Письма в ЖЭТФ, том 44, вып. 1, стр. 50 – 53 *10 июля 1986 г.*

КВАНТОВАНЫ ЛИ ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ?

В.Ф.Муханов

В предположении о квантованности черной дыры найден ее спектр. Предложено определение энтропии квантованных черных дыр и показано, что оно согласуется с известными результатами. Указаны возможные следствия полученных результатов для излучения Хоукинга и малых черных дыр.

В отсутствие удовлетворительной квантовой теории гравитации можно строить лишь гипотезы о возможных физических следствиях такой теории. Исследования в этой области представляются важными, поскольку они могут пролить свет на структуру будущей фундаментальной теории. В этой статье мы, предположив, что черная дыра квантована, на основе простых эвристических соображений найдем ее спектр.

Спектр. Предположим, что масса, момент, заряд и площадь поверхности черной дыры квантованы в том смысле, что они являются функциями дискретной переменной n, соответственно, $M_n = M(n)$, $\Omega_n = \Omega(n)$, $\Phi_n = \Phi(n)$, $A_n = A(n)$. Согласно принципу соответствия для больших $(n \gg 1)$ черных дыр должны воспроизводиться *главные* характеристики излучения Хоукинга [1, 2], трактуемого здесь как результат спонтанного перехода черной дыры с уровня n на один из ближайших уровней, например, $n-1$. То есть, частота $\omega_{n,\,n-1}$, момент m и заряд e кванта поля, испускаемого при переходе с уровня n на $n-1$, удовлетворяют соотношению

$$\omega_{n,\,n-1} - e\Phi_n - m\Omega_n = \alpha T, \tag{1}$$

характеризующему "типичный" квант теплового спектра Хоукинга. Здесь T – температура черной дыры, α – численный коэффициент. (Мы будем использовать единицы, в которых $c = \hbar = G = k = 1$). Учитывая, что $\Delta M_{n,\,n-1} = \omega_{n,\,n-1}$, $\Delta\Phi_{n,\,n-1} = e$, $\Delta\Omega_{n,\,n-1} = m$ из (1) и первого закона термодинамики черных дыр [3, 4]

$$dM = \frac{1}{4}\,TdA + \Omega dJ + \Phi dQ\,, \tag{2}$$

при $n \gg 1$ получаем спектр черной дыры в виде

$$A_n = 4\alpha n. \tag{3}$$

Таким образом, площадь квантованной черной дыры кратна целому числу (с точностью до коэффициента 4α) планковских площадей. Дополнительных ограничений на M, Ω и Φ нет.

Энтропия. Энтропию естественно определить как логарифм числа возможных внутренних конфигураций квантованной черной дыры, образуемой из *данного* вещества с *заданными* энергией, моментом и зарядом. Нетрудно видеть, что число таких конфигураций равно числу способов $\Gamma(M_n, \Omega_n, \Phi_n) = \Gamma(n)$, которыми можно "загнать" черную дыру на уровень n:

$$\Gamma(n) = 2^{n-1}\,. \tag{4}$$

Отсюда получаем энтропию

$$S_n = \ln\Gamma(n) = (n-1)\ln 2\,. \tag{5}$$

Число $\Gamma(n)$ характеризует степень вырождения уровня n. Из (5) следует, что минимальное возможное изменение энтропии черной дыры $(\Delta S = \ln 2)$ в точности равно минимальной энтропии (отвечающей одному биту информации), которую может переносить элементарная частица [6].

Из результатов Хоукинга вытекает, что [5]

$$S = \frac{1}{4}A + \text{const} \tag{6}$$

Формулы (3) и (5) согласуются с (6) только если $\alpha = \ln 2$ и $\text{const} = -\ln 2$. В результате имеем

$$A_n = 4\ln 2\, n, \tag{7}$$

$$S_n = \frac{1}{4}A_n - \ln 2 = (n-1)\ln 2. \tag{8}$$

Минимальное изменение площади поверхности черной дыры равно $\Delta A = 4\ln 2$, что совпадает с результатом Бекенштейна [3].

Интенсивность излучения и ширина уровней. Поскольку момент и заряд сравнительно быстро испускаются, далее мы везде будем рассматривать частный случай невращающейся черной дыры с нулевым зарядом, для которой из (7) находим

$$M_n = \left(\frac{\ln 2}{4\pi}\right)^{1/2}\sqrt{n}. \tag{9}$$

При $n \gg 1$ зависимость M_n от n согласуется со спектром квантованного гравитирующего облака пыли, полученным в [7].

Чтобы найти скорость излучения нужно определить время жизни черной дыры τ_n на уровне n, конечность которого обусловлена взаимодействием черной дыры с вакуумом различных физических полей. Это время оценим как

$$\tau_n \sim 1/W_n \quad (10)$$

где W_n – мнимая часть эффективного действия. Естественно предположить, что величина W_n представима в виде

$$W_n \simeq \beta \int_{r > r_g} (C_{ijkl} C^{ijkl} + \dots) \sqrt{-g}\, d^4 x \simeq \gamma \frac{\ln 2}{8\pi M_n} \simeq \gamma \Delta M_{n,\, n-1}\,, \quad (11)$$

где ограничение области интегрирования значениями $r > r_g$ можно оправдать либо евклидовым подходом к квантованию гравитации [8], либо соображениями причинности.

Ширина каждого из уровней W_n пропорциональная расстоянию между уровнями $\Delta M_{n,n-1}$ и о выраженной структуре уровней можно говорить только, если $\gamma \ll 1$ (при $\gamma > 1$ они перекрываются).

Из (10) и (11) получаем

$$\frac{dM}{dt} \simeq - \frac{2{,}8\, T}{\tau_n} \simeq - \gamma \frac{2{,}8 \ln 2}{(8\pi)^2} \frac{1}{M^2}\,. \quad (12)$$

Зависимость скорости потери массы черной дырой от M согласуется с формулой Хоукинга, что также свидетельствует в пользу выдвинутой нами гипотезы. Сравнивая (12) с соответствующим выражением для интенсивности излучения квантов скалярного поля [6], находим $\gamma_{sc.f} \sim 1/30$. Поскольку яркость излучения быстро убывает с ростом спина испускаемых частиц [9] не исключено, что $\gamma_\Sigma = \Sigma \gamma_{sc.f} + \dots \ll 1$ и представление об уровнях черной дыры вполне оправдано.

Следствие квантованности черной дыры. Так как спектр (7), строго говоря, был получен при $n \gg 1$, мы вначале рассмотрим большие черные дыры. Хотя спектр излучения таких черных дыр в главных чертах и должен совпадать с тепловым спектром Хоукинга, в случае квантованных черных дыр он будет отличаться от него в деталях (ср. классическое и квантовое излучение атома водорода при $n \gg 1$). Во-первых, спектр приобретает линейчатый характер. Во-вторых, поскольку частота излучения при одноквантовом распаде не может быть меньше расстояния между ближайшими уровнями, он должен сильно (экспоненциально?) заваливаться в области длин волн больших радиусов черной дыры ($\lambda > (4\pi/\ln 2) r_g$). Соответственно, квантованная черная дыра, в отличие от классической, не будет и поглощать излучение с длиной волны превышающей ее размеры. Подчеркнем, что все это справедливо только, если $\gamma \ll 1$.

Выводы, касающиеся малых черных дыр, более спекулятивны. Если опираясь на аналогию с атомом водорода, допустить, что спектр (10) имеет место и при малых n $(n \sim 1)$, то отсюда будет следовать, что не существует черных дыр с массой меньшей $m_{min} = (\ln 2/4\pi)^{1/2} m_{Pl}$ (ср. с [10]). Внутренняя энтропия минимальных черных дыр равна нулю (см. (8)), что является аргументом в пользу их стабильности. Кроме того, масса заряженной или вращающейся черной дыры всегда больше m_{min}, поскольку $A \geqslant A_{min} = 4 \ln 2$.

Основные идеи этой работы были инициированы многочисленными дискуссиями с М.А.Марковым. Автор также благодарен С.М.Апенко, Я.Б.Зельдовичу, А.И.Зельникову, Д.А.Киржницу и В.П.Фролову за обсуждения.

Литература

1. *Hawking S.W.* Nature, 1974, **248**, 30.
2. *Hawking S.W.* Commun. Math. Phys., 1975, **43**, 199.
3. *Bekenstein J.D.* Phys., Rev., 1973, **D7**, 2333.

4. *Bekenstein J.D.* Phys. Rev., 1974, **D9**, 3292.
5. *Hawking S.W.* Phys. Rev., 1976, **D13**, 191.
6. *De Witt B.S.* Phys. Rep., 1975, **19C**, 295.
7. *Mal'tsev V.K., Markov M.A.* Preprint P-0160, Inst. for Nuclear Research Acad. of Sci. of the USSR, 1980.
8. *Gibbons G.W., Hawking S.W.* Phys. Rev., 1977, **D15**, 2725.
9. *Page D.N.* Phys. Rev., 1976, **D13**, 198.
10. *Frolov V.P., Vilkovisky G.A.* ICTP preprint IC/79/69, Trieste, 1979.

Институт ядерных исследований
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
21 апреля 1986 г.