Письма в ЖЭТФ, том 44, вып. 1, стр. 26 – 28 10 июля 1986 г.

КВАЗИЛИНЕЙНАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ БАЛЛОННЫХ МОД В ТОРОИДАЛЬНЫХ ПЛАЗМЕННЫХ СИСТЕМАХ

Л.Е.Захаров, К.Ридел [1)], С.Б.Семенов

Получено уравнение, описывающее квазилинейное насыщение баллонных мод в тороидальных конфигурациях. Показано, что баллонные неустойчивости эффективно стабилизируются за счет уплощения давления вблизи резонансных поверхностей, вызванного образованием магнитных островков. При этом не происходит кардинальной перестройки всей магнитной конфигурации.

Баллонные неустойчивости тороидальной плазмы в настоящее время рассматриваются как основная причина ограничений на давление в замкнутых системах магнитного удержания и, в частности, токамаке-реакторе. Сейчас интенсивно исследуется вопрос о проявлении такого ограничения в реальной плазме. Так, для простейшей модели резистивной плазмы показано [1], что вблизи порога по идеальным модам баллонные неустойчивости на линейной стадии выступают как моды перезамыкания [2]. По аналогии с классической модой перезамыкания $m = 1$ [3], которая не имеет нелинейного насыщения, можно было бы ожидать, что и баллонные неустойчивости на нелинейной стадии должны перестроить всю область, затронутую линейным возмущением.

Нами показано, что из-за квазилинейного эффекта уплощения давления при образовании системы магнитных островков, баллонная мода насыщается уже на ранней стадии, не приводя к кардинальной перестройке конфигурации. Рассчитана амплитуда насыщения.

Для упрощения выкладок рассмотрим асимптотический случай баллонных мод с большими волновыми числами $m, n \gg 1$ (теория СНТ Коннора – Хасти – Тейлора [4]), когда можно воспользоваться эквивалентностью гармоник возмущения. Рассматривая отдельную моду $n = \mathrm{const}$, можно считать, что после прохождения переходных процессов – затухания δ-образных токов вблизи резонансных поверхностей – на каждой из них образуется система магнитных островков. При этом и профиль давления p, подчиняясь условию $\mathbf{B}\nabla p = 0$, будет иметь островную структуру, означающую эффективное уплощение p вблизи резонансов. Установившуюся амплитуду возмущения можно оценить, предполагая эквивалентность квазилинейного расчета близкого равновесия и задачи о нейтральной устойчивости исходной конфигурации с модифицированным профилем давления, уплощенным по ширине $2w$ вблизи резонансных поверхностей, как показано на рисунке.

Для иллюстрации эффекта квазилинейного насыщения рассмотрим модельный пример токамака с простейшей геометрией: $g_{11} = 1$, $g_{12} = 0$, $g_{22} = a^2$, $g_{33} = (R - a\cos\theta)^2$ (R, a – большой и текущий малый радиусы тора). Напомним, что в теории баллонных мод есть два характерных масштаба: расстояние между соседними резонансными поверхностями $\Delta = 1/nq'$, $q(a)$ – запас устойчивости, и масштаб линейного возмущения $S/nq' = a/m$, S – шир. Ниже все линейные размеры, в том числе и ширина w нормированы на Δ.

1) Нью-Йоркский университет.

Использование метода СНТ с учетом зависимости параметра $\alpha = 8\pi p' R q^2/B^2$ от координаты приводит к уравнению.

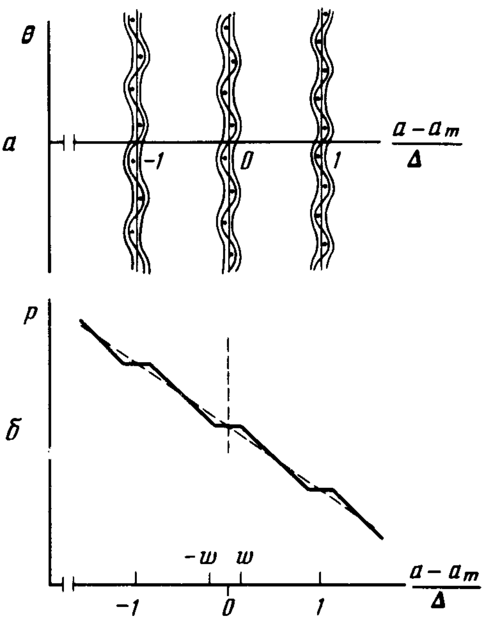
$$\frac{d}{dy}(1 + S^2y^2)\frac{dF}{dy} = -\alpha(\cos y + Sy\sin y - \alpha/2)(F - 1) + \alpha SJ/2 \qquad (1)$$

обобщающему на квазилинейный случай уравнение линейной теории баллонных мод. Здесь $F(y)$ – фурье-образ отдельной гармоники радиального смещения плазмы, а I и J – интегральные операторы, описывающие квазилинейный эффект

$$I(y) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} dt F(t)\left(\sum_{k=-\infty}^{\infty}\int_{k-w}^{k+w}\cos xt \cos xy\, dx\right),$$

$$J(y) = \frac{1}{2\pi}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\cos(k+w)y\int_{-\infty}^{+\infty} F(t)[\cos(k+w-1)t - \cos(k+w+1)t]\,dy. \qquad (2)$$

Интегро-дифференциальное уравнение (1) является самосопряженным и определяет условие минимума некоторого функционала вид которого можно получить из (1), (2).



а – Система магнитных островков, созданная баллонной модой вблизи резонансных поверхностей; *б* – исходный и модифицированный профили давления для задачи о нейтральной устойчивости

Для малых $S \sim \alpha^2 \ll 1$ уравнение (1) решается методом усреднения и после исключения осциллирующей части $\widetilde{F}$ дает

$$\frac{d}{dz}(1 + z^2)\frac{dF_0}{dz} + \frac{\lambda^2}{1+z^2}F_0 = \frac{\alpha^2}{2\pi S^2}\left[2\int_0^{\hat{w}} dx\cos xz\int_0^{\infty} F_0(t)\cos xt\,dt - \right.$$

$$\left. - \cos\hat{w}z\int_0^{\infty}\frac{tF_0}{1+t^2}\sin\hat{w}t\,dt - \frac{z\sin\hat{w}z}{1+z^2}\int_0^{\infty} F_0\cos\hat{w}t\,dt\right], \qquad (3)$$

$$F_0 = F - \widetilde{F}, \quad \hat{w} = w/S, \quad \lambda^2 = \frac{\alpha^2}{S}\left(1 - \frac{7}{32}\frac{\alpha^2}{S}\right), \quad z = Sy.$$

Без квазилинейных слагаемых (3) подробно рассмотрено Страуссом [1].

В области линейной неустойчивости $\lambda^2 > 1$ за счет квазилинейных членов можно получить решение (3), удовлетворяющее граничному условию $F_0\ (\infty) = 0$. При $\lambda^2 - 1 \ll 1$ это достигается при условии

$$\frac{2\alpha^2}{\pi S^2}\hat{w}\,[1 + K_0(\hat{w})] \approx \frac{2\alpha^2}{S^2\pi}\hat{w}\left(0{,}43 + \ln\frac{2}{\hat{w}}\right) = \frac{\pi}{4}(\lambda^2 - 1), \tag{4}$$

где K_0 – модифицированная функция Бесселя.

В рассматриваемой модели область линейной неустойчивости ограничена двумя условиями – $\sqrt{2}/8 < S/\alpha^2 - 1/2 < \sqrt{2}/8$. Середина этой области, соответствующая максимальному линейному инкременту, дает оценку максимальной ширины островков при $S/\alpha^2 = 7/16$:

$$\frac{w}{S}\left(0{,}43 + \ln\frac{2S}{w}\right) = S/13, \tag{5}$$

которая оказывается малой по сравнению с характерным масштабом S линейного возмущения как в силу предположения $S \ll 1$, так и из-за численного коэффициента.

Полученный выше результат свидетельствует о постепенном ухудшении удержания из-за образования магнитных островков при увеличении давления плазмы выше критического по баллонным модам. Это коррелирует с экспериментальными результатами на токамаке ASDEX[5], где наблюдалась плавная деградация параметра β в режимах с предельным давлением. С другой стороны, продемонстрированная нами возможность насыщения баллонных мод на низком уровне ставит под сомнение абсолютность пределов по давлению, которые рассчитываются сейчас по линейной теории. Этот вопрос требует более детального теоретического и специального экспериментального исследования.

В заключение отметим, что полученное квазилинейное уравнение для баллонных мод позволяет рассмотреть всю область параметров S, α без сделанных выше ограничений, а в вариационной формулировке получить аналитические критерии насыщения баллонных мод.

Литература

1. *Strauss H.R.* Phys. Fluids, 1981, **24**, 2004.
2. *Коппи Б., Гальвао Р., Пелла Р., Розенблют М., Резерфорд П.* Физика плазмы, 1976, **2**, 961.
3. *Кадомцев Б.Б.* Физика плазмы, 1975, **1**, 710.
4. *Connor J.W., Hastie R.J., Taylor J.B.* Phys. Rev. Lett., 1978, **40**, 396.
5. *Gierke G.V., Keilhacker M., Bartiromo R. et al.* In.: 12-th Europ. Conf. on Controlled Fusion and Plasma Phys., 1985, **1**, 331.

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию
18 мая 1986 г.