Письма в ЖЭТФ, том 44, вып. 2, стр. 92 – 95 *25 июля 1986 г.*

О МАГНОННОЙ ПОПРАВКЕ К ЧАСТОТЕ РЕЗОНАНСА В АНТИФЕРРОМАГНЕТИКАХ

И.А.Грищук, В.И.Марченко

Вычислена температурная поправка к частоте резонанса в антиферромагнетике в спин-волновой области. Отмечено количественное согласие теории с экспериментальными данными в твердом He^3.

Обычно нахождение температурных поправок к спектру спиновых волн в магнетиках связывают с приближением большого спина. При этом, даже в простейшем ферромагнитном случае теория имеет довольно громоздкий вид. Ситуация особенно усложняется в антиферромагнетиках, где в микроскопической модели отсутствует удовлетворительное описание основного состояния.

В настоящей работе использован простой подход к исследованию температурных поправок по существу аналогичный подходу развитому Андреевым [1] в гидродинамике и в принципе не связанный с модельными представлениями. Необходимый набор экспериментальных данных для точной (без каких-либо подгоночных параметров) проверки теории нам удалось найти лишь для одного довольно экзотического магнетика – антиферромагнитного твердого He^3 (спин 1/2). Поэтому (см. [2]) вычисления будем проводить на примере коллинеарного антиферромагнетика типа легкая плоскость.

Низкочастотная динамика такого антиферромагнетика (при $T = 0$) описывается уравнением [3]

$$[\mathbf{l}\ddot{\mathbf{l}}] = \frac{\gamma^2}{\chi_\perp}\left[\frac{\delta U}{\delta \mathbf{l}}\,\mathbf{l}\right], \tag{1}$$

где γ – гиромагнитное отношение, $\chi_\perp$ – восприимчивость в направлениях перпендикулярных к антиферромагнитному вектору $\mathbf{l}$ ($\mathbf{l}^2 = 1$), U – потенциальная энергия

$$U = \frac{1}{2}\int dV\{\alpha_\parallel(\partial_z \mathbf{l})^2 + \alpha_\perp[(\partial_x \mathbf{l})^2 + (\partial_y \mathbf{l})^2] + \beta l_z^2\}. \tag{2}$$

здесь $\alpha_\parallel$, $\alpha_\perp$ – обменные константы энергии неоднородности, β – константа анизотропии. Для сокращения записи вычислений будем исследовать уравнения (1) в следующем безразмерном виде

$$[\mathbf{l}\ddot{\mathbf{l}}] = \left[\frac{\delta U}{\delta \mathbf{l}}\mathbf{l}\right]; \qquad U = \frac{1}{2}\int\left\{(\partial\mathbf{l})^2 + l_z^2\right\} dV. \tag{1', 2'}$$

Рассмотрим малые колебания вблизи состояния $l_y = 1$. При температуре $T \gg \hbar\omega(0)$, где $\omega(0) = \gamma(\beta/\chi_\perp)^{1/2}$ (но малой по сравнению с характерной обменной энергией) представим амплитуду движения l_z, l_x в виде сумм

$$l_z = \nu_z + \mu_z\,, \qquad l_x = \nu_x + \mu_x\,, \tag{3}$$

где функции $(\nu_z, \nu_x) \equiv \vec{\nu}$ соответствуют интересующему нас медленному движению, а $(\mu_z, \mu_x) \equiv \vec{\mu}$ – быстрому тепловому движению. При малых $\vec{\mu}$, $\vec{\nu}$

$$l_y = \sqrt{1 - (\vec{\mu} + \vec{\nu})^2} \simeq 1 - (\vec{\mu} + \vec{\nu})^2/2\,. \tag{4}$$

Выпишем x – компоненту уравнения (1')

$$l_y\ddot{l}_z - l_z\ddot{l}_y = l_y\Delta l_z - l_z\Delta l_y - l_y l_z$$

разделим это уравнение на l_y.

$$\ddot{l}_z - \frac{l_z\ddot{l}_y}{l_y} = \Delta l_z - \frac{l_z\Delta l_y}{l_y} - l_z\,.$$

Подставив сюда выражения (3), (4), разложим полученное уравнение по $\vec{\mu}$ до квадратичных членов и линеаризуем по $\vec{\nu}$. Усредняя по быстрым тепловым флуктуациям ($\langle\vec{\mu}\rangle = 0$) получим

$$\begin{aligned}&\ddot{\nu}_z(1 + \langle\mu_z^2\rangle) + \frac{1}{2}\nu_z\langle\partial_t^2\vec{\mu}^2\rangle - 2\dot{\nu}_z\langle\mu_z\dot{\mu}_z\rangle + \nu_z\langle\mu_z\ddot{\mu}_z\rangle = \\ &= (1 + \langle\mu_z^2\rangle)\Delta\nu_z + \frac{1}{2}\nu_z\langle\Delta\vec{\mu}^2\rangle - 2\langle\mu_z\partial\mu_z\rangle\partial\nu_z + \nu_z\langle\mu_z\Delta\mu_z\rangle - \nu_z\,.\end{aligned} \tag{5}$$

Поскольку все средние умножаются на амплитуду медленного движения, то, пренебрегая не линейными эффектами, их следует находить в равновесном состоянии ($\vec{\nu} = 0$). Тогда величины $\langle\mu_z\dot{\mu}_z\rangle$, $\langle\mu_z\partial\mu_z\rangle$, $\langle\Delta\vec{\mu}^2\rangle$ и $\langle\partial_t^2\vec{\mu}^2\rangle$ равны нулю и уравнение (5) сводится к

$$(\ddot{\nu}_z - \Delta\nu_z)(1 + \langle\mu_z^2\rangle) + \nu_z(1 + \langle\mu_z, \ddot{\mu}_z - \Delta\mu_z\rangle = 0 \tag{6}$$

Функция μ_z удовлетворяет, очевидно, уравнению

$$\ddot{\mu}_z = \Delta\mu_z - \mu_z\,,$$

откуда следует, что

$$\langle\mu_z, \ddot{\mu}_z - \Delta\mu_z\rangle = -\langle\mu_z^2\rangle\,.$$

Поэтому, разделив уравнение (6) на $(1 + \langle\mu_z^2\rangle)$ получаем

$$\ddot{\nu}_z = \Delta\nu_z - \nu_z(1 - 2\langle\mu_z^2\rangle)\,. \tag{7}$$

Для нахождения $\langle\mu_z^2\rangle$ поступим следующим образом. Энергия движения μ_z равна

$$\frac{1}{2}\int\{\dot{\mu}_z^2 + (\partial\mu_z)^2\}\,dV \qquad (8)$$

здесь первый член – кинетическая энергия (см. [3]), в потенциальной энергии анизотропией пренебрегаем. Разложим μ_z в ряд фурье по импульсам

$$\mu_z = \sum_{\mathbf{k}} \mu_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{kr}}, \qquad \mu_{\mathbf{k}} = \mu^*_{-\mathbf{k}}.$$

Тогда, с одной стороны средняя энергия теплового движения равна

$$\frac{1}{2}\sum_{\mathbf{k}} \langle |\dot{\mu}_{\mathbf{k}}|^2 + k^2 |\mu_{\mathbf{k}}^2| \rangle = \sum_{\mathbf{k}} k^2 \langle |\mu_{\mathbf{k}}^2| \rangle$$

(осциллятор). С другой стороны эта же энергия в рассматриваемой области температур, очевидно, равна $\Sigma_{\mathbf{k}} \epsilon_k n_k$, где $\epsilon_k = k$ – энергия магнона с импульсом $\mathbf{k}$, а $n_k(\epsilon_k / T)$ – планковская функция распределения магнонов, поэтому

$$\langle \mu_z^2 \rangle = \int \frac{1}{k} n_k \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} = \frac{T^2}{12}. \qquad (9)$$

Окончательно, возвращаясь к обычным единицам, для температурной зависимости частоты резонанса из (7), (9) получаем

$$\omega_A(T) = \omega(0)\left(1 - \frac{\gamma^2 T^2}{12\hbar\chi_\perp c_\parallel c_\perp^2}\right), \qquad (10)$$

где $c_\parallel, c_\perp$ – скорости спиновых волн $c_\parallel = \gamma(\alpha_\parallel/\chi_\perp)^{1/2}$, $c_\perp = \gamma(\alpha_\perp/\chi_\perp)^{1/2}$. Поправка $\sim T^2$ к скорости спиновых волн отсутствует. Отметим здесь, что при нахождении первой неисчезающей поправки к скорости $\sim T^4$ (см. [4]) необходимо учитывать в потенциальной энергии следующие по градиентам члены. Температурная зависимость (10), как это следует из (4) (при $\vec{\nu} = 0$, ясно также, что $\langle \mu_z^2 \rangle = \langle \mu_x^2 \rangle$) совпадает с температурной зависимостью модуля вектора антиферромагнетизма $\equiv \langle l_y \rangle$ (либо намагниченности подрешеток).

В ферромагнетиках усреднение по тепловому движению уравнений Ландау – Лифшица дает для частоты резонанса в одноосном случае

$$\omega_F(T) = \omega(0)\left(1 - \frac{\gamma\zeta(3/2)}{4\pi^{3/2} M}\left(\frac{T}{A}\right)^{3/2}\right),$$

что совпадает с результатом [5] полученным в микроскопической модели при $S \gg 1$ (в ответе [5] формула 31.3.3 допущено три опечатки), здесь M – намагниченность, A – средняя характеристика спектра магнонов $\epsilon_k = A_\parallel k_z^2 + A_\perp(k_x^2 + k_y^2)$, равная $A = A_\perp^{1/3} \cdot A_\parallel^{1/6}$, ζ – функция Римана.

Ошеров, Кросс и Фишер [2] установили, что твердый He^3 при температуре меньше 1,03 мК является коллинеарным антиферромагнетиком типа легкая плоскость. В спинволновой области для температурной зависимости частоты резонанса в нулевом поле ими получена эмпирическая формула, которую запишем в виде

$$\omega_{\text{эксп}}(T) = \omega(0)(1 - 0{,}23\,T^2)$$

(температура в мК). Ошеров и Юу [6], измерив энтропию, установили среднюю скорость спиновых волн (8,4 ± 0,4) см/с ($\equiv c_\parallel c_\perp^2$). Наконец из измерения магнитной восприимчивости, проведенного Превитом и Гудкайндом [7] имеем $\chi_\perp^{-1} \simeq 1{,}9 \cdot 10^5$. Подставляя эти данные в (10) ($\gamma = 2{,}04 \cdot 10^4$ Гц/Э), получим

$$\omega(T) \simeq \omega(0)[1 - (0{,}20 \pm 0{,}03)T^2].$$

Насколько нам известно, это первый случай экспериментального подтверждения предсказуемой теорией спиновых волн связи между различными физическими характеристиками магнетика.

Литература

1. *Андреев А.Ф.* ЖЭТФ, 1978, **75**, 1132.
2. *Osheroff D.D., Cross M.C., Fisher D.S.* Phys. Rev. Lett., 1980, **44**, 792.
3. *Андреев А.Ф., Марченко В.И.* УФН, 1980, **130**, 39.
4. *Oguchi T.* Phys. Rev., 1960, **117**, 117.
5. *Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В.* Спиновые волны. М.: Наука, 1967, §31.
6. *Osheroff D.D., Yu C.* Phys. Lett., 1980, **77A**, 458.
7. *Prewitt T.C., Goodkind J. M.* Phys. Rev. Lett., 1980, **44**, 1699.

Институт физики твердого тела
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
5 июня 1986 г.