

## СЛОИСТАЯ ИЕРАРХИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПАМЯТИ

Вик. С.Доценко

Построена слоистая спиновая модель памяти с иерархической структурой. В памяти модели могут содержаться не только отдельные образы, но и целые классы коррелированных между собой образов. По своей структуре модель соответствует зрительной коре головного мозга.

Одной из бурно развивающихся в последнее время областей применения достижений теории спиновых стекол является построение спиновых моделей памяти, которые работают как системы ассоциативной памяти и являются отдаленным аналогом нейронных сетей мозга<sup>1</sup>.

Идея хранения образов спиновыми моделями, вкратце, состоит в следующем. Пусть имеется система из  $N$  изинговских спинов, которая описывается гамильтонианом

$$H = - \sum_{ij} J_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad (1)$$

и пусть имеется  $p$  некоррелированных между собой спиновых конфигураций (образов)  $\{\sigma_i^{(s)}\}$ ,  $s = 1, 2, \dots, p$ , которые надлежит запомнить. Для этого взаимодействие между спинами  $J_{ij}$  следует выбрать в следующем виде:

$$J_{ij} = \frac{1}{N} J_0 \sum_{s=1}^p \sigma_i^{(s)} \sigma_j^{(s)} \quad (2)$$

Тогда при не слишком большом отношении  $\alpha = p/N$  ( $\lesssim 0,14$ ) в определенном диапазоне температур модель (1), подчиняющаяся уравнениям обычной релаксационной динамики, будет функционировать как система ассоциативной памяти<sup>2,3</sup>. То есть, в зависимости от того, на какую из конфигураций  $\{\sigma_i^{(s)}\}$  больше похожа начальная конфигурация, система будет релаксировать к тому или иному из хранящихся в ее памяти образов.

При увеличении числа запоминаемых образов происходит их "интерференция" — в свободной энергии возникает много локальных минимумов, которые не соответствуют ни одному из запоминаемых образов  $\{\sigma_i^{(s)}\}$ , и в результате "качество работы" ассоциативной памяти ухудшается — сужается эффективная область притяжения запоминаемых образов. Существует критическая кривая  $\alpha(T)$ , такая что при  $\alpha > \alpha(T)$  память отсутствует совсем — система переходит в неупорядоченное состояние спинового стекла<sup>2,3</sup>. То есть, если число образов достаточно велико, спин-спиновые взаимодействия  $J_{ij}$  (2) эффективно являются случайными, и модель (1) становится моделью спинового стекла Шеррингтона — Киркпатрика<sup>4</sup>.

Существует однако возможность, изменив алгоритм запоминания (2), построить модель, в памяти которой будет содержаться экспоненциальное число *коррелированных* конфигураций. Это построение основано на открытой недавно иерархической структуре спиновых состояний, соответствующих минимумам энергии модели спинового стекла Шеррингтона — Киркпатрика<sup>5,6</sup>. Идея состоит в том, что запоминаемые образы по степени "похожести" выстраиваются в виде генеалогического дерева, а сама спиновая система разделяется на иерархию вложенных друг в друга кластеров. На каждом уровне иерархии кластеры независимо "запоминают" свою часть образов соответствующего уровня генеалогического дерева<sup>7</sup>.

В данной работе будет предложена другая модель, построенная по тому же принципу. Конструкция ее значительно проще и позволяет явно видеть классы (генеалогические деревья) запоминаемых состояний. Кроме того, она интересна тем, что во многом аналогична иерархической структуре зрительной коры головного мозга<sup>8</sup>.

Пусть имеется система из  $K$  слоев изинговских спинов. В каждом слое имеется  $N_k$  спинов ( $k = 1, 2, \dots, K$ ). Разобьем спины в слоях на кластеры  $\{\Omega_k\}$ , так что в каждом кластере  $k$ -го уровня будет  $\Omega_k$  спинов. Взаимодействие между слоями устроим та-

ким образом, чтобы все спины, принадлежащие одному кластеру  $(k-1)$ -го слоя, взаимодействовали с одним и только одним спином  $k$ -го слоя (рис. 1). Таким образом, в каждом последующем слое число спинов уменьшается:  $N_k/N_{k+1} = \Omega_k$ . Спин  $k$ -го слоя взаимодействует ферромагнитным образом с суммарным моментом кластера  $(k-1)$ -го слоя таким образом, что их знаки совпадают:  $\text{sign} \left( \sum_{i \in \Omega_{k-1}} \sigma_{i_{k-1}} \right) = \sigma_{i_k}$ .

Запоминаемые образы, которые будут строиться и проявляться на нижнем слое ( $k=1$ ), расклассифицируем в виде иерархического дерева (рис. 2) <sup>7</sup>. А именно, будем говорить, что некоторое семейство состояний принадлежит одному "родительскому" состоянию на следующем (втором) уровне иерархии, если во всех этих состояниях знаки намагниченностей спиновых кластеров  $\{\Omega_{i_1}\}$  одни и те же. То есть "родительское" состояние такого семейства дается некоторой спиновой конфигурацией на втором слое.

Переходя от слоя к слою, таким образом может быть построено "дерево" или класс коррелированных состояний (рис. 2). Число уровней иерархии равняется числу слоев. Количество классов (или "деревьев") совпадает с количеством спиновых конфигураций на последнем слое.

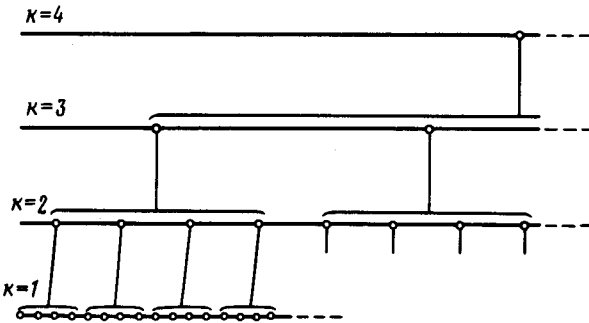


Рис. 1

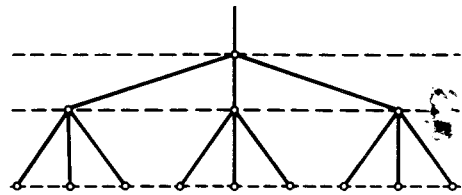


Рис. 2

Рис. 1. Иерархическая организация взаимодействий спинов между слоями

Рис. 2. Иерархическая классификация спиновых состояний в виде генеалогического дерева

Алгоритм запоминания состоит в следующем. Введем спиновые взаимодействия в каждом слое только внутри кластеров:

$$J_{ij} = \frac{1}{\Omega_k} J_0 \sum_{s=1}^{p_k} \sigma_{i_k}^{(s)} \sigma_{j_k}^{(s)} ; \quad (i_k, j_k) \in \Omega_{i_k} . \quad (3)$$

Здесь  $\{\sigma_{i_k}^{(s)}\}$  ( $s=1, 2, \dots, p_k$ ) — запоминаемые спиновые конфигурации в кластерах  $k$ -го слоя. Следует отметить, что запоминаемые таким образом спиновые состояния, конструируются из одного и того же набора блоков — фиксированного набора состояний кластеров. Разумеется в каждом кластере и в каждом слое этот набор может быть своим.

На верхнем слое кластеров нет, и спиновые состояния (основания "деревьев") запоминаются также как и в модели Хопфилда (2) <sup>1</sup>.

Для того, чтобы предложенная модель хорошо работала, нужно чтобы число "блоков"  $p_k$  в каждом кластере было не большим:  $p_k / \Omega_k < \alpha(T)$ , где  $\alpha(T)$  упоминавшаяся уже критическая кривая, ниже которой находится область "хорошей памяти" <sup>2, 3</sup>. И, соответственно, должно быть аналогичное ограничение на число "деревьев" (состояний на верхнем слое):  $p_K / N_K < \alpha(T)$ .

Процесс узнавания предложенного образа начинается с верхнего слоя, где хранится наибольшая общая информация — огрубленные образы — т. е. выбирается то или иное "дерево". Затем, в каждом последующем слое выбирается та или иная "ветвь", и так — вплоть до последнего слоя, где устанавливается точное состояние.

Любопытно, что похожая иерархическая организация характерна для зрительной коры головного мозга<sup>8</sup>, а возможно и для всей коры, так как есть основания думать, что она однородна. В зрительной коре имеется шесть слоев ( $K = 6$ ) и нейрон каждого последующего по сложности слоя собирают информацию от группы нейронов предыдущего слоя (как на рис. 1). Однако при этом происходит не просто огрубление образа, имеющегося на сетчатке, а еще и своего рода разложение на компоненты. Например, нейрон второго по сложности слоя собирают информацию от такого "кластера" нейронов простейшего слоя, что реагирует лишь на линию определенной длины и определенного направления. Подобная организация, разумеется, может быть осуществлена и в рассмотренной здесь модели.

#### Литература

1. Hopfield J.J. Proc. Nat. Acad. Sci. USA, 1982, 79, 2554; 1984, 81, 3088.
2. Amit D.J., Gutfreund H., Sompolinsky H. Phys. Rev. Lett., 1985, 55, 1530.
3. Ioffe L.B., Feigelman M.V. Evrophys. Lett., 1986, 1.
4. Kirkpatrick S., Sherrington D. Phys. Rev., 1978, B17, 4384.
5. Mezard M. et al. Phys. Rev. Lett., 1984, 52, 1156.
6. Virasoro M., Mezard M. Preprint, 1985.
7. Dotsenko Vik. S. J. Phys., 1985, C18, L1017.
8. Hubel D.H., Wiesel T.N. Proc. Royal. Soc. London, 1977, B198, 1.

Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
15 мая 1986 г.