

ИСПАРЕНИЕ ЧЕРНЫХ МИНИ-ДЫР И ФИЗИКА ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

А.Д. Сахаров

Наблюдение конечных стадий испарения черных мини-дыр, если они будут обнаружены, может дать важные сведения о физике высоких энергий вплоть до планковской энергии. Приведены некоторые относящиеся сюда оценки. Указано, в частности, на возможную роль в динамике испарения "теневого мира", предполагаемого в некоторых теориях.

Большая часть процессов и особенностей физики объединенных теорий всех видов взаимодействий, в особенности включающих гравитацию, не может быть изучена в обозримом будущем в лабораторных условиях с помощью ускорителей. Одним из способов проверки теоретических представлений является применение их к ранней космологии и сопоставление с наблюдательными данными. Целью этой статьи является указать на возможности, связанные с наблюдением конечных стадий квантового испарения черных мини-дыр, если они будут обнаружены. Гипотеза о возможном образовании мини-дыр на ранней стадии расширения Вселенной была высказана Зельдовичем и Новиковым ¹ в 1966 г., и независимо Хоукингом ². Хоукинг впоследствии показал ³, что черные дыры являются излучателями с температурой

$$T = \frac{M_p^2}{8\pi M}, \quad (1)$$

где M – масса дыры, $M_p = G^{-1/2}$ – планковская масса, принято $k = \hbar = c = 1$. Качественные соображения, приводящие к формуле типа (1), были высказаны Бекенштейном ⁴. До сих пор мини-дыры (и их излучение) не наблюдались, и оценки их возможной распространенности в "инфляционных" космологических сценариях неблагоприятны. Но тем не менее поиски их не безнадежны.

На конечных стадиях испарения температура T возрастает настолько, что могут быть испущены частицы самых больших масс, вплоть до планковской, и в принципе, с малой вероятностью, даже больших, в том числе магнитные монополи и струны – если те и другие существуют.

Динамика испарения зависит от эффективного числа сортов испаряемых частиц, обозначаемого ниже g . Скорость полного излучения энергии равна

$$\left| \frac{dM}{dt} \right| = \frac{g}{2} \frac{dE}{dt}, \quad (2)$$

где dE/dt – излучение энергии фотонами.

В некоторых обсуждаемых сейчас теориях предполагается существование "теневого мира", т.е. частиц, взаимодействующих с "нашим" миром лишь гравитационно. Частицы "теневого мира" должны испаряться из черной дыры наряду с "нашими" и удваивать скорость изменения массы черной дыры (т.е. величину g). Если в "теновом мире", как это предполагается во многих вариантах теории, нарушения симметрии происходят иначе, чем в "нашем" мире и частицы остаются безмассовыми, то при температурах черной дыры, соответствующих массам "наших" частиц и менее, скорость изменения массы изменится в десятки и даже сотни раз. Проверка предположения о существовании "теневого мира" – одно из возможных применений испарения черных дыр в физике высоких энергий.

Приведем некоторые оценки, относящиеся к методам определения параметра g , а также оценки образования частиц большой массы.

При достаточно малых температурах испускание частиц и потеря массы в результате излучения даются выражениями

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{Sp^2 v}{e^{E/T} \mp 1} dp, \quad (3)$$

$$\frac{dM}{dt} = - \frac{1}{2\pi^2} \sum \int_0^\infty \frac{Sp^3}{e^{E/T} \mp 1} dp. \quad (4)$$

Формулы выписаны для невращающейся черной дыры. p — импульс, v — скорость, E — энергия испускаемых частиц; S — сечения захвата частицы гравитационным полем черной дыры.

При увеличении температуры по мере испарения черной дыры все более тяжелые частицы принимают участие в процессе испарения, что проявляется в увеличении величины g . При дальнейшем увеличении температуры становятся существенными эффекты взаимодействия частиц и фазовые переходы вакуума, связанные с восстановлением нарушенных при малой температуре симметрий. При энергиях и температурах, сравнимых с планковской энергией M_p , могут быть существенными эффекты экста-измерений (если они существуют) и не тепловой характер процесса излучения. Все перечисленные явления, также как существование теневого мира, должны проявляться в значении и изменениях величины g .

При длине волны испускаемых частиц $\lambda \ll r_g$, где $r_g = 2M/M_p^2$ — гравитационный радиус, сечение захвата

$$S = \frac{27\pi r_g^2}{4} \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3v^2} \right). \quad (5)$$

Однако в существенной области импульсов $\lambda \sim r_g$ и S меньше значения, даваемого формулой (5). Ниже для оценок полагаем

$$S = \pi r_g^2 \xi, \quad \xi = \text{const} \cong 1,9.$$

Это значение ξ выбрано так, чтобы удовлетворялись результаты численных расчетов Пейджа⁵ для фотонного излучения.

При $g = \text{const}$ постоянна величина

$$-M_p^2 \frac{d}{dt} (T^{-3}) \approx 0,93g. \quad (6)$$

Определение этой величины, или, может быть, более удобной аналогичной интегральной комбинации (t_0 — момент конца процесса)

$$\frac{M_p^2}{T^3(t_0 - t)} \approx 0,93g \quad (7)$$

даст возможность определить g (в случае (7) — определенным образом усредненное). Вместо T можно использовать пропорциональные ей величины (энергию максимума спектра или среднюю энергию фотонов; при этом необходимо учесть, что спектр из-за зависимости S от λ отличается от планковского).

В конце испарения разрешение процесса во времени становится затруднительным, и, вероятно, целесообразней использовать данные о спектре, проинтегрированном по времени. Обозначим $N(E_0)$ полное число испущенных фотонов с энергией $E > E_0$. Тогда в тех же предположениях ($\xi = \text{const}$, $g = \text{const}$)

$$\frac{M_p^2}{E_0^2 N(E_0)} \approx 2\pi \frac{\zeta(4)}{\zeta(5)} g = 6,6g, \quad (8)$$

где ζ — дзета функция Римана (вывод этой формулы аналогичен приведенному ниже выводу формулы (9)).

При $g \neq \text{const}$ эта формула опять дает усредненное значение.

Для проверки той или иной теории необходимо, конечно, вычислить теоретически функции (6), (7), (8) и сравнить их с данными наблюдений.

Найдем число образующихся при испарении черной дыры скалярных частиц массы m . Для оценки исходим из формул (3), (4); считаем $g = \text{const}$, $\xi = \text{const}$. Деля (3) на (4), имеем для

частиц одного знака заряда (обозначено $\epsilon = E/T$, $\mu = m/T$)

$$\frac{dn}{dM} = \frac{4\pi M}{3g\zeta(4)M_p^2} \int_{\mu}^{\infty} \frac{\epsilon^2 - \mu^2}{e^{\epsilon} - 1} d\epsilon,$$

и заменяя $M = M_p^2 (8\pi t)^{-1} \mu$

$$n = \frac{M_p^2}{48gm^2\zeta(4)} \int_0^{\infty} \mu d\mu \int_{\mu}^{\infty} \frac{\epsilon^2 - \mu^2}{e^{\epsilon} - 1} d\epsilon.$$

Двойной интеграл вычисляется с изменением порядка интегрирования и равен $6\zeta(5)$. Отсюда (для двух знаков заряда)

$$2n = \frac{M_p^2 \zeta(5)}{4\pi gm^2 \zeta(4)}. \quad (9)$$

Для частиц со спином $1/2$ имеем дополнительный множитель $15/8$. Учет множителя $1/3 + 2/3v^2$ формулы (5) внес бы дополнительный множитель $5/3$.

Особый интерес представляет наблюдение рождения магнитных монополей и струн. Однако вероятности этих процессов (в предположении, что монополи и струны существуют) не описываются оценкой (9) и очень малы. Для монополей необходимо учитывать их нелокальный характер. На это обстоятельство мое внимание обратил А.Д.Линде. Характерный размер монополей $\rho \sim (g^2 m)^{-1}$ (здесь $g < 1$ — постоянная взаимодействия) много больше гравитационного радиуса черной дыры

$$r_g = \frac{2M}{M_p^2} = \frac{1}{4\pi T}$$

при температуре $T \sim m$. Поэтому в этой существенной для оценки (9) области сечение S захвата монополей черной дырой очень мало $S \ll \pi r_g^2$, $\xi \ll 1$. $p \sim r_g$ и $\xi \sim 1$ лишь при $T \ll m$. В результате число образующихся монополей много меньше даваемого оценкой (9).

Для оценки вероятности рождения струн особенно существенно, что их масса m_s очень велика — порядка M_p . Пусть, например, $m_s = 2M_p$. Струна может быть испущена черной дырой, только если ее начальная масса $M_0 > m_s$. При этом температура начального состояния соответственно

$$T_0 < \frac{M_p^2}{8\pi m_s} = \frac{M_p}{16\pi} \quad \text{или} \quad T_0 < \frac{m_s}{32\pi} \ll m_s.$$

Фактически при испускании частиц с энергией, сравнимой с начальной массой черной дыры, тепловое квазиравновесное рассмотрение вообще неприменимо. Мне не удалось найти адекватный метод получения оценки. По-видимому, можно все же утверждать, что при $T_0 \ll m_s$ вероятность испускания струны очень мала. Нелокальный характер струн приводит к дополнительному уменьшению вероятности. Заметим, что струна в существующих теориях является нестабильной частицей, распадается на локальные частицы за время порядка планковского.

Детальное изучение процессов при энергиях $E \sim M_p$ вероятно возможно лишь при подлете на близкое расстояние к черной дыре в последний момент ее существования специально запущенных в далекий космос автоматических экспериментальных аппаратов, т.е. в далеком будущем космической эры. Однако не исключено, что и тогда не будут еще доступны другие методы прямого экспериментального изучения планковских энергий.

Выше мы отвлеклись от эффектов вращения черной дыры. Пусть J — полный момент вращения. Введем относительный момент вращения $0 < j < 1$, положив $J = \frac{M^2}{M_p^2} j$. При $j \ll 1$ вращением можно пренебречь. При $j \sim 1$ определяющую роль играют эффекты суперрадиации (Зельдович^{6,7}, Старобинский⁸, Курир⁹).

Из соображений размерности ($C \sim 1$)

$$\frac{dJ}{dt} = Cj \frac{M}{M_p^2} \frac{dM}{dt}.$$

При $C > 2$ уменьшается при уменьшении M . Коэффициент зависит от j и от M . Считая в окрестности $j=0$ $C = \text{const}$, имеем $j \sim M^{C-2}$, т.е. при $C > 0$ траектория $j=0$ устойчива. Расчеты излучения момента импульса и массы для вращающейся черной дыры, проведенные Пейджем¹⁰, показывают, что C существенно больше 2 для частиц различных спинов во всем диапазоне изменения j . Расчеты проведены для безмассовых частиц, учет эффектов массы и некоторые уточнения согласно⁹ эффектам суперрадиации не изменяют, по-видимому, качественного вывода Пейджа о быстром уменьшении j при испарении черной дыры. Величина j и ориентация оси вращения в пространстве могут быть определены из наблюдения круговой и линейной поляризации фотонов.

Итак, в работе содержатся оценки некоторых эффектов испарения черных дыр, представляющих интерес для физики высоких энергий. Указано, что изучение температуры испускаемых частиц в функции времени и спектра частиц может дать сведения о существовании "теплового мира" и о характерных чертах теории при самых высоких энергиях, включая энергию "великого объединения" и планковскую. Дана оценка образования частиц с конечной массой, а также обсуждается образование монополей и струн.

Литература

1. Зельдович Я.Б., Новиков И.Д. *Астроном. журн.*, 1966, 43, 758.
2. Hawking S.W. *Mon. Not. Roy. Astr. Soc.*, 1971, 152, 75.
3. Howking S.W. *Comm. Math. Phys.*, 1975, 43, 199.
4. Bekenstein J.D. *Phys. Rev.*, 1973, D7, 2333.
5. Page D.N. *Phys. Rev.*, 1976, D13, 198.
6. Зельдович Я.Б. *Письма в ЖЭТФ*, 1971, 14, 270.
7. Зельдович Я.Б. *ЖЭТФ*, 1972, 62, 2076.
8. Старобинский А.А. *ЖЭТФ*, 1973, 64, 48.
9. Curtr A. *Phys. Lett.*, 1985, 161 B, 310.
10. Page D.N. *Phys. Rev.*, 1976, D14, 3260.

Поступила в редакцию
25 июня 1986 г.