Письма в ЖЭТФ, том 45, вып. 2, стр. 91 – 95 *25 января 1987 г.*

РЕЛАКСАЦИЯ ДВУХУРОВНЕВЫХ СИСТЕМ И ПОГЛОЩЕНИЕ ЗВУКА В МЕТАЛЛИЧЕСКИХ СТЕКЛАХ

Ю.Каган, Н.В.Прокофьев

Развита общая теория релаксации ДУС в аморфном металле с учетом электронного поляронного эффекта при туннелировании. Приводится объяснение аномальной картины поглощения низкочастотного звука при переходе в сверхпроводящее состояние, обнаруженной в [1,2].

1. Недавние экспериментальные исследования поглощения низкочастотного звука в металлических стеклах в нормальном и сверхпроводящем состоянии [1,2] выявили крайне нетривиальную роль взаимодействия двухуровневих систем (ДУС) с электронами проводимости. На первый взгляд наблюдаемая картина находится в противоречии с общепринятым описанием таких систем, и это является основным утверждением этих работ.

Реальный анализ проблемы требует адекватной теории релаксации ДУС в аморфных металлах, выходящей за рамки существующих упрощенных результатов (см. обзор [3]). Для этого воспользуемся найденным в последнее время общим решением задачи о подбарьерном туннелировании тяжелой частицы в металле [4] (в дальнейшем цитируется как I), когда существенную роль играет электронный поляронный эффект (ЭПЭ) (см. [5], а также [6]; подробный анализ аналогичной задачи при взаимодействии с фононами приведен в обзоре [7]). Полученные при этом результаты для двухямного потенциала носят общий характер и могут быть применены для описания туннелирования по произвольной коллективной координате с тяжелой эффективной массой без знания истинной микроскопической природы ДУС.

2. Тяжелая "частица", находясь в отдельной яме в течение времени τ_i, формирует многоэлектронную волновую функцию, образованную виртуальными электрон-дырочными парами с энергией от $\nu_i = \tau_i^{-1}$ до $\sim \epsilon_F$. Как показано в I, если "частица" проходит под барьером с характерной частотой ω, то возбуждения с энергией $\omega < \epsilon \leqslant \epsilon_F$ адиабатически следуют за "частицей", обусловливая перенормировку потенциального рельефа. Медленные возбуждения $\nu_i < \epsilon < \omega$ не успевают следить за "частицей" и соответствующая им волновая функция остается в яме и отвечает за ЭПЭ. Эта функция может быть построена как собственное состояние $\psi_n^{(i)}$ одноямного гамильтониана

$$H^{(i)} = H_p^{(i)} + H_{el} + V^{(i)}, \qquad V^{(i)} = V_\omega^{(i)} - V_{\nu_i}^{(i)} \qquad (i = 1, 2), \tag{1}$$

где

$$V_\alpha^{(i)} = \sum_{\mathbf{k},\mathbf{k}',\sigma}^{\alpha} V_{\mathbf{k},\mathbf{k}'}^{(i)} \hat{a}_{\mathbf{k},\sigma}^{+} \hat{a}_{\mathbf{k}',\sigma} \tag{2}$$

взаимодействие "частицы" с электрон-дырочными парами с энергией $|\epsilon_\mathbf{k} - \epsilon_{\mathbf{k}'}| < \alpha$. В представлении $\psi_n^{(i)}$ эффективный гамильтониан ДУС имеет вид

$$\begin{gathered} H_{eff} = {}^1/_2\, \xi \sigma_z + {}^1/_2 \Delta_{coh} \sigma_x + {}^1/_2 \widetilde{V} \sigma_z + {}^1/_2 \Delta_0 (\hat{\Lambda} - \langle \hat{\Lambda} \rangle) \sigma_x \, ; \\ \Delta_{coh} = \Delta_0 \langle \hat{\Lambda} \rangle ; \qquad \widetilde{V} = V_{\nu_1}^{(1)} - V_{\nu_2}^{(2)} . \end{gathered} \tag{3}$$

Здесь: Δ_0 — амплитуда перехода в отсутствие взаимодействия с электронами; ξ — относительный сдвиг уровней в ямах $(\Delta_0, \xi \ll \omega)$; $\hat{\Lambda}$ — поляронный оператор, матричные элементы которого $\Lambda_{nm} = \langle \psi_n^{(1)} | \psi_m^{(2)} \rangle$ определяют интеграл перекрытия.

Характерная для ЭПЭ инфракрасная расходимость при $|\epsilon_k - \epsilon_{k'}| \to 0$ предопределяет особое поведение диагональной по возбуждениям амплитуды туннелирования Δ_{coh}. Прямое определение $\langle \hat{\Lambda} \rangle$ с учетом обрезания взаимодействия в (1) на низких частотах дает для случая $\xi = 0$ $(\nu_1 = \nu_2 = \tau^{-1})$

$$\begin{aligned} \Delta_{coh} &= \Delta_0 \exp\left\{ -b \iint_{-\omega}^{\omega} d\epsilon d\epsilon' \frac{n_\epsilon (1 - n_{\epsilon'})}{(\epsilon - \epsilon')^2} \left(1 - \cos(\epsilon - \epsilon')\tau\right) \right\} = \\ &= \Delta_0 \exp\left\{ -b \int_0^\omega {}^{dy}/_y \operatorname{cth} {}^y/_{2T} (1 - \cos y\tau) \right\} = \widetilde{\Delta}_0(T) \exp\{ -b \ln(\operatorname{sh} \pi T \tau) \} ; \end{aligned} \tag{4}$$

$$\widetilde{\Delta}_0(T) = \Delta_0 \exp\{ -b \ln {}^\omega/_{\pi T} \} ; \qquad b = \rho^2(\epsilon_F) \overline{| V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^{(1)} - V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^{(2)} |^2} . \tag{5}$$

В (4) введен обрезающий множитель $1 - \cos(\epsilon - \epsilon')\tau$; черта сверху означает усреднение по поверхности Ферми. Выражение для b соответствует борновскому приближению по V. (Если это приближение нарушается, но рассеяние определяется одним парциальным каналом, то может быть установлена связь между $b \leqslant {}^1/_2$ и соответствующей фазой электронного рассеяния [8]). При

$$\Omega_T \tau \gg 1, \qquad \Omega_T = 2\pi b T \tag{6}$$

амплитуда Δ_{coh} экспоненциально мала $\Delta_{coh} \sim \exp(-\Omega_T \tau/2)$ и когерентным каналом туннелирования в (3) можно вообще пренебречь. Динамика ДУС в этом случае определяется последним членом в (3) и описывается вероятностью перехода из ямы 1 в яму 2 с возбуждением системы (см. I (5.8)

$$W(\xi, T) = {}^1/_2 \frac{\widetilde{\Delta}_0^2(T)\, \Omega_T}{\xi^2 + \Omega_T^2} \sqrt{\pi} \, \frac{|\Gamma(1 + (\Omega_T + i\xi)/2\pi T)|^2}{\Gamma(1 + \Omega_T/2\pi T)\, \Gamma({}^1/_2 + \Omega_T/2\pi T)} \, e^{\xi/2T} . \tag{7}$$

Это соотношение справедливо при любых значениях параметров, если

$$(\Omega_T, \xi)_{max} \gg \widetilde{\Delta}_0(T). \tag{8}$$

Определяя из (7) $\tau^{-1} = W$ находим, что $\Omega_T \tau \gg 1$ и Δ_{coh} действительно экспоненциально мала. Последнее утверждение оказывается справедливым всегда при выполнении неравенства (8), в том числе при $\xi > \widetilde{\Delta}_0 > T$.

Член с Δ_{coh} в (3), а вместе с тем и бездиссипативный переход, начинает играть роль только при $(\Omega_T, \xi)_{max} < \widetilde{\Delta}_0$. Учитывая, что в этом случае время жизни "частицы" в отдельной яме $\sim \Delta_{coh}^{-1}$ из (4) находим самосогласованное уравнение для определения Δ_{coh}

$$\Delta_{coh} \approx \Delta_0(\pi T/(\omega \operatorname{sh} \pi T/\Delta_{coh}))^b; \qquad \Delta_{coh}(T=0) \equiv \Delta_* \approx \Delta_0(\Delta_0/\omega)^{b/1-b}. \tag{9}$$

Существует распространенное заблуждение, согласно которому интеграл перекрытия $\langle \hat{\Lambda} \rangle$ отождествляется с $\widetilde{\Delta}_0(T)/\Delta_0$ и потому считается растущим с ростом T в соответствии с (5). Согласно (4), (9) истинное поведение не имеет ничего общего с этим утверждением.

3. Обратное время релаксации ДУС γ при условии (8), когда $\Delta_{coh} \to 0$ определяется вероятностью (7), с которой оно связано простым соотношением

$$\gamma = (1 + \exp(-\xi/T))\, W(\xi, T). \tag{10}$$

Для определения γ в области нарушения неравенства (8) мы примем, что $b \ll 1$, оставляя $b \ln^{\omega}/_{\Delta_*}$ произвольным. Введем некоторую промежуточную частоту $\Delta_* \ll \widetilde{\omega} \ll \omega$, но такую, что $b \ln^{\widetilde{\omega}}/_{\Delta_*} \ll 1$. Заменим частоту обрезания ν_i в (1) на $\widetilde{\omega}$ и тем самым одновременно и во взаимодействии $\widetilde{V}$ в (3). При $T, \Omega_T, \xi \ll \widetilde{\omega}$, но произвольном отношении этих параметров к Δ_* амплитуда

$$\Delta_{coh} \approx \Delta_0 \exp\{-b \ln^{\omega}/_{\widetilde{\omega}}\} \approx \Delta_*$$

сохраняет постоянное значение (9). При этом взаимодействие $\widetilde{V}$ в (3) можно учитывать по теории возмущений, и задача, описываемая гамильтонианом (3), оказывается изоморфной рассмотренной в [9] задаче о туннельной релаксации ДУС при взаимодействии с фононами. Используя результаты этой работы (см. (4. 11), (4. 10) мы сразу можем написать ответ в форме

$$\gamma = \Delta_*^2 \widetilde{\Omega} / (\widetilde{\epsilon}^2 + \Omega_T^2); \qquad \widetilde{\epsilon} = (\Delta_*^2 + \xi^2)^{1/2}, \tag{11}$$

$$\widetilde{\Omega} = \pi \sum_{nm} \rho_n |\widetilde{V}_{nm}|^2 \delta(E_n - E_m - \widetilde{\epsilon})^1/_2(1 + \exp(-\widetilde{\epsilon}/T)) = {}^1/_2\, \Omega_T\, {}^{\widetilde{\epsilon}}/_T \operatorname{cth} {}^{\widetilde{\epsilon}}/_{2T}.$$

Области применимости формул (10), (11) при $b \ll 1$ перекрываются в широком интервале параметров $\widetilde{\omega} \gg (\Omega_T, \xi)_{max} > \Delta_*$, что позволяет написать общее выражение, справедливое для всей области изменения T, Ω_T, ξ

$$\gamma(\epsilon, T) = (1 + \exp(-{}^{\epsilon}/_T))\, W(\epsilon, T), \qquad \epsilon = (\Delta_{coh}^2(T) + \xi^2)^{1/2}. \tag{12}$$

Заметим, что при $\xi, T \ll \Delta_*$ асимптотически $|\Gamma(1 + b + {}^{i\epsilon}/_{2\pi T})|^2 \sim (\epsilon/\pi T)^{2b} \approx (\Delta_*/\pi T)^{2b}$ и в выражении для $W(\epsilon, T)$ (7) квадрат амплитуды $\widetilde{\Delta}_0(T)$ заменяется на Δ_*^2.

В широкой области, где справедливо (8), выражение (12), переходя в (7), (10), остается справедливым при произвольном значении b. Более того, при $b = 1/2$ выражение (12) приводит к независящему от T и ϵ результату

$$\gamma(\epsilon, T) = {}^{\pi}/_2 \Delta_*, \qquad \Delta_* = \Delta_0^2/\omega,$$

что отражает точный характер ответа (см. анализ в [10]). Таким образом (12) оказывается приближенной только для промежуточных $b \lesssim {}^1/_2$ при нарушении (8).

Выражения (12), (7) существенно отличаются от полученных ранее результатов для скорости релаксации ДУС в металлических стеклах [3], которые оказываются справедливыми только при $\epsilon \gg \Omega_T$ и пренебрежении ЭПЭ.

4. Для сверхпроводника обобщение выражений (12), (7) проводится в рамках теории БКШ непосредственно. Мы приведем здесь только результаты, которые имеют ясную физическую природу.

Характерная для ЭПЭ инфракрасная расходимость при $T \to 0$ обрезается снизу теперь на масштабе $(\Delta_*, 2\Delta_c)_{max}$, где Δ_c – сверхпроводящая щель при $T = 0$. Если $\Delta_* > 2\Delta_c$, то $\Delta_{coh}(0)$ сохраняет свое значение Δ_* (9), а при переходах происходит свободное рождение электрон-дырочных пар ($\epsilon_{min} = \Delta_* > 2\Delta_c$), и сохраняются все результаты, полученные для нормального металла.

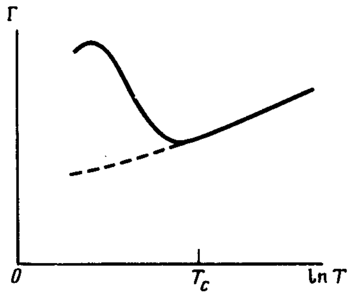
При $2\Delta_c > \Delta_*$ обрезание осуществляется на масштабе $2\Delta_c$. Теперь

$$\tilde{\Delta}_0(T) = \Delta_0((\pi T, 2\Delta_c)_{max}/\omega)^b \; ; \qquad \Delta_{coh}(0) \equiv \Delta_*^c = \Delta_0(2\Delta_c/\omega)^b > \Delta_* . \tag{13}$$

Вымораживание нормальных возбуждений начнет реально сказываться при $\epsilon < 2\Delta_c(T)$ и одновременно $T < \Delta_c(T)$. Пусть $T \gtrsim \epsilon$. Тогда $\gamma(\epsilon, T)$ совпадает с (12) (7) если под $\Delta_0(T)$ понимать (13) и заменить Ω_T на Ω_T^c (см. также [11,12])

$$\Omega_T^c = 2\Omega_T\,(1 + \exp(\Delta_c(T)/T))^{-1}. \tag{14}$$

Это эффективно соответствует уменьшению параметра b и возможности использовать теорию возмущений по $\tilde{V}$ в (3). Выражение для Ω^c_T в форме (14) справедливо как выше так и ниже точки T_c.



5. Затухание низкочастотного звука ω_0 в стеклах, для которого ведущим механизмом является как раз релаксация ДУС, характеризуется коэффициентом поглощения Г, имеющим общий вид [3] (см. также [13])

$$\Gamma \sim \int (\xi/\epsilon)^2 (T\mathrm{ch}^2 {}^{\epsilon}/_{2T})^{-1}\, \frac{\omega_0/\gamma(\epsilon, T)}{1 + [\omega_0/\gamma(\epsilon, T)]^2}\, P(\xi, \ln\Delta_0)\, d\xi\, d\ln\Delta_0 \, . \tag{15}$$

Усреднение в (15) по параметрам ДУС проводится с функцией распределения $P(\xi, \ln\Delta_0)$, которую обычно полагают постоянной. Однородность распределения по ξ не вызывает сомнений, и из (15) следует, что в поглощение вносят вклад все ДУС с $\xi \approx \epsilon \sim T$ ($\Delta_* \ll T$ – см. ниже). Что касается независимости P от $\ln\Delta_0$, то нам представляется, что для этого в общем случае нет физических оснований. Примем, что функция $P(\ln\Delta_0)$ имеет плавный максимум в окрестности типичного значения туннельной амплитуды J_0

$$P = P_0(\,1 - \alpha \ln^2 {}^{\Delta_0}/_{J_0}\,), \qquad \alpha \ll 1. \tag{16}$$

Экстремум подынтегрального выражения в (15) $\omega/\gamma \sim 1$ определяет характерное значение Δ_0^{eff}, в окрестности которого набирается интеграл (15). Используя (12), (7) с параметрами (13), (14) приближенно имеем

$$(\Delta_0^{eff})^2 \approx \omega_0 T(1 + \exp(\Delta_c(T)/T))\,(\omega/(\pi T, 2\Delta_c)_{max})^{2b}/2\pi b. \qquad (17)$$

При $T \sim 1$ К и $\omega_0 \sim 10^2 \div 10^3$ Hz в нормальном состоянии $\Delta_0^{eff} \sim 10^{-3} \div 10^{-4}$ К. Такие значения Δ_0^{eff} позволяют предполагать, что Δ_0^{eff} приходится на интервал слева от J_0. При этом из (16), (17) следует, что в нормальной металлической фазе $\Delta_0^{eff} \sim T^{1/2-b}$ и коэффициент Г медленно падает с уменьшением T. Переход в сверхпроводящее состояние сопровождается экспоненциальным ростом $\Delta_0^{eff} \sim e^{\Delta c/2T}$ и это приводит после прохождения минимума к быстрому возрастанию Г с понижением T, которое отсутствует, если магнитное поле разрушает сверхпроводимость (см. рисунок). Именно такая картина была обнаружена экспериментально в работах [1, 2]. Заметим, что отказ от P = const не меняет результаты для теплоемкости.

Литература

1. *Neckel H., Esquinazi P., Weiss G., Hunklinger S.* Solid State Comm., 1986, **57** **(3)**, 151.
2. *Esquinazi P., Ritter H.M., Neckel H., Weiss G., Hunklinger S.* Препринт 1986 (в печати).
3. *Black J.L.* In Metallic Glasses, ed. by H.J. Güntherodt, Springer-Verlag, New York, 1981.
4. *Каган Ю., Прокофьев Н.В.* ЖЭТФ, 1986, **90**, 2176.
5. *Kondo J.* Physica 1976, **84** **(B + C)**, 40; Physica 1984, **126** **(B + C)**, 377.
6. *Yamada K.* Prog. Theor. Phys., 1984, **72**, 195.
7. *Leggett A.J., Chakravarty S., Dorsey A.T., Fisher M.P.A., Garg A., Zwerger W.* Rev. Mod. Phys., 1986 (в печати).
8. *Yamada K., Sakurai A., Miyazima S., Hwang H.S.* Prog. Theor. Phys., 1986, **75** **(5)**, 1030.
9. *Каган Ю., Максимов Л.А.* ЖЭТФ, 1980, 79, 1363.
10. *Guinea F., Hakim V., Muramatsu A.* Phys. Rev., 1985, **32B**, 4410.
11. *Black J.L., Fulde P.* Phys. Rev. Lett., 1979, **43**, 453.
12. *Морозов А.И.* ЖЭТФ, 1979, 77, 1471.
13. *Гальперин Ю.М., Гуревич В.Л., Паршин Д.А.* ЖЭТФ, 1984, **86**, 1900.

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию
1 декабря 1986 г.