

## О ФАЗОВОЙ ДИАГРАММЕ ДЖОЗЕФСОНОВСКОГО КОНТАКТА С "ПЕРИОДИЧЕСКОЙ" ДИССИПАЦИЕЙ

С.А.Булгадаев

Изучается влияние квантового дробового шума ("периодической" диссипации) на свойства джозефсоновского контакта. Показано, что при  $\sigma \ll 1$ , где  $\sigma$  – показатель степени убывания ядра "нелокальной" диссипации  $\sim \tau^{-(1+\sigma)}$ , в системе имеется фазовый переход, найдены его характеристики и построена фазовая диаграмма, отличающаяся от таковой в случае квантового гауссового шума.

При изучении влияния диссипации на квантовое туннелирование в джозефсоновских контактах в рамках феноменологической теории (с мнимым временем  $\tau$ )<sup>1</sup> было показано, что диссипативная часть  $S_D$  эффективного действия модели  $S_{\text{эфф}}$  зависит от механизма диссипации<sup>2,3</sup>. Статсумма контакта в этой теории (при температуре  $T \rightarrow 0$ ) имеет вид ( $\hbar = 1$ )

$$Z = \int D\varphi e^{-S_{\text{эфф}}[\varphi]}, \quad S_{\text{эфф}} = S_K + S_D + S_I,$$

$$S_K + S_D = \frac{1}{2} \int d\tau \left[ \dot{m}\varphi^2 + \frac{\eta}{(2\pi)^2} \int d\tau' \alpha(\tau - \tau') f \left( \frac{\varphi(\tau) - \varphi(\tau')}{2} \right) \right], \quad (1)$$

$$S_I = \int d\tau V(\varphi), \quad V(\varphi) = -g \cos \varphi,$$

где  $\varphi$  – разность фаз на контакте,  $m = C/(2e)^2$ ,  $\eta = \pi/2e^2 R_{\text{эфф}}$  – эффективный коэффициент трения,  $g = T_c/2e$ ;  $I_c$ ,  $C$ ,  $R_{\text{эфф}}$  – критический ток, емкость и эффективное сопротивление контакта;  $\alpha(\tau) = \tau^{-2}$  при омическом сопротивлении и  $\alpha(\tau) = \tau^{-(1+\sigma)}$ ,  $\sigma \leq 1$ , когда трение зависит от частоты. Вид функции  $f(\varphi)$  зависит от механизма диссипации: 1) когда диссипация определяется туннельным током квазичастиц (и маленьким шунтом), тогда

$$f(\varphi) = 2(1 - \cos \varphi) = 4 \sin^2 \frac{\varphi}{2}, \quad R_{\text{эфф}}^{-1} = R_N^{-1} + R_{\text{ш}}^{-1} \quad (2)$$

$R_N$  – нормальное сопротивление,  $R_{\text{ш}}$  – сопротивление шунта (“периодическая” диссипация); 2) диссипация определяется большим шунтом (квантовый гауссовый шум)

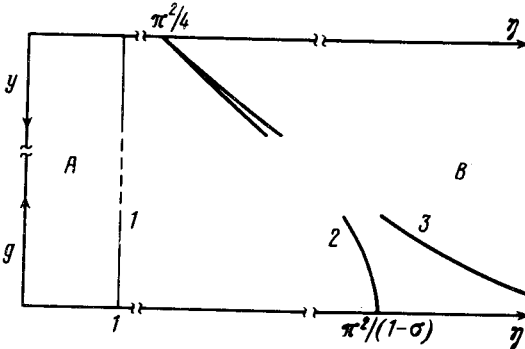
$$f(\varphi) = \varphi^2, \quad R_{\text{эфф}} = R_{\text{ш}}. \quad (3)$$

В обоих случаях  $f(\varphi)$  можно рассматривать как предельное выражение

$$f_\gamma(\varphi) = \frac{2}{\gamma^2} [1 - \cos \gamma \varphi] = \frac{4}{\gamma^2} \sin^2 \frac{\gamma \varphi}{2} \quad (4)$$

при  $\gamma = 1$  и  $\gamma \ll 1$  соответственно. Переопределением фазы удобно вывести  $\gamma$  из  $\cos \gamma \varphi$ , при этом  $2\pi \rightarrow 2\pi\gamma$ ,  $m \rightarrow \bar{m} = m\gamma^{-2}$ ,  $\eta \rightarrow \bar{\eta} = \eta\gamma^{-2}$ .

Для контакта с гауссовым шумом в <sup>4</sup> было показано, что при  $T \rightarrow 0$  система, в зависимости от величины  $\eta$ , может находиться в двух фазах: при  $\eta > 1$  разность фаз контакта фиксирована (фаза В, рисунок), а при  $\eta < 1$  фазы контакта некоррелированы (А). Недавно, в <sup>5</sup> показано, что для контактов с диссипацией 1) фазовая диаграмма должна иметь другой вид (рисунок) (для  $\sigma = 1$ ). В этом сообщении мы приведем результаты исследования общего случая  $\gamma \neq 1$  и  $\sigma \geq 1$  и покажем, что при  $\sigma \leq 1$  в системе есть фазовый переход и найдем явный вид фазовой границы, который при  $\sigma = 1$  подтверждает диаграмму из <sup>5</sup>, полученную из качественных соображений.



**I. Область слабого потенциала.** Наличие размерных параметров  $m$  и  $g$  дает два характерных масштаба. Высоочастотный  $m/\eta$  и низкочастотный  $g/\eta$ , который будет играть роль корреляционной длины  $\xi$ . Считая  $g\tau_0 \ll 1$ ,  $\bar{\eta} \gg 1$ ,  $\tau_0 \sim (m/\eta)$  ренормируем (1) методом низкотемпературной ренорм-группы (РГ) <sup>6, 7</sup> и в низших неисчезающих порядках получим уравнения РГ (УРГ)

$$\begin{aligned} d_l \bar{\alpha} &= (1 - \bar{\sigma}) \bar{\alpha} - \bar{\alpha}^2, & \bar{\alpha} &= 4\pi^2 / \bar{\eta}, \\ d_l y &= y(1 - \gamma^{-2} \bar{\alpha}), & y &= g\tau, \quad l = \ln \tau / \tau_0, \end{aligned} \quad (5)$$

$$d_l \nu = -\nu(1 - \bar{\alpha}), \quad \nu = m/\tau, \quad \tau = \tau_0 e^l - \text{текущая обрезка.}$$

Из (5) следует, что  $v$  — несущественная переменная для фазового перехода, а уравнение для  $\bar{\alpha}$  не содержит  $y$  и совпадает с таковым для одномерного XY-магнетика без анизотропии<sup>7</sup>. Поведение системы зависит от величины  $\sigma$ . При  $\sigma > 1$  у (5) есть только тривиальная неподвижная точка  $\bar{\alpha} = 0$  и следовательно нет фазового перехода (ФП). При  $\sigma < 1$  появляется нетривиальная неподвижная точка

$$\bar{\alpha}^* = (1 - \sigma) \quad (6)$$

и значит при  $\bar{\alpha} = \bar{\alpha}^*$  в системе происходит фазовый переход второго рода со степенными особенностями физических величин в точке ФП<sup>8</sup>

$$\langle \cos \varphi \rangle \sim (\bar{\alpha}^* - \bar{\alpha})^\beta, \quad \langle \cos \varphi(\tau) \cos \varphi(\tau') \rangle \sim (\tau - \tau')^{1-\eta}.$$

При этом критические индексы равны

$$\eta = 2 - \sigma, \quad \beta = 1/2.$$

Поведение фазовой границы в этом случае дается кривой 2 (рисунок). При  $\sigma = 1$  линейного по  $\bar{\alpha}$  члена в уравнении для  $\bar{\alpha}$  нет, что приводит к ФП второго рода с логарифмическими поправками для физических величин<sup>8</sup>. Это следует из решения (5)

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}(l) &= \bar{\alpha}/(1 - \bar{\alpha}l), \\ y(l) &= y_0 e^l (1 - \bar{\alpha}l)^{-\gamma^{-2}}, \end{aligned} \quad (8)$$

в которое нужно подставить корреляционный масштаб  $l_{\text{кор}}$ , определяемый из условия

$$l_{\text{кор}} = \ln \xi / \tau_0 = \ln(g/l_{\text{кор}}) \bar{\alpha}(l_{\text{кор}})^{-1} \quad (9)$$

или с логарифмической точностью  $l_{\text{кор}} = \ln^1/g\bar{\alpha}$ . Все эти выражения применимы в фазе малых  $\bar{\alpha}$  до тех пор, пока  $l_{\text{кор}} < l^* = 1/\bar{\alpha}$ , где  $l^*$  — масштаб, отвечающий полюсу (8). Условие  $l_{\text{кор}} \approx l^*$  и определяет линию фазового перехода (кривая 3, рисунок), с логарифмической точностью имеем

$$\bar{\alpha}^* = 1/\ln(g\bar{\alpha}^*)^{-1} \approx 1/\ln g^{-1} + O(\ln \ln g^{-1}). \quad (11)$$

Отметим, что как следует из (5) при  $\gamma \ll 1$  линия ФП приближается к линии ФП системы с гауссовой диссипацией. Область применимости формул (8–11)  $\exp(-\gamma^2/\bar{\alpha})/\bar{\alpha} \ll g \ll \bar{\alpha}$ . В этой области флуктуации фазы остаются малыми  $\langle \varphi^2 \rangle \sim \alpha \ln^1/g\bar{\alpha} \ll \gamma^2$  и следовательно фаза флуктуирует (в фазе  $B$ ) вблизи одного из минимумов  $\varphi_i$ , выделенных анизотропией. Поэтому полученные результаты не зависят от топологии фазового пространства  $\varphi$ . Но при наличии нескольких вырожденных минимумов возможны сильные флуктуации, связанные с туннельными переходами между минимумами. Такие флуктуации обсуждаются в следующем пункте.

II. Область сильного потенциала<sup>1)</sup>. Уравнения, соответствующие  $S_{\text{эфф}}$ , имеют два вида классических решений: инстантоны и кинки (которые существуют только при целых  $\gamma^{-1}$ , далее мы ограничимся случаем  $\gamma = 1 = \sigma$ ). SG-кинки  $\varphi_{\text{к}}(\tau)$

$$\varphi_{\text{к}}(\tau) = 4 \arctg(e^{\tau \omega_{\text{к}}}), \quad S_{\text{к}} = 8(gm)^{1/2}, \quad \omega_{\text{к}} = (m/g)^{-1/2} \quad (12)$$

являются минимумами  $S_{\text{к}} + S_I$ , описывают изменение фазы на  $2\pi$  и служат хорошим приближением для решений полного уравнения при  $(gm)^{1/2} > \eta \ln(gm)^{1/2}$ . Инстантоны  $\varphi_{\text{и}}(\tau)$

$$\varphi_{\text{и}}(\tau) = 4 \arctg(\tau \omega_{\text{и}}), \quad S_{\text{и}} = \bar{\eta}, \quad (13)$$

где  $\omega_{\text{и}}^{-1}$  — ширина инстантона (пока произвольная), являются топологически нетривиаль-

1) Результаты этого пункта получены совместно с Б.И.Ивлевым.

ными минимумами  $S_D$  имеют топологический заряд и описывают изменение фазы на  $4\pi$ . (Общие  $q$ -инстантонные решения будут рассмотрены отдельно). При  $\eta \gg 1$ ,  $(gm)^{1/2}$  хорошим приближением решения полного уравнения является деформированный инстантон, составленный из двух кинков ( $\tilde{S}_n \simeq \bar{\eta} + 2S_K$ )

$$\tilde{\varphi}_n(\tau) \simeq 4 \left[ \arctg(e^{(\tau - \Delta)\omega_K}) + \arctg e^{(\tau + \Delta)\omega_K} \right], \quad (14)$$

$$2\Delta \simeq \tau_0 \exp(\pi^2/2),$$

которые при  $e^{(S_K, S_n)} \gg 1$  можно считать просто  $\theta$ -функциями. Замечательно, что теперь, в отличие от случая гауссовой диссипации, разные типы траекторий не взаимодействуют между собой. Поэтому, приближение статсуммы  $Z$  газом таких траекторий приводит к факторизации на статсумму логарифмического газа кинков  $Z_K$  и статсумму идеального газа инстантонов (так как они не взаимодействуют и между собой)  $Z_n$

$$Z = Z_K Z_n, \quad Z_n = \sum_{n=0}^{\infty} x^n / n! \int_0^{\infty} \prod_{i=1}^n d\tau_i = e^{x/T}$$

$$Z_K = \sum_{n=0}^{\infty} z^{2n} \sum_{\{e_i\}} \int_0^{\infty} \prod_{i=1}^{2n} d\tau_i \exp \left[ \frac{2\bar{\eta}}{\pi^2} \sum_{i < j} (-1)^{i+j} \ln |\tau_i - \tau_j / \omega_K| \right] \equiv \sum z^{2n} Z_{2n}$$

$$x = e^{-\tilde{S}_n} \Delta (\tilde{S}_n)^{1/2} C \left( \frac{\omega_0}{\omega_K} \right), \quad z = e^{-S_K} \omega_K \left( \frac{2S_K}{\pi} \right)^{1/2}, \quad C(\omega) - \text{некая функция,}$$

где  $\sum_{\{e_i\}}^{2n}$  — означает сумму по возможным нейтральным конфигурациям из  $2n$ -кинков. В

случае компактной фазы (т. е. когда отождествляются  $\varphi$  и  $\varphi + 2\pi$ )  $\sum_{\{e_i\}}^{2n} = 2$  так как есть

только две знакопеременные конфигурации. Соответствующий  $\ln$ -газ ренормируем и имеет фазовый переход при  $\bar{\eta}^* = \pi^2$ . Фазовая диаграмма в этом случае представлена на рисунке и согласуется с таковой в <sup>5</sup>. В случае некомпактной фазы  $\sum_{\{e_i\}}^{2n}$  содержит сумму всех

возможных нейтральных конфигураций из  $2n$ -кинков и равна  $(2n)! / (n!)^2$ . В результате теперь  $Z_K$  не ренормируется точно: в каждом  $Z_{2n}$  ренормировка  $\bar{\eta}$  содержит коэффициент, зависящий от  $n$  и равный  $K_n = 2(2n+1)/n+1$ . Но в пределе  $n \rightarrow \infty$   $K_n \rightarrow 4$  и так как за ФП отвечает поведение  $Z_{2n}$  с большими  $n$ , мы ожидаем, что предельные УРГ, совпадающие с УРГ компактного случая, правильно описывают критическое поведение  $Z_K$ . Но хотя в системе кинков и произойдет ФП и в фазе  $B$  будут запрещены перескоки в ближайшие минимумы, идеальные инстантоны обеспечат перескоки между минимумами одинаковой четности с амплитудой  $x$ , что тоже согласуется с <sup>5</sup>.

Автор выражает свою признательность Б.Ивлеву за сотрудничество и полезные обсуждения.

#### Литература

1. *Caldeira A.O., Leggett A.J.* Phys. Rev. Lett., 1981, 46, 2118.
2. *Ambegaokar V., Eckern U., Schon G.* Phys. Rev. Lett., 1982, 48, 1745; *Ларкин А.И., Овчинников Ю.Н.* ЖЭТФ, 1983, 85, 1510.
3. *Schon G.* Proceedings of IC SQUID'85.
4. *Schmid A.* Phys. Rev. Lett., 1983, 51, 1506; *Булгадаев С.А.* Письма в ЖЭТФ, 1984, 39, 264.
5. *Schon G., Guinea F.* Europhys. Lett., 1986, 1, 585.
6. *Polyakov A.M.* Phys. Lett., 1975, 59B, 79.

7. *Kosterlitz J.M.* Phys. Rev. Lett., 1976, 37, 1577.

8. *Паташинский А.З., Покровский В.Л.* Флуктуационная теория фазовых переходов. М., 1982.

9. *Anderson P.W., Yuval G., Hamann D.R.* Phys. Rev., 1970, B1, 4464.

Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
2 апреля 1987 г.

---