

# Образование островков конденсированных фаз экситонов в полупроводниковых квантовых ямах в неоднородных полях

В. И. Сугаков<sup>1)</sup>, А. А. Чернюк

Институт ядерных исследований НАН Украины, 03680 Киев, Украина

Поступила в редакцию 18 апреля 2007 г.

Изучено появление и свойства структур в распределении плотности непрямых экситонов в плоскости квантовой ямы в полупроводниках, находящихся в электрическом поле, в случае, когда металлический электрод содержит круглое отверстие. Показано, что возникновение неоднородных структур плотности экситонов (образование островков с повышенной плотностью экситонов, колец) обусловлено наличием конденсированной фазы экситонов и неравновесностью системы, возникающей вследствие конечности времени жизни экситонов и присутствия накачки. Найденные зависимости структуры от параметров системы (размеров окна, температуры и интенсивности накачки) согласуются с экспериментальными результатами А.В. Горбунова и В.Б. Тимофеева [1, 2].

PACS: 71.35.Lk, 74.20.De, 78.67.De

Настоящая работа посвящена объяснению интересных экспериментов [1, 2], выполненных в последнее время, в которых возбуждение и излучение непрямых (межъямных) экситонов в двойных квантовых ямах в полупроводниках на основе GaAs/AlGaAs проводилось через “окно” в металлической маске. Поскольку непрямые экситоны состоят из электронов и дырок, находящихся в разных ямах (или в разных местах в случае широкой ямы в электрическом поле [2]), их время жизни велико, что позволяет создать большую концентрацию экситонов и изучать эффекты экситон-экситонного взаимодействия. В работах [1, 2] при увеличении интенсивности накачки в излучении наблюдалась структура в виде кольца, на котором размещались яркие пятна вдоль периметра окна. При более высоких накачках или температурах структура исчезала и превращалась в излучение из кольца. С увеличением размера окна структура усложнялась.

В представленной работе обнаруженные в [1, 2] эффекты объясняются с использованием подходов, разработанных авторами и примененных в [3–6] для описания других экспериментов с непрямими экситонами: определения зависимости интенсивности излучения узкой линии, появляющейся при пороговых накачках [7, 8], от температуры и накачки; объяснения наблюдаемого в [9] явления разбиения излучения из кольца, расположенного на макроскопических расстояниях от лазерного пятна, на отдельные периодически расположенные фрагменты.

В основе указанного выше подхода лежат два фактора: 1) структура в излучении появляется вследствие образования конденсированной фазы экситонов, а конденсированная фаза является результатом притяжения между экситонами; 2) в формировании структуры существенную роль играет неравновесность системы, обусловленная конечностью времени жизни экситонов и наличием накачки. Обсудим эти факторы подробнее.

Как известно, между непрямими экситонами действуют дальнедействующие диполь-дипольные силы отталкивания, приводящие к фиолетовому сдвигу экситонных полос при увеличении накачки. Однако с помощью несложных квантовомеханических расчетов можно показать, что обмен двух экситонов электронами с противоположными направлениями спинов приводит к притяжению непрямых экситонов, которое превышает диполь-дипольное отталкивание на расстояниях порядка  $3 \div 5$  радиусов экситона и при не слишком больших расстояниях между ямами, когда дипольный момент экситонов не слишком велик. Поэтому при большой плотности непрямых экситонов может образоваться конденсированная фаза. Это подтверждают расчеты многоэкситонной задачи, выполненные для непрямых экситонов в работе [10], из которых следует, что фаза экситонной жидкости может образоваться при условии  $D < 1.1a$ , где  $D$  – расстояние между ямами,  $a$  – радиус экситона. Отметим, что отсутствие притяжения между экситонами в работах [11, 12] при решении такой же, как и в [10], многоэкситонной задачи, по-нашему мнению, связано с тем, что в [11, 12] учитывались только состояния экситонов с угловым моментом, равным  $\pm 1$  (опти-

<sup>1)</sup>e-mail: sugakov@kinr.kiev.ua

ческие переходы в которые разрешены) и не учитывались состояния с моментом  $\pm 2$ . А именно обмен между такими состояниями (“светлыми” и “темными” экситонами) приводит к притяжению. Таким образом, в данной работе считается, что конденсированная фаза существует, однако ее модель не конкретизируется, и фаза описывается некоторыми параметрами, которые будут определены ниже.

Вторым важным фактором для формирования структур является неравновесность системы, обусловленная наличием накачки и конечностью времени жизни экситона. Обычно время установления равновесия в системе намного меньше времени жизни непрямого экситона, и в системе при стационарном облучении устанавливается локальное равновесие, при котором свойства экситонной системы в окрестности некоторой точки пространства зависят от плотности экситонов в данной точке. Однако при наличии фазового расслоения в системе появляется третье время – время установления равновесного распределения между фазами. Фактически, это время установления равновесия во всей макросистеме. Это время велико, оно связано с перемещением экситонов на макроскопические расстояния, практически такое равновесие не устанавливается, а образовавшаяся структура зависит от времени жизни экситонов (то есть области новых фаз вырастут настолько, насколько им позволит время жизни экситонов). Если время жизни экситона мало настолько, что за время жизни экситон не сможет сместиться на расстояние порядка радиуса зародыша новой фазы, новая фаза может вообще не образоваться [13].

Таким образом, в рассматриваемом подходе возникающая структура в излучении в системах с высокой плотностью экситонов является следствием формирования конденсированных фаз в неравновесных условиях, то есть процессов самоорганизации в неравновесных системах. Для описания системы используется традиционная теория фазовых переходов, обобщенная на случай нестабильных частиц при наличии накачки. Бозе-статистика экситонов не является необходимой для описания структуры, хотя она может быть важна для определения параметров, характеризующих конденсированную фазу.

Для решения задачи сначала найдем потенциальную энергию экситона в яме как функцию координат при наличии окна в электроде. Во внешнем однородном электрическом поле напряженностью  $E_0$  экситон приобретает дополнительную энергию  $V = -p_z E_z$ , где  $p_z$  – дипольный момент экситона. Пусть верхний электрод с координатой  $z = 0$  имеет круглое отверстие радиусом  $r_0$  (см. вставку к рис.1). Для опреде-

ления потенциала электрического поля системы необходимо решить уравнение Лапласа для потенциала со следующими граничными условиями: потен-

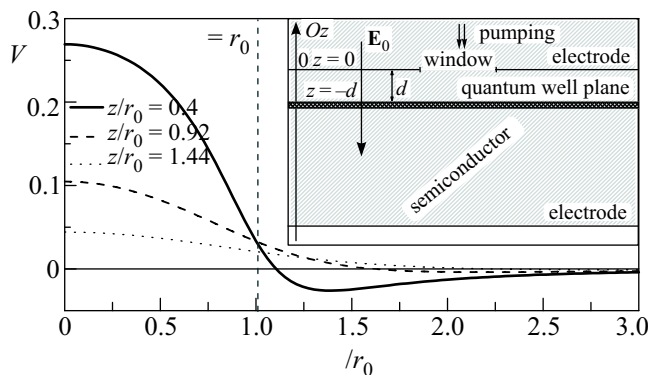


Рис.1. Радиальный профиль потенциальной энергии экситона в неоднородном электрическом поле при разных значениях параметра  $r_0$  – расстояния квантовой ямы от электрода с отверстием.  $V_0/kT_c = 30$ . На вставке изображена схема системы

циал электростатического поля постоянен на обоих электродах; разница потенциалов электродов должна равняться значению, при котором поле между электродами равняется  $E_0$  вдали от окна. Для этого мы используем решение задачи, данное в [14], о поле, созданном заземленной плоскостью с окном, размещенной во внешнем однородном электрическом поле. Для применения к нашей задаче это решение не удовлетворяет условию постоянства потенциала на нижнем электроде. Но вносимые наличием отверстия поправки к электрическому полю убывают с удалением от отверстия как поле диполя [14], и поэтому малы в области нижнего электрода при условии  $r_0 \ll L$ , где  $L$  – расстояние между электродами. Поэтому будем считать, что плоскость ямы размещена существенно ближе к верхнему электроду, чем к нижнему. Кроме этого, используя решение задачи [14], в которой среда по обе стороны окна одинакова, будем предполагать, что верхний электрод (электрод с окном) является внутренним и находится внутри полупроводниковой среды. Итак, дополнительный потенциал, созданный окном, равен

$$\varphi = \frac{E_0 z}{\pi} \left( \arctg \frac{r_0}{\sqrt{\xi}} - \frac{r_0}{\sqrt{\xi}} \right), \quad (1)$$

где

$$\xi \equiv \frac{1}{2} \left[ \rho^2 + z^2 - r_0^2 + \sqrt{(\rho^2 + z^2 - r_0^2)^2 + 4z^2 r_0^2} \right]$$

– плюсовая сферическая координата,  $\rho$  – радиальная координата в плоскости квантовой ямы. Допол-

нительная потенциальная энергия экситона, созданная наличием отверстия, равна  $V(\rho, z) = p_z \cdot \partial\varphi/\partial z$ . Радиальный профиль этой энергии в единицах  $V_0$  при разных значениях  $z/r_0$  представлен на рис.1. При этом  $V_0 = p_z E_0$  определяет смещение уровня непрямого экситона под действием электрического поля в квантовой яме на расстояниях, далеких от отверстия. Координата  $z$  характеризует расстояние от плоскости квантовой ямы до электрода с окном. С уменьшением этого расстояния потенциальный горб для экситона, созданный окном, увеличивается.

Если время установления квазилокального равновесия электронов и дырок и их связывания в экситоны намного меньше времени жизни экситона и времени установления равновесия между разными областями, то свободную энергию квазилокального состояния можно рассматривать как функцию плотности экситонов  $n$ , закон сохранения для которой дает следующее феноменологическое уравнение:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\text{div} \mathbf{j} + G - \frac{n}{\tau}, \quad (2)$$

где  $G(\mathbf{r})$  – накачка (число экситонов, созданных в единицу площади в единицу времени),  $\tau$  – время жизни экситона,  $\mathbf{j} = -M\nabla\mu$  – плотность тока экситонов, где  $\mu$  – химический потенциал,  $M$  – подвижность экситонов. Для  $M$  мы используем соотношение Эйнштейна  $M = nD/kT$ . Поправки к этому соотношению, вызванные Бозе-статистикой экситонов, изучались в [15] для квантовых ям. Но для исследуемых температур и плотностей экситонов эти поправки не существенны. Химический потенциал выразим через свободную энергию:  $\mu = \delta F/\delta n$ . Выберем свободную энергию в модели Ландау:

$$F[n] = \int d\mathbf{r} \left[ \frac{K}{2} (\nabla n)^2 + f(n) + nV \right]. \quad (3)$$

Член  $(K/2)(\nabla n)^2$  характеризует энергию неоднородности. Дополнительная энергия экситона в неоднородном электрическом поле учтена членом  $nV$ . Подставив уравнение (3) в (2), сведем последнее к

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{D}{kT} \nabla \left[ n \nabla \left( -K \Delta n + \frac{df}{dn} + V \right) \right] + G - \frac{n}{\tau}. \quad (4)$$

Это уравнение есть нелинейное 2D феноменологическое уравнение, описывающее распределение плотности экситонов высокой концентрации с учетом накачки и конечного времени жизни. Разложим плотность свободной энергии в ряд по  $n$ :

$$f(n) = f_0 + \frac{a}{2} n^2 + \frac{b}{3} n^3 + \frac{c}{4} n^4. \quad (5)$$

Параметры  $a$ ,  $b$  и  $c$  в этом уравнении феноменологические и могут быть получены из квантовомеханических вычислений экситонной системы при бесконечном времени жизни экситона или из сравнения теории с экспериментом. Считая параметры  $a$  и  $c$  положительными, для численных расчетов выберем следующие единицы длины, концентрации и времени:

$$l_u = \sqrt{\frac{K}{a}}, \quad n_u = \sqrt{\frac{a}{c}}, \quad t_u = \frac{kTK}{Da^2 n_u}. \quad (6)$$

Тогда скорость генерации, энергия, плотность свободной энергии и коэффициент диффузии измеряются в единицах  $n_u/t_u$ ,  $an_u$ ,  $a^2/c$  и  $l_u^2/t_u$ , соответственно. В безразмерных переменных плотность свободной энергии и уравнение плотности экситонов (4) приобретают вид

$$f = f_0 + \frac{1}{2} n^2 + \frac{b_1}{3} n^3 + \frac{1}{4} n^4, \quad (7)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \nabla \left[ n \nabla \left( -\Delta n + \frac{df}{dn} + V \right) \right] + G - \frac{n}{\tau}, \quad (8)$$

где  $b_1 \equiv b/\sqrt{ac}$ .

Параметры свободной энергии будут выбираться таковыми, чтобы свободная энергия, согласно выказанному ранее предположению, описывала существование конденсированной фазы. Исследуем сначала решения уравнения (8) в однородном случае, когда окно отсутствует и  $V = 0$ . Тогда уравнение имеет однородное решение  $n_0 = G\tau$ . Для исследования устойчивости однородного решения представим решение уравнения (8) в виде  $n = n_0 + \delta n$ . Линеаризовав уравнение (8) по отклонению  $\delta n$  и представив отклонение пропорциональным  $\exp(pt + i\mathbf{k}\mathbf{r})$ , найдем декремент затухания

$$p = -n_0 \left( k^4 + k^2 \frac{d^2 f}{dn^2} \Big|_{n=n_0} \right) - \frac{1}{\tau}. \quad (9)$$

Однородное решение неустойчиво, если  $p > 0$  для действительных  $k$ . Это приводит к критерию неустойчивости:

$$b_1 < - \left( \frac{3n_0^2 + 1}{2} + \frac{1}{\sqrt{n_0\tau}} \right) \frac{1}{n_0}. \quad (10)$$

Из соотношения (10) следует, что неустойчивость существует, если  $b_1$  отрицательно и при фиксированных параметрах системы только в определенной области накачек (или плотности экситонов  $n_0$ ). Конечность времени жизни экситонов сокращает область

неустойчивости. При  $\tau \rightarrow \infty$  (то есть для стабильных частиц) область неустойчивости совпадает с областью неустойчивости спиноподобного распада системы с таким же значением свободной энергии. Однако при спиноподобном распаде стационарное состояние не существует, и в системе происходит с течением времени укрупнение размеров фаз. В системе нестабильных генерируемых с постоянной скоростью частиц существует стационарное неоднородное состояние, свойства которого мы продемонстрируем ниже на примере рассматриваемой в работе задачи.

На рис.2а представлена зависимость плотности свободной энергии (7) от плотности экситонов для

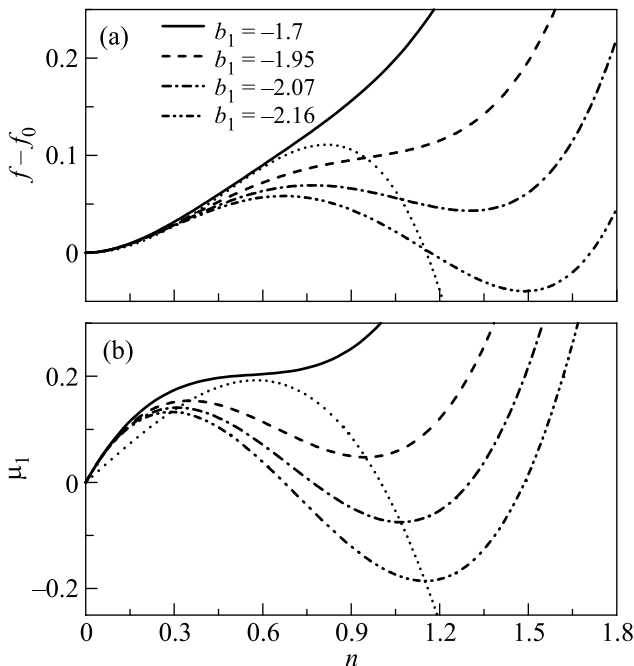


Рис.2. Плотность свободной энергии  $f$  (формула (7)) и химический потенциал на одну частицу  $\mu_1$  при разных значениях параметра  $b_1$ . Пунктиром ограничена область неустойчивости системы для стабильных частиц

различных значений параметра  $b_1$ . Штриховой линией на рис.2а и б (проходящей через экстремумы семейства кривых на рис.2б) обозначена область по плотности  $n$  неустойчивости системы стабильных частиц. Для частиц с конечным временем жизни эта область сужается. Система может быть неустойчивой, даже если плотность свободной энергии не имеет минимума, но имеет минимум химический потенциал на одну частицу  $\mu_1 = df/dn$  (см. рис.2).

Таким образом, образование структуры в экспериментах [1, 2] качественно может быть объяснено следующим образом. Наличие окна в электроде приводит к появлению горба в потенциале для экситонов

в квантовой яме (рис.1). Созданные в области горба экситоны скатываются в область меньших энергий, то есть в область под периметром окна, и диффундируют дальше в яме в область под электродом. Однако сместиться на большие расстояния под электродом экситоны не могут вследствие конечности времени жизни. В результате плотность экситонов имеет максимум на кольце в области под периметром окна. Если накачка такова, что плотность на кольце выше некоторого критического значения, происходит расслоение системы экситонов на фазы, что наблюдается в появлении структуры.

Для исследования структуры численно решалось уравнение (8) с потенциалом, созданным наличием окна (Рис.1). При этом свободная энергия (7) выбиралась такой, чтобы она соответствовала рассматриваемой задаче: химический потенциал растет с увеличением плотности экситонов из-за диполь-дипольного отталкивания, что соответствует сдвигу уровней в фиолетовую сторону с ростом плотности экситонов, но при некоторой плотности экситонов имеет место минимум химического потенциала (рис.2б), полученный при расчетах в [10].

Уравнение (8) решалось численно в 2D системе в форме прямоугольника, размеры которого намного превышали радиус окна. Были выбраны следующие значения параметров системы:  $\tau = 10$  нс,  $T_c = 5.7$  К,  $n_u = 2.78 \cdot 10^{10}$  см $^{-2}$ ,  $Kn_u^2 = 3.28$  мэВ,  $an_u = 0.295$  мэВ,  $cn_u^3 = 0.295$  мэВ,  $\lambda = 30$ . Длина свободного пробега равна  $l = \sqrt{D\tau} = 1.41$  мкм. Накачка  $G$  постоянна на диске радиуса  $r_0$  и равна нулю вне диска. Пример стационарного решения уравнения (8) для плотности экситонов приведен на рис.3б. Точкам высокой плотности можно приписать конденсированную фазу, а точкам низкой плотности – газовую. Образующиеся фрагменты являются периодически расположенными островками конденсированной фазы экситонов, соответствующими наблюдаемой в [1, 2] структуре. Разница между максимальным и минимальным значениями плотности при смещении вдоль края отверстия (см. рис.3б) зависит от внешней накачки и представлена на рис.4. Из рисунка видно, что неоднородная структура существует в определенном интервале накачек.

Проанализируем поведение структуры с изменением внешних параметров. Островки образуются только при запороговой накачке, поскольку конденсированная фаза возникает при высокой плотности экситонов. При малых накачках структуры нет, а при высокой интенсивности облучения отдельные островки сливаются в сплошное кольцо конденсированной фазы (рис.3).

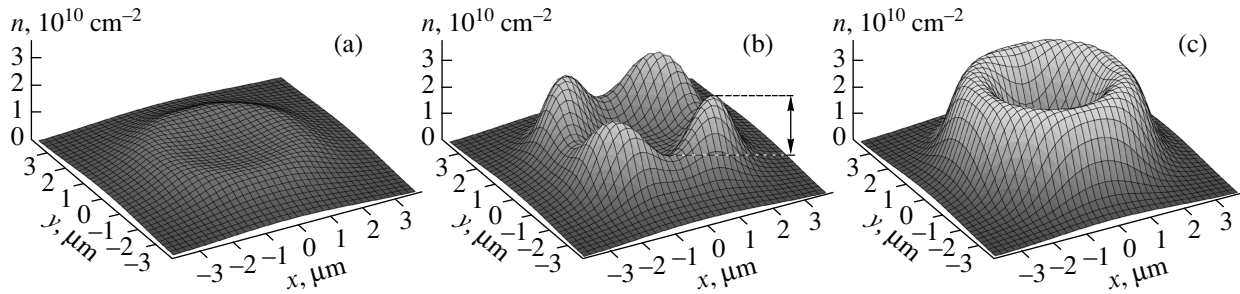


Рис.3. Плотность экситонов в плоскости квантовой ямы при параметрах  $r_0 = 2.5$  мкм,  $z/r_0 = 1.44$ ,  $T = 6.11$  К,  $b_1 = -2.07$ . Накачка  $G\tau$ ,  $\cdot 10^{10}$  см $^{-2}$ : (a) 1.53, (b) 2.64, (c) 3.89

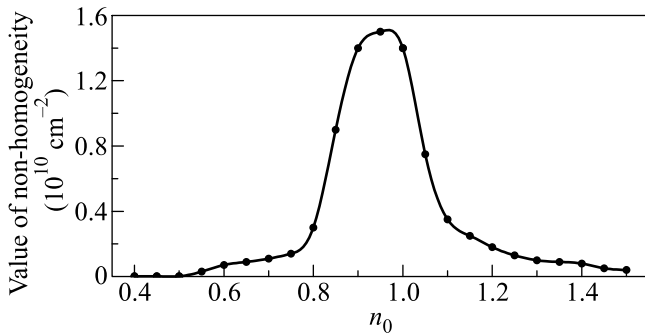


Рис.4. Зависимость величины неоднородностей распределения плотности экситонов от накачки. Параметры системы – те же, что и на рис.3b

С расширением окна, число островков растет (рис.5), так как длина окружности, ограничивающая окно, увеличивается. В то же время, форма фрагментов почти не изменяется.

Исследуем температурную зависимость в модели Ландау. Разложим коэффициент  $b_1$  в окрестности температуры  $T_2$ , при которой исчезает минимум свободной энергии:

$$b_1 = b_{1,c} + B(1 - T/T_2), \quad (11)$$

где  $b_{1,c} = -2$  соответствует температуре  $T_2$ . Решение уравнения (8) с учетом (11) показывает, что с понижением температуры возрастает амплитуда неоднородностей структур, а с повышением температуры отдельные островки конденсированной фазы сливаются в сплошное кольцо (рис.6).

В данной работе проведено исследование конденсации экситонов в рамках традиционной теории фазовых переходов для системы с неоднородным электрическим полем, с учетом эффектов конечного времени жизни экситона и наличия накачки. Получены следующие результаты: 1) при накачках, больших порогового значения, возникает конденсированная фаза экситонов в форме периодически расположенных островков, локализованных вдоль края окна, или сплош-

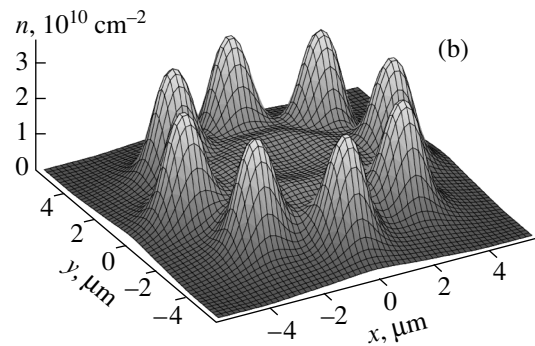
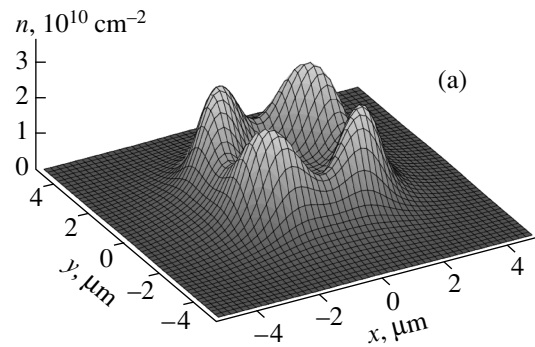


Рис.5. Плотность экситонов при параметрах, соответствующих рис.3b, с увеличением радиуса окна. Радиус  $r_0$ , мкм: (a) 2.5, (b) 3.6

ного кольца; 2) количество островков возрастает с увеличением радиуса окна; 3) с увеличением накачки или температуры отдельные островки сливаются в сплошное кольцо. Такое поведение системы совпадает с эффектами, наблюдаемыми на эксперименте в работах [1, 2].

В работе не проанализировано наблюдаемое в [2] явление интерференции излучения от двух различных пятен, возникающих в квантовой яме под краем окна. Одной из причин такой интерференции может быть сложение прямой волны, излученной некоторым пятном, с отраженной волной от другого пятна. Прямая и отраженная волны являются когерентны-

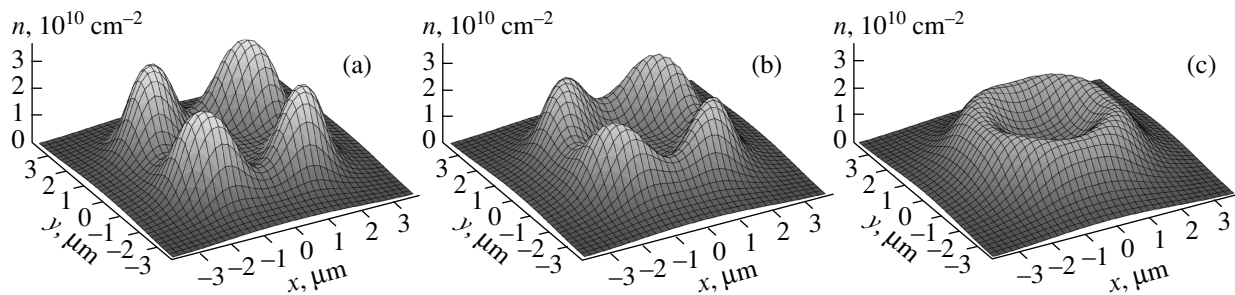


Рис. 6. Плотность экситонов при параметрах, соответствующих рис.3б, с изменением температуры. Температура  $T$ , К: (a) 5.77, (b) 6.11, (c) 6.98

ми. Кроме того, существует сильная когерентность в распределении плотности частиц. Для процессов конденсации экситонов в однородной системе корреляционная функция “плотность-плотность” рассчитывалась в работах [13, 16] и было показано, что ее фурье-образ имеет резкий максимум. Для рассматриваемой здесь системы с неоднородным потенциалом эффекты корреляции находятся в процессе изучения.

Следует отметить, что для полученных результатов конденсация Бозе–Эйнштейна не привлекалась, но квантовая статистика экситонов может играть некоторую роль в параметрах, которые были использованы в феноменологической модели. Мы считаем, что образованная структура (формирование и размещение островков, динамика с изменением параметров) является следствием неравновесности системы, обусловленной наличием накачки и конечным значением времени жизни экситонов. Таким образом, структура является примером процессов самоорганизации в неравновесных условиях.

Один из авторов (В. И. С.) благодарит участников руководимого В.Б. Тимофеевым семинара в Институте физики твердого тела РАН за полезное обсуждение работы. Работа финансировалась частично грантом INTAS # 03-51-5266.

1. А. В. Горбунов, В. Б. Тимофеев, Письма в ЖЭТФ **83**, 178 (2006); УФН **176**, 652 (2006).

2. А. В. Горбунов, В. Б. Тимофеев, Письма в ЖЭТФ **84**, 390 (2006).
3. V. I. Sugakov, Fiz. Tverd. Tela **21**, 562 (1986).
4. V. I. Sugakov, Ukr. Fiz. Zhurn. **49**, 1117 (2004); Solid State Commun. **134**, 63 (2005).
5. V. I. Sugakov, Fiz. Tverd. Tela **48**, 1868 (2006); Fiz. Nizk. Temper. **32**, 1449 (2006).
6. A. A. Chernyuk and V. I. Sugakov, Phys. Rev. B **74**, 085303 (2006).
7. А. В. Ларионов, В. Б. Тимофеев, Письма в ЖЭТФ **73**, 342 (2001).
8. А. А. Дремин, А. В. Ларионов, В. Б. Тимофеев, ФТТ **46**, 168 (2004). В. Б. Тимофеев, УФН **175**, 315 (2005).
9. L. V. Butov, A. C. Gossard, and D. S. Chemla, Nature **418**, 751 (2002). L. V. Butov, Solid State Commun. **127**, 89 (2003).
10. Ю. Е. Лозовик, О. Л. Берман, Письма в ЖЭТФ **64**, 526 (1996). Yu. E. Lozovik, and O. L. Berman, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **111**, 1879 (1997).
11. J. Fernandez-Rossier and C. Tojedor, Phys. Rev. Lett. **83**, 4809 (1997).
12. S. Ben-Tabou de-Leon and B. Likhman, Phys. Rev. B **63**, 125306 (2001).
13. V. I. Sugakov, Solid State Commun **106**, 705 (1998).
14. Л. Д. Ландау, Е. М. Лившиц, Теоретическая физика, т. VIII. М.: Наука, 1982, с. 47.
15. A. L. Ivanov, Europhys. Lett. **59**, 586 (2002).
16. O. V. Nazarenko and V. I. Sugakov, Ukr. J. Phys. **51**, 1143 (2006).