

## СВОЙСТВА СВЕРХПРОВОДНИКОВ С СИЛЬНЫМ ЭЛЕКТРОН-ФОНОННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

Л.Н.Булаевский, О.В.Долгов

Рассмотрена система электронов и фононов с сильной связью  $\lambda \gg 1$ . Температурная зависимость верхнего критического поля  $H_{c2}$  имеет положительную кривизну. Найдена связь между плотностью электронных состояний  $N(0)$ , скачком теплоемкости  $\Delta C$ , нижним  $H_{c1}$  и верхним критическим полем и остаточным сопротивлением  $\rho$ .

В ряде соединений обнаружено резкое отличие сверхпроводящих свойств от стандартного поведения модели БКШ. К ним относятся, например, органические сверхпроводники  $\beta_H$ -(BEDT-TTF) $_2$ I $_3$  с  $T_c \simeq 8$  К и  $\beta$ -(BEDT-TTF)AuI $_2$  с  $T_c \simeq 5$  К. В первом соединении наблюдается положительная кривизна в зависимости  $H_{c2}(T)$  для направления поля перпендикулярно слоям, и значение приведенного поля  $h_{c2}(T) = H_{c2}(T) / (-dH_{c2}/dT)_{T_c}$  при  $T \rightarrow 0$

достигает 1,4, что в два раза выше соответствующего значения БКШ<sup>1</sup>. Во втором соединении зависимость  $H_{c2}(T)$  линейна вплоть до самых низких температур и отношение  $\Delta(T)/T_c$  при  $T \ll T_c$  достигает 7<sup>2</sup>, в то время как в модели БКШ оно равно 1,76. Аналогичного масштаба аномалии в поведении  $H_{c2}$  обнаружены в системе Ва(Pb $_{1-x}$ Bi $_x$ )O $_3$ <sup>3</sup>. Столь сильные отличия от модели БКШ не могут быть объяснены в рамках модели с промежуточной связью  $\lambda \simeq 1$ , хотя теоретические расчеты на основе уравнений Элиашберга показывают тенденцию к росту величин  $h_{c2}(0)$  и  $\Delta(0)/T_c$  при увеличении  $\lambda$ <sup>4,5</sup>.

Ниже мы исследуем свойства модели Элиашберга с одной фононной модой (спектральная плотность электрон-фононного взаимодействия  $\alpha^2(\omega)F(\omega) = \lambda \Omega \delta(\omega - \Omega)$ ) в зависимости от  $\lambda$  при больших  $\lambda$ . В этой модели при  $\lambda \gg 1$  величина  $T_c = 0,18 \Omega \sqrt{\lambda}$  и отношение  $\Delta(0)/T_c$  монотонно растет с увеличением  $\lambda$ , достигая 4,75 при  $\lambda = 28$ , согласно результатам численных расчетов<sup>5,6</sup>.

Рассматривая модель с большими значениями  $\lambda$  может реализоваться в кристаллах вблизи структурной неустойчивости. В общем случае константа связи и фононный спектр определяются выражениями

$$\lambda = N(0) \langle I^2 \rangle \left\langle \frac{1}{M\omega^2} \right\rangle, \quad \langle \omega^2 \rangle = \langle \Omega_0^2 \rangle - \frac{4}{5} n_0 M^{-1} N(0) \langle I^2 \rangle, \quad (1)$$

где  $\langle I^2 \rangle$  есть среднее значение квадрата матричного элемента электрон-фононного взаимодействия по поверхности Ферми,  $M$  — масса ионов,  $n_0$  — число электронов на атом,  $\langle \omega^2 \rangle$  — среднее значение квадрата фононных частот и  $\Omega_0$  есть некоторая псевдоатомная частота (затравочная частота фононов в модели Фрелиха), см. <sup>7-9</sup>. По мере приближения к структурной неустойчивости одна из мод смягчается и константа связи, определяемая в основном взаимодействием электронов с этой модой, может неограниченно возрастать. При этом результаты рассматриваемой нами модели пригодны для описания системы и с более широким спектром фононов, нужно лишь в окончательных выражениях заменить величины  $\Omega^n$  на соответствующие моменты функции  $\alpha^2(\omega)F(\omega)$ . Отметим, что возрастание  $\lambda$  при подходе к точке структурной неустойчивости приводит к росту  $T_c$ , и  $T_c \sim \Omega \sqrt{\lambda}$ , но согласно (1) при  $\lambda \rightarrow \infty$  достигается предельное значение  $T_{c \max} = 0,18 [N(0) \langle I^2 \rangle M^{-1}]^{1/2}$ , которое ограничено сверху величиной порядка  $0,2 \Omega_0$ .

Уравнения для  $H_{c2}$  с учетом только орбитального эффекта поля и в пренебрежении кулоновским отталкиванием в мацубаровской технике имеют вид (см. <sup>4</sup>)

$$\Delta(i\omega_n) = \pi T \sum_m \lambda(\omega_n - \omega_m) \{ \chi^{-1}(|\tilde{\omega}_m|) - (2\tau)^{-1} \} \Delta(i\omega_m),$$

$$\tilde{\omega}_n = \omega_n + \pi T \sum_m \lambda (\omega_n - \omega_m) \text{sign } \omega_m + (2\tau)^{-1} \text{sign } \omega_n,$$

$$\chi(x) = \frac{2}{\sqrt{\alpha}} \int_0^{\infty} dq e^{-q^2} \text{arctg}[q\sqrt{\alpha}/x], \quad \alpha = \pi H_{c2} v_F^2 / \Phi_0, \quad (2)$$

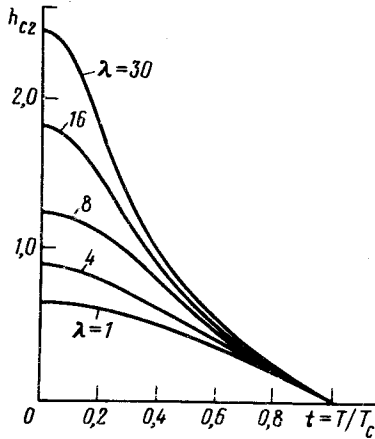
$$\lambda(\omega_n - \omega_m) = \lambda \Omega^2 / [\Omega^2 + (\omega_n - \omega_m)^2], \quad \omega_n = \pi T(2n - 1),$$

где  $\tau$  — время рассеяния электронов на немагнитных примесях и  $\Phi_0$  — квант потока. Далее мы рассмотрим случай грязного сверхпроводника,  $\lambda \Omega \tau \ll 1$ . При  $\lambda \gg 1$  получаем

$$H_{c2}(0) = 0,54 \frac{\Phi_0 T_c}{D} \sqrt{\lambda}, \quad D = \frac{1}{3} v_F^2 \tau,$$

$$H_{c2}(T) = 1,20 \frac{\Phi_0 T_c t}{D}, \quad t = \frac{T_c - T}{T_c}, \quad t \ll 1. \quad (3)$$

Из (3) находим приведенное поле  $h_{c2}(0) = 0,45\sqrt{\lambda}$  при  $\lambda \gg 1$ . Для промежуточных значений  $\lambda$  численный расчет дает зависимости  $h_{c2}(T/T_c)$ , показанные на рисунке. При значениях  $\lambda \gg 1$  поле  $h_{c2}$  существенно превышает значение БКШ (0,7). Для  $\lambda \gtrsim 4$  зависимость  $h_{c2}(T/T_c)$  имеет положительную кривизну.



Соотношение Горькова для произвольного  $\lambda$  имеет вид

$$-H'_{c2} \equiv -(dH_{c2}/dT)_{T_c} = 8r(\lambda) \text{e} \rho N(0) / \pi, \quad (4)$$

где  $r(\lambda)$  меняется от 1,3 при  $\lambda = 1$  до 2,86 при  $\lambda \rightarrow \infty$ , и  $r = 1$  в модели БКШ. Отметим, что электронная теплоемкость при  $\lambda \gg 1$   $C_e(T)$  вблизи  $T_c \gtrsim \Omega$  пока неизвестна, при  $T \rightarrow 0$  имеем  $C_e = \gamma T$  с большим коэффициентом  $\gamma = (2\pi^2/3) k_B^2 N(0)(1 + \lambda)$ .

Выразив  $H_{c2}(T)$  через корреляционную длину  $\xi(T)$  как  $H_{c2} \sim \Phi_0/\xi^2$ , получаем вблизи  $T_c$  обычное выражение БКШ  $\xi(T) \sim (\xi_0 l)^{1/2} t^{-1/2}$  с  $l = v_F \tau$  и  $\xi_0 \approx v_F/T_c$ , но при  $T \rightarrow 0$  и  $\lambda \gg 1$  длина  $\xi_0$  уменьшается,  $\xi_0 \approx v_F/T_c \sqrt{\lambda}$ . Смена режимов (кроссовер) происходит при  $T \approx \Omega$ . Ниже этой температуры вымораживаются тепловые фононы  $\Omega$ , присутствие которых ослабляет вклад электрон-фононного взаимодействия в куперовское спаривание на фактор  $1/n_{ph}(T)$ , где  $n_{ph}(T)$  есть число тепловых фононов. Из соотношения  $T_c \sim \sim \lambda \Omega n_{ph}^{-1}(T_c) \approx \lambda \Omega (\Omega/T_c)$  при  $T_c \gg \Omega$  получаем в итоге  $T_c \sim \Omega \sqrt{\lambda}$ , а не  $\lambda \Omega$ , как можно было бы ожидать в модели с константой взаимодействия  $\lambda$ . Однако при  $T \ll \Omega$  вклад электрон-фононного взаимодействия в спаривание усиливается, и можно думать, что щель  $\Delta(0) \sim \lambda \Omega$ . Указание на такую зависимость ( $\Delta(0) \approx 0,16 \lambda \Omega$ ) дают и численные расчеты<sup>6</sup>, хотя их авторы на основании нестрогих соображений полагают, что  $\Delta(0) \sim \Omega \sqrt{\lambda}$ , как и  $T_c$ . Результаты для  $H_{c2}$ , полученные нами для грязного сверхпроводника, дают основание

думать, что в чистых сверхпроводниках  $\hbar_{c2} \sim \lambda$ , и положительная кривизна в зависимости  $H_{c2}(T)$  начинается с  $\lambda \approx 2$ .

Функционал свободной энергии для модели Элиашберга в случае однородного параметра порядка  $\Delta(i\omega_n)$  найден в <sup>10</sup>

$$\begin{aligned} (\mathcal{F}_n - \mathcal{F}_s) / N(0) &= \pi T \sum_n \omega_n (\sin \varphi_n - \text{sign } \omega_n) + \\ &+ \pi^2 T^2 \sum_{n,m} [\cos(\varphi_n - \varphi_m) - \text{sign}(\omega_n \omega_m)] \lambda (\omega_n - \omega_m), \\ \Delta(i\omega_n) &= \pi T \sum_m \lambda (\omega_n - \omega_m) \cos \varphi_m, \quad \varphi_n \equiv \varphi(i\omega_n) \end{aligned} \quad (5)$$

Добавляя к (5) градиентные члены, которые легко восстанавливаются по известным значениям  $H_{c2}(T)$  вблизи  $T_c$ , и ограничиваясь в (5) членами  $\varphi = \varphi(\pm \pi T)$  (такое приближение дает точность около 15% для  $T_c$ ) находим функционал Гинзбурга – Ландау для параметра порядка  $\psi = \pi/2 - \varphi$  в случае  $\lambda \gg 1$

$$\mathcal{F}_s - \mathcal{F}_n = N(0) (2\pi T_c)^2 \left[ \frac{1}{2} \xi^2 |(\vec{\nabla} - i \frac{2e}{c} \mathbf{A}) \psi|^2 - t \psi^2 + \frac{1}{4} \psi^4 \right], \quad (6)$$

где  $\xi^2 = 0,27 D / T_c$ .

Из функционала ГЛ следуют соотношения

$$N(0) = \frac{H'_{c1} H'_{c2}}{\ln(\kappa + 0,497) 4\pi f(\lambda)} = \frac{\Delta C}{T_c f(\lambda)}; \quad \frac{\kappa^2}{\ln \kappa + 0,497} = \frac{H'_{c2}}{2H'_{c1}}. \quad (7)$$

При  $\lambda \gg 1$  имеем  $f \approx 8\pi^2$ , в модели БКШ  $f = 9,4$ . При  $\lambda \gg 1$  скачок теплоемкости в 8,4 раза превышает соответствующее значение БКШ, но относительная его величина мала из-за большого вклада в теплоемкость фононов и нормальных электронов в точке  $T_c \gtrsim \Omega$ . Значение  $\hbar_{c2}(0)$ , как и соотношения (4), (7) помогают оценить величину  $\lambda$  из соответствующих экспериментальных данных.

Авторы признательны М.О.Птицыну за проведение численных расчетов.

#### Литература

1. Creuzet F., Creuzet G., Jerome D., Schweitzer D., Keller H.J. J. Phys. Lett., 1985, 46, L1079.
2. Hawley M.E., Gray K.E., Terris B.D., Wang H.H., Carlson K.D., Williams J.M. Phys. Rev. Lett., 1986, 57, 629.
3. Габовиц А.М., Мусеев Д.П. УФН, 1986, 150, 599.
4. Schossmann M., Schachinger E. Phys. Rev., 1986, B33, 6123.
5. Geilikman B.T., Kresin V.Z., Masharov N.F. J. Low Temp. Phys., 1975, 18, 241.
6. Carbotte J.P., Marsiglio F., Mitrovic B. Phys. Rev., 1986, B33, 6135.
7. Gomersall I.R., Gyorffy B.L. Phys. Rev. Lett., 1974, 33, 1286.
8. Allen P.B. In Dynamical Properties for Solids 3, ed G.K.Horton, A.A.Maradudin, North Holland, 1980.
9. Долгов О.В., Максимов Е.Г. УФН, 1982, 138, 95.
10. Rainer D., Bergmann G. J. Low Temp. Phys., 1974, 14, 501.