrm{tr}(ABA^{-1}B^{-1}) = 2J$. Решение этих уравнений дает A, B и S как функции J. Теперь нужно определить вектор действуя на который, трансфер-матрицы дают значения волновой функции. Чтобы волновая функция не росла слишком быстро, нужно взять собственный вектор матрицы S, отвечающий собственному значению, модуль которого меньше единицы (см. рис. 2).

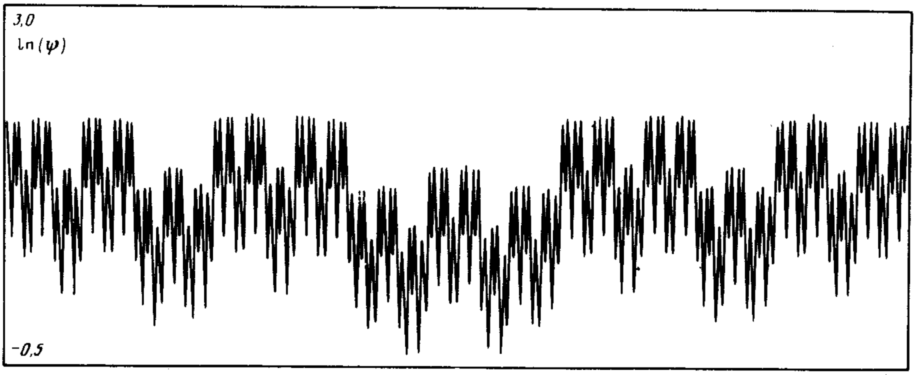

Рис. 2. Волновая функция ψ основного состояния на узлах 0, ..., 377 при $J = 10$. Функция ψ, представляющая собой иерархию молекул [2], имеет осцилляции всех масштабов

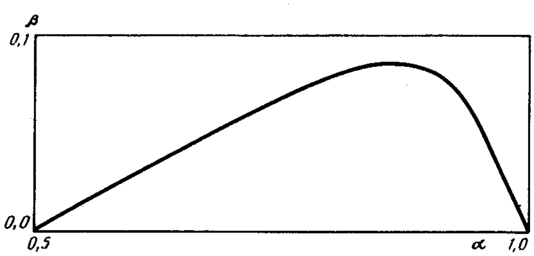

Рис. 3. Зависимость индекса β теплоемкости от индекса α верхнего критического поля

3. Вычислим теперь критические индексы. Начнем с поля H_{c2} и рассмотрим зародыш размера L. Плотность энергии есть сумма "кинетического" и диамагнитного членов $L^{-2\gamma} + H^2L^2$. Минимизируя по L и приравнивая к τ, находим оптимальный размер зародыша и поле H_{c2}:

$$L \sim H^{-\frac{1}{\gamma+1}}, \qquad H_{c2} \sim \tau^{\alpha}, \quad \alpha = \frac{\gamma+1}{2\gamma} \quad . \tag{6}$$

Индекс α меняется от 1 до 0,5, когда J меняется от 1 до ∞.

Определим теперь температурную зависимость модуля параметра порядка Δ. Из-за сильной неоднородности волновой функции основного состояния ($\delta < 1$) нельзя просто заменить $\langle \Delta^4 \rangle$ на $\langle \Delta^2 \rangle^2$. Вместо этого следует использовать соотношение $\langle \Delta^4 \rangle \sim L^{1-\delta} \langle \Delta^2 \rangle^2$ (L – величина области, по которой производится усреднение), верное при $L \lesssim \xi$ (ξ – корреляционная длина). Зависимость ξ от τ дается соотношением $\xi^{-2\gamma} \sim \tau$. Заменяя $\langle \Delta^4 \rangle$ на $\xi^{1-\delta} \langle \Delta^2 \rangle^2$ в (1), получаем, что $\langle \Delta^2 \rangle$ дает минимум выражению $-\tau \langle \Delta^2 \rangle + \xi^{1-\delta} \langle \Delta^2 \rangle^2$. Находим Δ^2 и теплоемкость:

$$\langle \Delta^2 \rangle \sim \tau^{\beta+1}, \qquad \beta = \frac{1-\delta}{2\gamma}, \qquad c \sim \tau^{\beta} \; . \tag{7}$$

Зная индекс $\langle \Delta^2 \rangle$, можно определить индекс лондоновской глубины и найти величину κ параметра Гинзбурга – Ландау:

$$\lambda^2 \sim \tau^{-1-\beta}$$

$$\xi_{\perp} \sim \tau^{-\frac{1}{2\gamma}} \quad \text{— перпендикулярно слоям}$$

$$\xi_{\parallel} \sim \tau^{-1/2} \quad \text{— параллельно слоям} \tag{8}$$

$$\kappa_{\perp} = \frac{\lambda}{\xi_{\perp}} \sim \tau^{\mu}, \quad \mu = \frac{1+\delta}{4\gamma} - \frac{1}{2}, \qquad \mu \leqslant 0$$

$$\kappa_{\parallel} = \frac{\lambda}{\xi_{\parallel}} \sim \tau^{\nu}, \quad \nu = \frac{\delta-1}{4\gamma}, \qquad \nu \leqslant 0 .$$

Получаем два параметра ГЛ: продольный $\kappa_{\parallel}$ и поперечный $\kappa_{\perp}$, причем оба растут при приближении к T_c. Видим, что независимо от материалов, из которых сделаны слои, вблизи T_c осуществляется сверхпроводимость второго рода.

Таким образом, хотя критическое поведение не универсально, критические индексы зависят лишь от одного параметра J и можно проверить экспериментально соотношения между ними (см. рис. 3)

4. Важно отметить отличие обсуждающегося скейлинга от того, который обычно имеется в точке перехода второго рода. В нашем случае скейлинг имеется лишь при увеличении масштаба в Φ раз, что приводит к более сложным, чем степенные, зависимостям [2]. Так для поля H_{c2} будет

$$H_{c2} = \tau^{\alpha} G(\log_{\Phi} \xi), \qquad \xi = \tau^{-\frac{1}{2\gamma}} \; . \tag{9}$$

Функция G – ограниченная периодическая периода 1. Такую же поправку имеют скейлинговые зависимости остальных термодинамических величин.

В заключение отметим, что уравнение ГЛ не применимо к ситуации [1], так как $\xi_0 \gtrsim d_A, d_B$. Поэтому наши результаты носят лишь качественный характер и критические индексы должны вычисляться из микроскопической теории сверхпроводимости. С другой стороны, наш подход применим для описания эксперимента [3], в котором также изучалось поле H_{c2} для квазипериодической сетки тонких сверхпроводящих проводников, причем отклонения от обычной зависимости $H_{c2} \sim \tau$ обнаружено не было. Для данных [3] находим $J = 1{,}118 \ldots$ и $\alpha = 0{,}986 \ldots$, т. е. действительно очень близко к линейной зависимости.

Авторы благодарны П.Калугину, В.Л.Покровскому, Ж.Ринеру и Г.М.Элиашбергу за многочисленные полезные обсуждения.

Литература

1. *Karkut M.G., Trisconi J.M., Ariosa D., Fischer Ø.* University of Geneva, Preprint, 1986.
2. *Калугин П.А., Китаев А.Ю., Левитов Л.С.* Черноголовка 1985 препринт, ЖЭТФ, 1986, **8**, 692.
3. *Behrooz A. et al.* Phys. Rev. Lett., 1986, **57**, 368.

Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
20 ноября 1986 г.