

ТУННЕЛЬНЫЕ ПЕРЕХОДЫ ПРИ ЦИКЛОТРОННОМ РЕЗОНАНСЕ ДЛЯ СВОБОДНОГО ЭЛЕКТРОНА

А.П.Дмитриев, М.И.Дьяконов

Найдено время туннельного перехода между двумя устойчивыми режимами движения свободного электрона с низкой энергией в условиях циклотронного резонанса.

Недавно был выполнен замечательный эксперимент¹, в котором впервые наблюдались бистабильность и гистерезис при циклотронном резонансе на одном свободном электроне. Этот эффект, характерный для нелинейного осциллятора, обусловлен релятивистской поправкой к массе электрона, которая в условиях эксперимента составляла ничтожную величину порядка $10^{-7} \div 10^{-5}$ (энергия возбуждения $\sim 0,1 \div 10$ эВ). Однако соответствующий сдвиг циклотронной частоты существенно превышает ширину линии ($\gamma/2\pi = 0,5$ Гц), целиком определяющуюся радиационным затуханием. Наблюдавшиеся нелинейные явления при циклотронном резонансе свободных электронов с малыми энергиями были предсказаны ранее^{2, 3}.

Методика эксперимента¹ предоставляет уникальную возможность наблюдения в области бистабильности туннельных переходов между двумя режимами циклотронного движения электрона. Такие переходы для ангармонического осциллятора были рассмотрены нами в работе⁴, где было показано, что режим колебаний с малой амплитудой метастабильен, и вычислена вероятность перехода. В настоящей работе, применяя результаты⁴ к случаю циклотронного резонанса свободного электрона, мы находим характерное время туннелирования τ из состояния с малой амплитудой в состояние с большой амплитудой.

Гамильтониан электрона в постоянном магнитном поле B и вращающемся с частотой ω электрическом поле с амплитудой E при учете первой релятивистской поправки имеет вид

$$H = \frac{\left(\mathbf{p} + \frac{e}{c} \mathbf{A}\right)^2}{2m} - \frac{\left(\mathbf{p} + \frac{e}{c} \mathbf{A}\right)^4}{8m^3 c^2} + eE(x \cos \omega t + y \sin \omega t), \quad (1)$$

где e , m , c – абсолютная величина заряда электрона, его масса и скорость света соответственно, $A_x = -By/2$, $A_y = Bx/2$, $A_z = 0$. Движение вдоль магнитного поля в дальнейшем не рассматривается.

Перейдем к вращающейся системе координат по формулам

$$x = X \cos \omega t - Y \sin \omega t, \quad y = X \sin \omega t + Y \cos \omega t \quad (2)$$

и затем совершим каноническое преобразование

$$\begin{aligned} X &= (m\Omega)^{-1/2}(q_1 + q_2), & P_x &= (m\Omega)^{1/2}(p_1 + p_2)/2, \\ Y &= (m\Omega)^{-1/2}(p_2 - p_1), & P_y &= (m\Omega)^{1/2}(q_1 - q_2)/2. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $\Omega = eB/mc$ — циклотронная частота, P_x, P_y — импульсы, канонически сопряженные координатам X, Y . После этих преобразований гамильтониан (1) примет вид $H = H_1 + H_2$, где

$$H_1 = \frac{\Omega - \omega}{2} (p_1^2 + q_1^2) - \frac{\beta}{4} (p_1^2 + q_1^2)^2 + f q_1, \quad (4)$$

$$H_2 = \frac{\omega}{2} (p_2^2 + q_2^2) + f q_2. \quad (5)$$

Здесь обозначено $\beta = \Omega^2/2mc^2$, $f = eE(m\Omega)^{-1/2}$. Выражение (4) совпадает с эффективным гамильтонианом для ангармонического осциллятора, вынуждаемого внешней периодической силой⁴. Гамильтониан H_2 описывает движение центра ларморовского кружка относительно вращающейся системы координат и в дальнейшем не существует. Отметим, что в отличие от случая одномерного ангармонического осциллятора, где переход к эффективному гамильтониану (4) требует отбрасывания нерезонансных осциллирующих членов, в рассматриваемом случае переход от (1) к (4), (5) является точным.

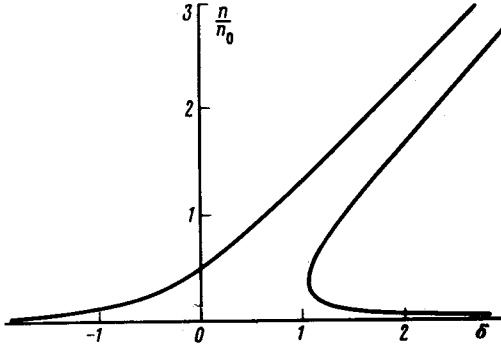


Рис. 1

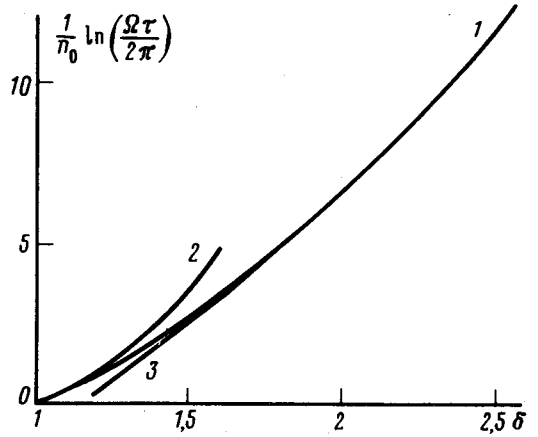


Рис. 2

Рис. 1. Гистерезисная зависимость энергии циклотронного движения от безразмерной расстройки частоты

Рис. 2. Зависимость времени туннельного перехода от безразмерной расстройки частоты: 1 — численный расчет, 2 — по формуле (10), 3 — по формуле (11)

При малом трении стационарные значения амплитуды q_1 определяются условиями $p_1 = 0$, $\partial H_1/\partial q_1 = 0$. При этом энергия циклотронного движения есть $\epsilon = \Omega q_1^2/2$. Представим ее в виде $\epsilon = n\hbar\Omega$, где n — номер уровня Ландау (предполагается $n \gg 1$). Тогда для величины n получим обычное кубическое уравнение, описывающее установившиеся колебания ангармонического осциллятора:

$$\frac{n}{n_0} \left(\delta - \frac{n}{n_0} \right)^2 = \frac{4}{27}, \quad (6)$$

где

$$n_0 = \frac{3}{2^{5/3} \hbar} \left(\frac{f}{\beta} \right)^{2/3} = \frac{3}{2} \left(\frac{E}{B} \right)^{2/3} \frac{mc^2}{\hbar\Omega}, \quad (7)$$

$$\delta = \frac{2}{3} \frac{\Omega - \omega}{f^{2/3} \beta^{1/3}} = \frac{2}{3} \left(\frac{B}{E} \right)^{2/3} \frac{\Omega - \omega}{\Omega}. \quad (8)$$

Бистабильность имеет место при $\delta > 1$ (см. рис. 1). Параметр n_0 равен скачку величины n в точке срыва колебаний малой амплитуды.

В соответствии с результатами ⁴ время τ туннельного перехода от одного режима колебаний к другому (см. рис. 1) в квазиклассическом приближении дается выражением $\tau \sim \exp[2(\Omega - \omega)J(\alpha)/\hbar\beta]$, где $J(\alpha)$ – безразмерная функция параметра $\alpha = f\beta^{1/2}(\Omega - \omega)^{3/2}$, явный вид которой приведен в ⁴. Предэкспоненциальный множитель в выражении для τ не известен. С точностью до этого множителя имеем

$$\ln \frac{\Omega\tau}{2\pi} = n_0 I(\delta), \quad I(\delta) = 4\delta J(\alpha). \quad (9)$$

Параметры δ и α связаны соотношением $3\delta = (2/\alpha)^{2/3}$. Асимптотические формулы для функции $I(\delta)$ следуют из соответствующих выражений для $J(\alpha)$, полученных в ⁴:

$$I(\delta) = \frac{16\sqrt{3}}{5} \delta (\delta - 1)^{5/4} \quad \text{при } \delta - 1 \ll 1, \quad (10)$$

$$I(\delta) = 6\delta \left[\ln \left(\frac{3\delta}{2^{1/3}} \right) - 1 \right] \quad \text{при } \delta \gg 1. \quad (11)$$

Формулы (9) – (11) являются основным результатом настоящей работы. На рис. 2 представлена зависимость времени туннелирования τ от безразмерной расстройки δ , полученная путем численного расчета по формуле (9). Видно, что асимптотическая формула (11) хорошо описывает точную зависимость $I(\delta)$ вплоть до значений δ близких к единице.

При заданном параметре n_0 туннелирование наиболее эффективно происходит вблизи точки срыва колебаний с малой амплитудой ($\delta = 1$). Возможность наблюдения перехода ограничивается, с одной стороны, точностью $\Delta\epsilon$ измерения энергии возбуждения (в эксперименте ¹ $\Delta\epsilon = 16$ мэВ, что соответствует $\Delta n = 24$), а с другой стороны – стабильностью частоты возбуждающего переменного поля.

Приведем оценку времени τ . Положив $n_0 = 35$, $\delta = 1,2$, $\Omega/2\pi = 1,6 \cdot 10^{11}$ Гц имеем $\tau \sim 10$ с. В этих условиях изменение энергии возбуждения при переходе соответствует $\Delta n \approx 50$, требуемая стабильность частоты составляет 100 Гц/с. При выбранном значении n_0 время τ очень резко возрастает с увеличением δ (так, если $\delta = 1,25$, то $\tau \sim 10^5$ с). Если точность измерения энергии $\Delta\epsilon$ будет повышена, то величина n_0 может быть уменьшена, и частотный интервал, в котором возможно наблюдение туннельных переходов, существенно расширится.

Отметим также, что туннелирование эффективно при совпадении (с точностью до радиационного уширения) соответствующих уровней гамильтониана (4). Это может приводить к осцилляциям времени туннелирования как функции параметра δ . Как нетрудно показать период осцилляций по δ равен $(2n_0)^{-1}$.

Литература

1. Gabrielse G., Dehmelt H., Kells W. Phys. Rev. Lett., 1985, 54, 537.
2. Kaplan A.E. Phys. Rev. Lett., 1982, 48, 138.
3. Dehmelt H., Gabrielse G. Bull. Am. Phys. Soc., 1981, 26, 797; 1982, 27, 481.
4. Дмитриев А.П., Дьяконов М.И. ЖЭТФ, 1986, 90, 1430.