Письма в ЖЭТФ, том 43, вып. 11, стр. 526 – 528 *10 июня 1986 г.*

КВАНТОВЫЕ СПИНОВЫЕ СТЕКЛА В МОДЕЛИ ИЗИНГА С ПОПЕРЕЧНЫМ ПОЛЕМ

Я.В.Федоров, Е.Ф.Шендер

Рассмотрен фазовый переход парамагнетик-спиновое стекло в модели Изинга с поперечным полем. Оказывается, что несмотря на сильные квантовые флуктуации в системе, поперечное поле может стабилизировать парамагнитное состояние.

Квантовые флуктуации параметра порядка обычно несущественны при фазовых переходах второго рода в кристаллах. Квантовые поправки ко всем термодинамическим величинам пропорциональны r_0^{-3} (r_0 – радиус взаимодействия) и, так же как и классические корреляционные эффекты, исчезают в пределе $r_0 \to \infty$. Если r_0 порядка постоянной решетки, то квантовые поправки имеют численную малость.

Совершенно иначе обстоит дело в спиновых стеклах. И классические, и квантовые корреляционные эффекты в них не исчезают даже в модели бесконечного радиуса взаимодействия (модель Шеррингтона – Киркпатрика). Классические корреляционные эффекты вообще имеют определяющее значение, именно они ответственны за неустойчивость эргодической фазы и переход в спиновое стекло. Как показало изучение квантовой модели Гейзенберга [1], квантовые флуктуации довольно сильно подавляют состояние спинового стекла. В частности, они уменьшают температуру перехода T_f примерно в два раза.

В связи с экспериментами по так называемым протонным стеклам [2, 3], которые представляют из себя смесь сегнето- и антисегнетоэлектриков, в последнее время появился ряд работ [4, 5] по спиновым стеклам в модели Изинга с поперечным полем, гамильтониан которой

$$\mathcal{H} = -\Delta \sum_i S_{iz} - \sum_{(ij)} J_{ij} S_{ix} S_{jx} . \qquad (1)$$

В [4] спин считался классическим, в [5] рассмотрена квантовая модель с $S = 1/2$. Отметим, что именно эта модель описывает протонные стекла. Как известно, в упорядоченном магнетике с гамильтонианом (1) достаточно сильное поперечное поле $\Delta > \Delta_c$ разрушает порядок даже при $T = 0$. В классической модели со случайным по знаку взаимодействием J_{ij} ситуация аналогичная: сильное поле срывает переход в спиновое стекло [4] 1). В [5], следуя методу ТАР [6], развита теория возмущений по Δ/T для квантовой модели. Вычислены поправки к свободной энергии в парамагнитной фазе и к T_f. Проанализировав структуру ряда теории возмущений, авторы [5] пришли к выводу, что свойства квантовой модели принципиально отличаются от свойств классической: в квантовой модели независимо от величины поля при низких температурах всегда возникает спиновое стекло.

---

1) Этот вывод и качественный вид фазовой диаграммы полученный в [4] являются правильными, хотя уравнения для реплично-симметричного решения, приведенные в [4], неверны.

В настоящей работе получено выражение для свободной энергии и T_f при произвольной величине поля. Показано, что утверждение, сделанное в [5] неверно, т. е. квантовые флуктуации не стабилизируют состояние спинового стекла в рассматриваемой модели.

В методе реплик свободная энергия может быть получена усреднением выражения

$$\beta F = -\lim_{n \to 0} \frac{1}{n} [\mathrm{Sp}\{ e^{-\beta \mathcal{H}_0} T \exp (\beta \int_0^1 d\tau \sum_{(i,j)} J_{ij} \sum_{\alpha=1}^{n} S_{ix}^{\alpha}(\tau) S_{jx}^{\alpha}(\tau))\} - 1] \qquad (2)$$

по распределению J_{ij}, которое предполагается нормальным с нулевым средним значением и дисперсией $J/\sqrt{N}$, N – полное число спинов. Здесь $\beta = T^{-1}$, τ – мнимое время, $\mathcal{H}_0 = -\Delta \sum_{\alpha, i} S_{iz}^{\alpha}$, $S(\tau)$ – операторы в представлении взаимодействия. Усреднение по J_{ij} можно провести обычным образом, так как под знаком T – произведения операторы можно переставлять. Затем, следуя [1], преобразуем полученное после усреднения выражение в функциональный интеграл по полям $y^{\alpha\beta}(\tau, \tau')$

$$\beta F = -\lim_{n \to 0} \frac{1}{n} [S \prod_{(\alpha,\beta)} D y^{\alpha\beta}(\tau, \tau') \prod_{\alpha} D y^{\alpha\alpha}(\tau, \tau') e^{-N\Phi} - 1],$$

$$\Phi = \int_0^1 \int_0^1 d\tau d\tau_1 \left[\frac{1}{2} \sum_{(\alpha,\beta)} (y^{\alpha\beta}(\tau, \tau'))^2 + \sum_{\alpha} (y^{\alpha\alpha}(\tau, \tau'))^2 \right] -$$

$$- \ln \mathrm{Sp}\{ e^{-\beta J/0} T \exp [\beta J \int_0^1 \int_0^1 d\tau d\tau' (\sum_{(\alpha,\beta)} y^{\alpha\beta}(\tau, \tau') S_x^{\alpha}(\tau) S_x^{\beta}(\tau') + \sum_{\alpha} y^{\alpha\alpha}(\tau, \tau') S_x^{\alpha}(\tau) S_x^{\alpha}(\tau'))]\}. \qquad (3)$$

Вычислим интеграл (3) по методу перевала. В высокотемпературной фазе все функции $y^{\alpha\beta}(\tau, \tau')$, удовлетворяющие перевальным уравнениям, оказываются равными нулю, а для функций $y^{\alpha\alpha}(\tau, \tau')$, которые при любой температуре не зависят от репличного индекса, получаем уравнение

$$R(\tau, \tau') = \frac{2}{\beta J} y^{\alpha\alpha}(\tau, \tau') = \langle T S_x(\tau) S_x(\tau') \rangle. \qquad (4)$$

Усреднение в (4) проводится с гамильтонианом $\mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{эфф}$, причем

$$\mathcal{H}_{эфф} = -\frac{1}{2} \beta J^2 \int_0^1 \int_0^1 d\tau d\tau' R(\tau, \tau') S_x(\tau) S_x(\tau'). \qquad (5)$$

Для определения точки перехода разложим F по $y^{\alpha\beta}(\tau, \tau')$:

$$\frac{\beta F}{N} = \frac{\beta^2 J^2}{4} \sum_{\omega_n} R^2(\omega_n) - \ln \mathrm{Sp}\, e^{-\beta(\mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{эфф})} + \lim_{n \to 0} \frac{1}{4n} \sum_{\omega_n} \sum_{(\alpha\beta)} (y^{\alpha\beta}(\omega_n))^2 [1 - (\beta J)^2 R^2(\omega_n)]. \qquad (6)$$

В (6) мы перешли к суммированию по дискретным частотам $\omega_n = 2\pi n$. Легко видеть, что $R(\omega_n)$ падает с ростом n. Поэтому уравнение для T_f имеет вид

$$T_f = J R(\omega_n = 0). \qquad (7)$$

Если поле Δ мало $\Delta/J \ll 1$, то разложив в (4), (5) по Δ/T и подставив результат разложения в (7), получим

$$T_f = \frac{J}{4} \left(1 - 32 \frac{\Delta^2}{J^2} \int_0^1 d\tau \int_0^1 d\tau' \int_0^1 d\tau_1 \int_0^1 d\tau_2 \left[\langle T S_z(\tau) S_z(\tau') \rangle \frac{1}{4} - \langle T S_z(\tau) S_z(\tau') S_z(\tau_1) S_z(\tau_2) \rangle \right] \right). \qquad (8)$$

Усреднение в (7) проводится с гамильтонианом $\mathcal{H}_{эфф}$, в котором можно положить $R(\tau, \tau') = 1/4$. Тогда, преобразуя средние в (8) с помощью тождества Хаббарда – Стратоновича, получим окончательно

$$T_f = \frac{J}{4}[1 - 16(\Delta/J)^2 \int_0^1 x^2(1 - x)\exp\{-2x(1-x)\}\,dx], \qquad (9)$$

что совпадает в наших обозначениях с результатом работы [5].

Рассмотрим теперь сильные поля и низкие температуры $T \to 0$. Разлагая $R(\tau, \tau')$ в (4) в ряд по $\mathcal{H}_{\text{эфф}}$, легко видеть, что это разложение при $T \to 0$ идет по параметру J/Δ. Значит, при $\Delta/J \gg 1$ можно ограничиться первым членом этого разложения и,

$$R(\omega_n) = \frac{1}{2}\,\frac{\Delta T}{\omega_n^2 + \Delta^2}.$$

Поэтому при $\Delta/J \gg 1$ правая сторона уравнения (7) всегда меньше T, что и показывает устойчивость парамагнитного решения вплоть до $T = 0$.

Ошибочный результат о возможности фазового перехода в спиновое стекло при больших Δ/J был получен в [5] вследствие необоснованной экстраполяции формулы типа [8], справедливой только в области теорий возмущений при $\Delta \ll J \sim T_f$, на $T \to 0$.

Литература

1. *Bray A.J., Moore M.A.* J. Phys. C, 1980, **13**, L655.
2. *Courtans B.* Helv. Phys. Acta, 1983, **56**, 705.
3. *Iida S., Terrauchi H.* J. Phys. Soc. Jpn, 1983, **52**, 4044.
4. *Pirc R., Tadic B., Blinc R.* Zeit. Phys. B, 1985, **61**, 69.
5. *Ishii H., Yamamoto T.* J. Phys. C, 1985, **18**, 6225.
6. *Thouless D.J., Anderson P.W., Palmer R.G.* Phil. Mag., 1977, **35**, 593.

Поступила в редакцию
8 января 1986 г.
После доработки
18 апреля 1986 г.

Институт ядерной физики им. Б.П. Константинова
Академии наук СССР