Письма в ЖЭТФ, том 43, вып. 11, стр. 535 – 538 *10 июня 1986 г.*

СВЕРХТЕКУЧИЙ ^{3}He-A И ЭЛЕКТРОСЛАБОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

Г.Е.Воловик

Теория поля в сверхтекучем ^{3}He-A, описывающая динамику киральных фермионных возбуждений, взаимодействующих с коллективными бозонными модами параметра порядка, похожа на теорию электрослабого взаимодействия. Роль фотонов и W-бозонов играют соответственно орбитальные волны и квазиголдстоуновские спин-орбитальные моды. W-бозоны в ^{3}He-A обладают массой за счет поправок сильной связи, в отличие от теории Вайнберга – Салама, где они получают массу за счет феномена Хиггса. Эффективное взаимодействие фермионов с W-бозонами в ^{3}He-A имеет нуль-зарядный характер и приводит к дополнительной диссипации при движении квантованных вихрей и солитонов при низких температурах.

Спектр фермионных возбуждений в ^{3}He-A обращается в нуль в двух точках на ферми-сфере, $\mathbf{k} = \pm k_F \mathbf{l}$, где $\mathbf{l}$ – вектор орбитальной (жидкокристаллической) анизотропии. Ферми-возбуждения вблизи этих полюсов играют определяющую роль в динамике жидкости при низких температурах T по сравнению с амплитудой Δ_0 щели $\Delta(\mathbf{k}) = \Delta_0 |[\mathbf{k}, \mathbf{l}]|/k_F$, что приводит к необходимости их систематического исследования. Взаимодействие фермионов в ^{3}He-A с бозонными полями, характеризующими сверхтекучий вакуум (сверхтекучая скорость $\mathbf{v}_s$, плотность $\rho = \dfrac{1}{3\pi^2} k_F^3$ и вектор $\mathbf{l}$), во многом напоминает квантовую электродинамику (см. [1] и [2]). Фермионы вблизи полюсов описываются уравнением Дирака, а калибровочные поля, действующие на них, имеют вид

$$\mathbf{A} = k_F \mathbf{l}, \quad A_0 = k_F \mathbf{l} \cdot \mathbf{v}_s . \tag{1}$$

Эта аналогия позволила в частности выяснить механизм передачи импульса из вакуума в возбуждения: источник импульса возбуждений $\frac{k_F \mathbf{l}}{8\pi^2} F^*_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$ имеет то же происхождение, что и аномалия кирального тока в квантовой электродинамике [2], а также связать логарифмическую расходимость Лагранжиана для "фотонов" в ^{3}He-A, роль которых играют орбитальные волны (колебания вектора $\mathbf{l}$), с явлением нуль-заряда.

В работах [1,2] однако не учитывалась спиновая структура ферми-возбуждений и триплетного по спину параметра порядка сверхтекучего состояния. Учет спина приводит к тому, что число калибровочных полей, действующих на фермионы, расширяется: помимо взаимодействия с полем "фотонов" возникает взаимодействие с полем так называемых квазиголдстоуновских спин-орбитальных волн (см. [3]), которые вполне аналогичны W-бозонам в теории электрослабого взаимодействия (см. книги [4] и [5]).

Уравнение типа Дирака для фермионов в ^{3}He-A вблизи полюсов ферми-сферы можно получить из уравнения Боголюбова (см. [1]), в котором нужно учесть флуктуации $\delta A_{\alpha i}$ триплетного параметра порядка, 3×3 матрицы $A_{\alpha i}$, от его равновесного значения

$$A^{(0)}_{\alpha i} = \Delta_0 d_\alpha (e^i_1 + i e^i_2). \tag{2}$$

Здесь орты $\mathbf{e}_1$ и $\mathbf{e}_2$ описывают орбитальную часть параметра порядка, их векторное произведение определяет вектор орбитальной анизотропии, $\mathbf{l} = [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2]$, а единичный вектор $\mathbf{d}$ указывает ось спиновой, т.е. магнитной анизотропии. На фермионы воздействуют только определенные комбинации флуктуаций, которые и образуют "фотонное" и W-поле:

$$\begin{aligned}
&A_1 + iA_2 = -\frac{k_F}{\Delta_0} d_\alpha l^i \delta A_{\alpha i} ,\\
&W^\alpha_1 + i W^\alpha_2 = \frac{k_F}{i\Delta_0} e^{\alpha\beta\gamma} d_\beta l^i \delta A_{\gamma i};\\
&A_3 = \delta k_F , \quad W^\alpha_3 = \frac{1}{2k_F} e^{\alpha\beta\gamma} d^\beta \frac{\partial}{\partial t} d^\gamma ;\\
&A_0 = k_F \mathbf{l} \cdot \mathbf{v}_s , \quad W^\alpha_0 = \frac{1}{2} k_F e^{\alpha\beta\gamma} d_\beta (\mathbf{l} \cdot \vec{\nabla}) d_\gamma .
\end{aligned} \tag{3}$$

В (3) учтено также влияние флуктуационного спина $\mathbf{S} \sim [\mathbf{d}\ \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial t}]$, который создает третью компоненту W-поля, точно так же как флуктуация плотности – третью, вдоль $\mathbf{l}$, компоненту "фотонного" поля $\mathbf{A}$.

В терминах полей (3) уравнение Боголюбова для боголюбовского спинора ψ имеет следующий вид вблизи полюсов на ферми-сфере:

$$\left[\left(i \frac{\partial}{\partial t} - eA_0 - e\sigma^\alpha W^\alpha_0\right) + e\left(c_\parallel l^i \tau_3 + c_\perp (e^i_1 \tau_1 + e^i_2 \tau_2)\right)\left(\frac{1}{i} \nabla_i - eA_i - e\sigma^\alpha W^\alpha_i\right)\right] \psi = 0. \tag{4}$$

Здесь τ_i и σ^α – матрицы Паули, соответствующие боголюбовскому изоспину и обычному спину. Это уравнение напоминает уравнение Дирака для безмассовых киральных фермионов в теории Вайнберга – Салама (см. [4,5]). Основное отличие в анизотропии ^{3}He-A вдоль осей $\mathbf{l}$ и $\mathbf{d}$. Скорость $c_\parallel = v_F$ вдоль $\mathbf{l}$ намного превышает поперечную скорость $c_\perp = \Delta_0 / k_F$; $W^\alpha d^\alpha = 0$, т.е. Z-бозонов нет. Заряд $e = \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{l}}{\mathbf{k}_F}$ принимает значения $+1$ и -1 соответственно для фермионов вблизи верхнего и нижнего полюсов.

Лагранжиан для "фотонов" и W-поля (т.е. для орбитальных и квазиголдстоуновских коллективных мод) выписан в [3]. Существенно, что в приближении так называемой слабой связи (когда ферми-сферы с разными проекциями спина не взаимодействуют между собой) имеется дополнительная симметрия $SO(3)$, связывающая "фотоны" и W-бозоны в один триплет (точнее секстет, если учитывать поляризацию коллективных мод). В этом приближении W-бозоны, как и голдстоуновские орбитальные волны, "фотоны", не имеют массы. Масса у W-бозонов появляется при учете поправок сильной связи, которые малы при низких давлениях. Таким образом в отличие от теории Вайнберга – Салама в ^{3}He-A для появления массы W-бозонов не требуется феномена Хиггса.

Отметим, не останавливаясь подробно, что ^{3}He-A демонстрирует также, как могут возникать группы симметрии большой размерности: в приближении слабой связи амплитуды триплетного куперовского спаривания $A_{\alpha i}$ и амплитуда синглетного спаривания A_{00} образуют декуплет, преобразующийся по представлению группы $U(4)$. Эта группа спонтанно нарушается до группы $SO(3)\times U(1)\times U(1)$ образованием вакуумного среднего $A^{(0)}_{\alpha i}$, в результате чего возникает 11 голдстоунов: звук, спиновые волны (2 моды), "фотоны" (2 моды), W-бозоны (4 моды), а также и Z-бозоны (2 моды флуктуаций A_{00}). Последние, как и W-бозоны, имеют массу за счет поправок к приближению слабой связи.

Еще одно различие между теориями связано с поведением эффективной константы взаимодействия фермионов с калибровочными полями при малых частотах. Заряд одинаковым нуль-зарядным образом ведет себя как при взаимодействии с "фотонами", так и с W-бозонами. Это связано с тем, что вакуум в ^{3}He-A является исключительно фермионным, т.е. не содержит дополнительных нулевых колебаний свободных бозонных полей: свободных бозонных полей, т.е. вне жидкости, просто не существует. Поэтому асимптотическая свобода для взаимодействия через W-бозоны в электрослабом взаимодействии заменяется на нуль-зарядное поведение в ^{3}He-A.

Действительно, вакуум сверхтекучего ^{3}He-A является диамагнитным как по отношению к "магнитному" полю $\mathbf{B}=\operatorname{rot}\mathbf{A}$, так и к "цветному магнитному" полю $\mathbf{B}^\alpha$. Энергию поля $\mathbf{B}$ легко найти, суммируя по уровням Ландау с отрицательной энергией (см., например [4]). Спектр уровней Ландау для фермиона в "магнитном" поле $\mathbf{B}$ с учетом анизотропии скорости был получен в [6]. Воспользовавшись этим спектром, получаем для "магнитной" энергии следующее выражение

$$F=\frac{\hbar c_\parallel}{24\pi^2}\,\tilde B^2\ln\frac{\Delta_0^2}{\tilde B}\ ,\quad \tilde B^2\equiv[\mathbf{B},\mathbf{l}]^2+\frac{c_\perp^2}{c_\parallel^2}\,(\mathbf{B}\cdot\mathbf{l})^2. \tag{5}$$

Аналогичный результат получается и для W-бозонных магнитных полей $\mathbf{B}^\alpha$. Положительность "магнитной" энергии (а отрицательной градиентной энергии в устойчивой A-фазе ^{3}He разумеется не может быть) означает нуль-зарядное поведение эффективного заряда, связывающего фермион как с фотонной, так и W-бозонной модами (см. [4]):

$$e^2_{eff}=\frac{3\pi}{\ln\dfrac{\Delta_0^2}{\omega^2}}\ . \tag{6}$$

Логарифмически расходящаяся часть Лагранжиана для "фотонов" и W-поля выражается через e^2_{eff} и напряженности $F_{\mu\nu}$ "электромагнитного" поля и $F^{(\alpha)}_{\mu\nu}$ W-поля в ковариантном виде

$$\mathcal{L}=\frac{1}{e^2_{eff}}\,\frac{\sqrt{-g}}{16\pi}\,\left(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}+F^{(\alpha)}_{\mu\nu}F^{\mu\nu(\alpha)}\right);\quad F^{\mu\nu}=F_{\eta\xi}g^{\eta\mu}g^{\xi\nu}, \tag{7}$$

где $g^{\mu\nu}$ – метрический тензор, компоненты которого согласно (4) имеют вид

$$g^{00}=-1,\ g^{33}=c_\parallel^2,\ g^{11}=g^{22}=c_\perp^2,\ \sqrt{-g}=(c_\parallel c_\perp^2)^{-1}\ . \tag{8}$$

Отметим, что в недавней работе [7] коэффициент при члене $\widetilde{B}^2 \ln \Delta_0^2/\widetilde{B}$ был получен равным нулю. Это по-видимому следствие того, что не учитывалась дискретность спектра в "магнитном" поле.

Взаимодействие фермионов с W-бозонами в ^{3}He-A приводит к дополнительной Швингеровской аномалии в аксиальном токе с источником $\sim F^{*(\alpha)}_{\mu\nu} F^{\mu\nu(\alpha)}$, а следовательно к дополнительному каналу передачи импульса вакуума в импульс возбуждений. Это особенно важно при исследовании динамики таких объектов, как граница раздела A и B фаз ^{3}He (см. [8]) и квантованные вихри в обеих фазах ^{3}He (внутри кора вихря в ^{3}He-B щель в спектре также обращается в нуль в нескольких точках ферми-сферы [9]), при низких температурах, когда рождение возбуждений вблизи полюсов становится единственным механизмом релаксации.

Я благодарен П.Б.Вигману, В.Н.Грибову и В.П.Минееву за ценные обсуждения.

Литература

1. *Балацкий А.В., Воловик Г.Е., Конышев В.А.* ЖЭТФ, 1986, **90**, 2038.
2. *Воловик Г.Е.* Письма в ЖЭТФ, 1986, **43**, 428.
3. *Воловик Г.Е., Хазан М.В.* ЖЭТФ, 1983, **85**, 948; 1982, **82**, 1498.
4. *Хуанг К.* "Кварки, лептоны и калибровочные поля", М.: Мир, 1985.
5. *Окунь Л.Б.* "Лептоны и кварки", М.: Наука, 1981.
6. *Combescot R., Dombre T.* Phys. Rev., 1986, **B33**, 79.
7. *Choi C.H., Muzikar P.* Phys. Rev., 1986, **B33**, 2033.
8. *Buchanan D.S., Swift G.W., Wheatley J.C.* Phys. Rev. Lett., 1986, **56**, ; *Yip S., Leggett A.J.* Phys. Rev. Lett., 1986, **56** (в печати)
9. *Salomaa M.M., Volovik G.E.* Phys. Rev., 1985, **B31**, 203.

Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
28 апреля 1986 г.