Письма в ЖЭТФ, том 44, вып. 7, стр. 303 – 306 *10 октября 1986 г.*

ОБ ЭКСКЛЮЗИВНЫХ СТРУКТУРНЫХ ФУНКЦИЯХ КОНСТИТЮЕНТОВ В АДРОНАХ

И.И.Ройзен

В предположении, что независимость валентных конститюентов в адронах лимитируется только сохранением полной энергии, получено точное решение, выражающее эксклюзивные структурные функции через инклюзивные для пионов и протонов, если последние можно представить как состоящие из кварка и дикварка. Предложенный метод может быть очевидным образом обобщен на другие адроны.

Для многих задач, возникающих при изучении взаимодействий адронов, важно знать не только инклюзивные, но и эксклюзивные структурные функции, описывающие распределение сразу всех или хотя бы важнейших для данного процесса партонов в адроне. Этот вопрос возникает практически при любой попытке выйти за рамки импульсного приближения (т.е. одноглюонного обмена с мягким обесцвечиванием) в КХД. Конечно, мы не претендуем на полное решение проблемы, поскольку оно означало бы, по существу, построение полной КХД-теории адронов. Однако для валентных кварка и антикварка в мезонах и кварка и дикварка в барионах[1)] задача отыскания эксклюзивных распределений по заданным инклюзивным структурным функциям оказалась на удивление простой, если считать, что независимость этих конститюентов внутри адронов лимитируется только сохранением полной энергии[2)]. Мы рассмотрим этот вопрос на примере пиона и протона, так как обобщение на другие адроны очевидно.

[1)] Рассматривая трехкварковые системы таким образом, мы опираемся на многочисленные указания как теоретического [1] так и феноменологического [2] порядка.

[2)] Оправданием этому предположению может служить то, что взаимодействие между кварками становится сильным только на больших расстояниях (порядка эффективного радиуса адрона), т.е. как раз тогда, когда из-за роста удерживающего потенциала и соответственно массы кварков [3] на их долю приходится практически вся масса (энергия) адрона.

Сначала рассмотрим пион как наиболее простую систему. Пусть для определенности это будет π^0-мезон (рассмотрение заряженных мезонов ничем не отличается, так как инклюзивные структурные функции обоих кварков в них одинаковы). Будем, опять же для простоты, считать, что он состоит из u- и $\bar{u}$-кварка плюс всевозможные конфигурации глюонов и морских частиц, интеграл по которым равен 1. Последнее, конечно, является гипотезой, которая однако представляется оправданной всюду, кроме очень узкого интервала $1-x-y<\delta \ll 1$, в силу прижатости энергетического распределения всех этих частиц к нулю.

В этом приближении мы имеем уравнение:

$$\int_0^1 \varphi(x)\varphi(y)\theta(1-x-y)\,dy = u(x), \tag{1}$$

где $u(x)$ – инклюзивная структурная функция, произведение $\varphi(x)\varphi(y)\theta(1-x-y)$ – эксклюзивное распределение двух кварков с долями энергии x и y соответственно. Проинтегрировав обе части по x от $x=0$ до $x=1-t$ и поменяв порядок интегрирования по x и t, получаем:

$$\int_0^t \varphi(y)dy \int_0^{1-t} \varphi(x)dx + \int_t^1 \varphi(y)dy \int_0^{1-y} \varphi(x)dx = \int_0^{1-t} u(x)dx. \tag{2}$$

Выразив интегралы по x в левой части (2) с помощью формулы (1), мы приходим к простому уравнению для функции φ:

$$\int_0^t \varphi(y)dy = \frac{\varphi(t)}{u(t)} \int_t^1 [u(1-x)-u(x)]\,dx \equiv \varphi(t)R^{-1}(t), \tag{3}$$

которое сразу же решается дифференцированием по t, так как $R(t)$ – известная функция:

$$R(t) = u(t)\left\{\int_t^1 [u(1-x)-u(x)]\,dx\right\}^{-1} \equiv u(t)\left\{\int_0^t [u(x) - u(1-x)]\,dx\right\}^{-1}. \tag{4}$$

Окончательно получаем:

$$\varphi(t) = CR(t)\exp\int R(t)dt, \tag{5}$$

где C – нормировочная константа. Таким образом, в принятом приближении эксклюзивное распределение двух валентных кварков в пионе имеет вид[3)]

$$\varphi(x)\varphi(y)\theta(1-x-y) = C^2R(x)R(y)\theta(1-x-y)\exp\left\{\int R(x)dx + \int R(y)dy\right\}. \tag{6}$$

Здесь необходимо обратить внимание на следующее обстоятельство. Формула (5) дает решение уравнения (3) только в том случае, если подстановка нижнего предела в левой части (3) обращает первообразную в ноль. Причина состоит в том, что при дифференцировании по t была утрачена содержащаяся в (3) соответствующая граничная информация. То, что полученное в результате общее решение (5) не содержит аддитивного произвола, означает, что уравнение (3) (а значит и (1)) вообще разрешимо только в указанном выше случае, поскольку при дифференцировании класс решений мог только расшириться. Используя выражение (4) для функции $R(t)$ легко убедиться, что сформулированное выше условие разрешимости можно записать в следующем виде:

$$\lim_{t\to 0}\left[\left(1-\frac{u(1-t)}{u(t)}\right)\ln t\right] = -\infty, \tag{7}$$

Это практически означает, что

$$\lim_{t\to 0}\frac{u(1-t)}{u(t)} < 1. \tag{7a}$$

---

3) Конечно, оно является, в то же время, инклюзивным по всем остальным (невалентным) партонам.

Физический смысл этого ограничения прост: вероятность того, что конфигурация, когда валентный кварк несет малую долю полной энергии адрона, оставляет большой фазовый объем для всех остальных партонов и поэтому должна быть более вероятной, чем конфигурация, когда на долю этого кварка приходится почти полная энергия и упомянутый фазовый объем предельно сжат. По нашему мнению, очевидность этой аргументации придает ей достаточно общий характер, так что условие (7а) не следует считать следствием предположений, на которых основано уравнение (1); скорее оно показывает, что для реальных мезонов это уравнение всегда разрешимо.

Что касается протонов, то в предположении об их кварк-дикварковой структуре соответствующее эксклюзивное распределение находится из следующей системы уравнений:

$$\begin{gathered} D(x)\int_0^{1-x} dy \int_0^{1-x-y} F(y+z)\,dz = d(x) \\ \int_0^{1-x} F(x+y)\,dy \int_0^{1-x-y} D(z)\,dz = u(x), \end{gathered} \tag{8}$$

где $u(x)$ и $d(x)$ – инклюзивные структурные функции u- и d-кварков, а $D(x)F(y+z)\theta(1-x-y-z)$ – эксклюзивная структурная функция d-кварка с долей энергии x и дикварка, состоящего из двух u-кварков с долями энергии y и z соответственно.

Обозначив в первом уравнении $y+z=\omega$, а во втором введя вместо y переменную $\xi = y + x$ и продиференцировав второе уравнение по x, получаем:

$$\begin{gathered} D(x)\int_0^{1-x} F(\omega)\,\omega\,d\omega = d(x) \\ F(x)\int_0^{1-x} D(z)\,dz = -\frac{du(x)}{dx}. \end{gathered} \tag{8a}$$

Если теперь проинтегрировать, скажем, первое уравнение из системы (8а) по x от $x=0$ до $x=1-t$, затем поменять порядок интегрирования по x и t и выразить внутренний интеграл по x из второго уравнения (совершенно аналогично тому, как это было сделано выше с уравнением (1)), то мы придем к уравнению для функции F, которое не имеет смысла выписывать, так как оно, как две капли воды, похоже на уравнение (3). Его решение имеет вид:

$$F(x) = CK_1(x)\exp\int K_1(x)\,x\,dx, \tag{9}$$

где

$$K_1(x) = \frac{du(x)}{dx}\left\{\int_0^x \left[y\frac{du(y)}{dy} + d(1-y)\right]dy\right\}^{-1}. \tag{10}$$

Аналогичным образом для функции D получаем выражение, совпадающее с (5), куда нужно только вместо $R(x)$ поставить функцию

$$K_2(x) = d(x)\left\{\int_0^x \left[d(y)-(1-y)\frac{du(1-y)}{dy}\right]dy\right\}^{-1}.\ ^{4)} \tag{11}$$

Использовав асимптотики функции $u(y)$ и $d(y)$ [4]: $u(y) \sim d(y) \sim y^{-\alpha_R(0)}$ при $y\to 0$, $u(y) \sim (1-y)^{\alpha_R(0)-2\alpha_N(0)}$ и $d(y)\sim(1-y)^{\alpha_R(0)-2\alpha_N(0)+1}$ при $y\to 1$, убеждаемся, что найденное решение действительно удовлетворяет системе (8а), так как значения соответствующих первообразных на нижнем пределе интегрирования автоматически обращаются в нуль (напомним, что $\alpha_R(0)\cong 0{,}5$, а $\alpha_N(0)\cong -0{,}4$).

Автор благодарен Е.Л.Фейнбергу за внимание к работе и Ю.А.Тарасову за интересные обсуждения.

4) При написании соотношения (10) и (11) учтено, что в протоне $u(1)=0$ и условие нормировки: $\int_0^1 u(y)dy = \int_0^1 d(y)dy = 1$.

Литература

1. *Martin A.* Preprint CERN-Th 4259/85.
2. *Capella A., Sukhatme V., J.Tran Thanh Van.* Z. Phys.,C 1980, **3**, 329; *Capella A., J. Tran Thanh Van.* Phys. Lett., 1982, **114B**, 450; *Кайдалов А.Б., Тер-Мартиросян К.А.* ЯФ, 1984, **36**, 1545.
3. *De Rujula A., Georgi H., Glashow S.L.* Phys. Rev., 1975, **D12**, 147; *Lichtenberg D.B., Namgung W., Predazzi E., Wills J.G.* Phys. Rev. Lett., 1982, **48**, 1653; *Андреев И.В.* ЯФ, 1985, **41**, 1345.
4. *Кайдалов А.Б.* ЯФ, 1981, **33**, 1369.

Физический институт им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
29 августа 1986 г.