Письма в ЖЭТФ, том 45, вып. 9, стр. 445 – 448 *10 мая 1987 г.*

НИЗКОТЕМПЕРАТУРНАЯ РЕЛАКСАЦИЯ АНИЗОТРОПНОГО КВАЗИКЛАССИЧЕСКОГО СПИНА: ТУННЕЛЬНЫЙ ПЕРЕВОРОТ

А.С.Иоселевич

Вычислена вероятность переворота спина $s \gg 1$ (с анизотропией типа "легкая ось") за счет поперечного поля или взаимодействия с фононами. Переворот интерпретируется, как туннелирование под барьером магнитной анизотропии. Найдена зависимость от температуры и продольного поля.

Пусть спиновый гамильтониан магнитной примеси в неметаллической матрице имеет аксиальную симметрию и отвечает случаю "легкая ось": $V_0(\hat{s}) = Wf(s_z/s)$, W – высота "барьера",

$f(-1) = 0$ (рисунок). При низкой температуре спин реально может находиться только в двух состояниях: $\psi_-(s_z = -s)$ и $\psi_+(s_z = s)$, переходы между которыми возможны при наличии возмущения V_{int} – например, поля $\mathbf{H} \perp z$ или взаимодействия с фононами термостата. Если V_{int} линейно по $s_\pm$, то для того, чтобы перейти из ψ_- в ψ_+, спин должен последовательно побывать во всех промежуточных виртуальных состояниях: $-s \to -s+1 \to \cdots \to s$, для квадратичного V_{int} промежуточные состояния проходятся через одно: $-s \to -s+2 \to \cdots$ Такое "движение" по координате s_z напоминает туннелирование под потенциальным барьером. При обычном туннелировании различные точки в пространстве связывает оператор кинетической энергии, содержащий градиенты, в нашем случае возможность движения обеспечивается возмущением: чем оно слабее, тем "тяжелее" спин, тем хуже он туннелирует. Говорить о туннелировании имеет смысл, если число промежуточных состояний велико: $s \gg 1$. При малом V_{int} амплитуда перехода A_{+-} в принципе может быть получена в высоком $(\sim s)$ порядке теории возмущений; представление о туннелировании дает асимптотический по $s \gg 1$ способ такого вычисления. Ниже мы рассмотрим три вида V_{int}: слабое поперечное поле H_x; взаимодействие с осциллятором; взаимодействие с акустическими фононами.

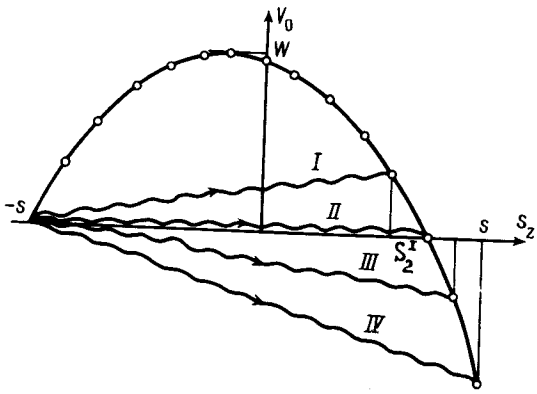

Схема туннельных переходов. В случае поперечного поля возможен только упругий переход II, в случае взаимодействия с фононами наиболее выгоден неупругий переход IV с максимальным выделением энергии

1. Поперечное поле. Квазиклассический спин описывается лагранжианом:

$$L = L_s^{(0)} - V_{int}, \qquad L_s^{(0)} = -s\cos\theta\dot{\varphi} - Wf(\cos\theta) \tag{1}$$

(см., например, [1]), где $\hbar = 1$, $s_z = s\cos\theta$, $s_\pm = s\sin\theta e^{\pm i\varphi}$. В случае поперечного поля $V_{int} = \Delta_x s\sin\theta\cos\varphi$, где $\Delta_x = g_\perp \mu_0 H_x$, $g_\perp$ – поперечный g – фактор, μ_0 – магнетон Бора. Укороченное действие имеет вид:

$$S_0 = \int \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} d\varphi = -s\int \cos\theta\, d\varphi = \int \varphi d(s\cos\theta) \tag{2}$$

из которого ясно, что $\varphi \equiv p_{s_z}$, т. е. угол прецессии является каноническим импульсом, сопряженным с S_z. Для нахождения подбарьерного действия, определяющего прозрачность, переходим к мнимому времени $t = i\tau$ и мнимому углу $\varphi = \pi + i\psi$. Исключая ψ с помощью закона сохранения энергии $E = V_0 + V_{int}$, получим :

$$\tilde{S}_0(E) = -iS_0(E) = \int_{s_1(E)}^{s_2(E)} \tilde{p}_{s_z}(E, s_z)ds_z \tag{3}$$

$$\tilde{p}_{s_z}(Es_z) = \psi = \mathrm{Arch}\left(\frac{V_0(s_z) - E}{\Delta_x\sqrt{s^2 - s_z^2}}\right) \tag{4}$$

$s_{1,2}$ – точки поворота. Квазиклассика справедлива, если $d\tilde{p}_{s_z}/ds_z \ll \tilde{p}_{s_z}^2$, откуда, пользуясь (4), получаем условие $\Delta_x \ll W/s$, совпадающее с критерием применимости теории воз-

мущений. Полагая $H_z = 0$ (т. е. $f(x) = f(-x)$), легко вычислить интеграл (3) и получить для $E = 0$:

$$A_{+-} \propto \exp(-\tilde{S}_0) = (cs\Delta_x / W)^{2s}$$
$$c = (e/4)\exp\left\{\int_0^1 \ln\left(\frac{1-\kappa^2}{f(\kappa)}\right) d\kappa\right\}. \tag{5}$$

С точки зрения теории возмущений результат $A_{+-} \propto (s\Delta_x/W)^{2s}$ очевиден, нетривиально только определение числа c. Можно вычислить и предэкспоненту, а также учесть поле H_z, но этот расчет мы здесь не приводим.

Итак, прозрачность определяется обычной формулой (3). Необычна только логарифмическая, а не корневая зависимость импульса от потенциальной энергии: $\tilde{p}_{s_z} \approx \ln(W/s\Delta_x)$. Это общая ситуация для задач, в которых действие изменяется дискретными скачками $\delta S > 1$ (см. [2]).

2. Взаимодействие с осциллятором. Рассмотрим осциллятор Q с массой m_0, частотой ω, имеющий температуру T и взаимодействующий со спином через $V_{int} = U_0(Q_\alpha s_\alpha)^2$ (α пробегает значения x, y, взаимодействие с Q_z несущественно). Учтем продольное поле H_z, так что $V_0(s) = -2s\Delta_z < 0$, $\Delta_z = g_\parallel \mu_0 H_z$ (рисунок). Вводя переменные $Q_\pm = Qe^{\mp i\alpha'}$ и переходя к мнимым времени $t = i\tau$ и углам $\varphi = i\psi$, $\alpha' = i\alpha$, получим лагранжиан системы

$$L = L_s^{(0)} + \frac{m_0}{2}[Q^2(\dot{\alpha}^2 - \omega^2) - \dot{Q}^2] - U_0 s^2 \sin^2\theta \operatorname{ch}^2(\psi + \alpha). \tag{6}$$

Для вычисления w_{+-} – вероятности перехода, усредненной по начальным состояниям, нужно найти полное действие $\tilde{S}$, отвечающее времени подбарьерного движения, равному $1/2T$, причем $w_{+-} \propto e^{-2\tilde{S}}$. Мы будем предполагать, что

$$\Delta_z, \omega, T \ll W/s; \quad 2\tilde{S} < W/T. \tag{7}$$

Из (7) следует: 1) поле относительно слабо возмущает барьер, 2) в начальном состоянии может быть возбужден только осциллятор, но не спин и 3) туннельный процесс выгоднее чисто активационного: $w_{+-} > e^{-(W/T)}$.

Обезразмеривание лагранжиана (6) показывает, что характерные $\tau_0 \sim s/W$, $Q_0 \sim s(m_0 W)^{-1/2}$, $\psi + \alpha \sim \ln(Wm_0^{1/2}/U_0^{1/2}s^2)$. Температурная и полевая зависимости w_{+-} определяются, в силу (7), осцилляторной частью действия и легко выделяются. В результате:

$$w_{+-} \propto \left(\frac{U_0 s^5 \omega}{W^3 m_0}\right)^{2s} \begin{cases} \exp(-\epsilon_A/T) & (2T^* < \omega) \\ \left(\dfrac{2T^*}{\omega}\right)^{2s} & (2T^* > \omega) \end{cases}, \tag{8}$$

где $T^* \approx \max(T, \Delta_z/2)$, $\epsilon_A = s(\omega - \Delta_z)$. По структуре (8) – результат теории возмущений. Важно, что при $\Delta_z < \omega$ переход – не чисто туннельный и при $T \to 0$ ему отвечает конечная энергия активации ϵ_A. Почему ?

Лагранжиан (6) приводит к сохранению проекции полного момента системы $M = s_z + m_0 Q^2 \dot{\alpha}$, следовательно, при перевороте спина момент передается осциллятору. Если о спин выходит из-под барьера в точке s_2 (рисунок), то осциллятору передается момент $\Delta M = -s - s_2$ и энергия $\Delta E = -V_0(s_2)$. При $\Delta E > 0$ можно излучить $N_0 = \Delta E/\omega$ фононов, которые унесут момент $(-1)N_0$. Если $N_0 < |\Delta M|$, то остаток момента $\Delta' M = \Delta M + N_0$ может быть отдан только уже существующим тепловым фононам, каждый из которых, переворачивая свой "спин" (с 1 на -1), уносит момент (-2). Значит минимально-необходимое число тепловых фононов $N_T = |\Delta' M|/2$, а их суммарная энергия $N_T\omega = {}^1/_2[(s + s_2)\omega + V_0(s_2)]$. Как определить оптимальное s_2 ? Вероятность активации $\exp(-N_T\omega/T)$ возрастает с s_2, а амплитуда A_{+-} – уменьшается (так как растет необходимый порядок теории возмущений $[(s + s_2)/2]$. Легко показать, что при условии (7) первая тенденция доминирует, значит $s_2 = s$,

процесс идет по пути IV (рисунок) и $N_T\omega = \epsilon_A$. Если $\Delta_z > \omega$, то $N_T = 0$, так как выделяемой энергии достаточно для уноса момента только за счет излучения и процесс становится чисто туннельным. Оптимальное s_2 остается равным s вплоть до $\Delta_z \sim W/2\tilde{S} \gg \omega$ и справедлива следующая качественная картина: в начальном состоянии (χ_-) осциллятор не возбужден, а в конечном (χ_+) его энергия ΔE, а момент ΔM. Спин переворачивается при $Q \sim Q_0$, поэтому $w_{+-} \propto |\chi_-^*(Q_0)\chi_+(Q_0)|^2 \propto (Q_0\sqrt{m_0\Delta E})^{2|\Delta M|} \propto \Delta_z^{2s}$. Сходные рассуждения приводят к зависимости $w_{+-} \propto (2T)^{2s}$ при $2T \gg \Delta_z, \omega$.

3. Акустические фононы. Рассмотрим изотропные длинноволновые акустические фононы, взаимодействующие со спином через $V_{int} = Uu_{\alpha\beta}(0)s_\alpha s_\beta$, где $u_{\alpha\beta}(0)$ – тензор деформации на примесном узле, U – константа спин-деформационного взаимодействия. Главные вклады в V_{int} вносят продольный и "электрический поперечный" квадрупольные фононы с $j = 2$, $m = \pm 2$ (j – полный момент фонона, m-его проекция, терминология – принятая для сферических фотонов, см. [3]). Эти вклады одного порядка, для простоты мы оставим только продольную моду и введем $Q^{(\text{п})}_{2,\pm 2,k} = \pm Q_k \exp(\pm 2i\alpha'_k)$, где $Q^{(\text{п})}_{jmk}$ – амплитуда jmk-продольного фонона. Лагранжиан системы (во мнимом времени и углах):

$$L = L_s^{(0)} + \int \frac{k^2 dk}{2\pi^2}\left\{\frac{\rho}{2}(Q_k^2(4\dot{\alpha}_k^2 - v^2k^2) - \dot{Q}_k^2) - \sqrt{\frac{2}{15}}Uks^2\sin^2\theta\,\mathrm{ch}(2(\psi+\alpha_k))\right\}, \quad (9)$$

где ρ – плотность, v – скорость звука. Обезразмеривая (9), получаем: $Q_0 \sim s(W\rho k_0^3)^{-1/2}$, $\psi + \alpha \sim {}^1/_2\ln((\rho W^3/k_0^5)^{1/2}/Us^2)$, $vk_0 \sim T^*$. В результате

$$w_{+-} \propto (Us^{5/2}T^{*3}/W^2\rho^{1/2}v^{5/2})^{2s}. \quad (10)$$

Здесь зависимость от T и Δ_z всегда степенная, так как имеются фононы сколь угодно низких частот, и можно неограниченно уменьшать энергию активации, проигрывая при этом в силе взаимодействия и фазовом объеме. Оптимум достигается при $\omega \sim T^*$ и вырабатывается зависимость $(T^*)^{6s}$.

Итак, в достаточно слабом продольном поле $H \ll H^* = 2T/g_\parallel\mu_0$ время намагничивания образца с примесями $\tau_\parallel(H)$ и время его размагничивания $\tau_\parallel(0)$ равны между собой и очень сильно зависят от T. При $H \gtrsim H^*$, $\tau_\parallel(H)$ резко уменьшается и от T не зависит: $\tau_\parallel(H)/\tau_\parallel(0) \sim (H^*/H)^{6s}$. Предложенный механизм может описывать релаксацию момента не только одной примеси с $s \gg 1$, но и однодоменных магнитных кластеров.

Автор благодарен Л.И.Глазману и Л.А.Максимову за обсуждение результатов работы.

Литература

1. *Косевич А.М., Иванов Б.А., Ковалев А.С.* Нелинейные волны намагниченности. Киев: Наукова думка, 1983, с. 19.
2. *Каган Ю., Максимов Л.А.* ЖЭТФ, 1979, **76**, 687.
3. *Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1980, с. 36.

Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
25 марта 1987 г.