

Об эффекте Зельдовича в сверхсильном магнитном поле

В. С. Попов¹⁾

Институт теоретической и экспериментальной физики, 117218 Москва, Россия

Поступила в редакцию 24 декабря 2002 г.

Показано, что из анализа результатов прецизионных численных расчетов энергетического спектра атома водорода в постоянном магнитном поле вытекает, что в области сверхсильных полей $B \gtrsim 5 \cdot 10^{11}$ Гс в спектре атомных уровней наблюдается эффект Зельдовича, или перестройка атомного спектра. Поля такой величины достигаются в нейтронных звездах и магнитных белых карликах. Установлена нижняя граница полей B_{\min} , необходимых для проявления этого эффекта.

PACS: 03.65.-w, 32.30.-r

1. Специфические свойства дискретного спектра в кулоновском поле, искаженном на малых ($0 < r < r_0$) расстояниях, впервые были рассмотрены в работе Зельдовича [1] в связи с вопросом об уровнях энергии электрона в примесном полупроводнике с диэлектрической проницаемостью $\epsilon \gg 1$. Было показано, что в тот момент ($g = g_0$), когда в короткодействующем потенциале $V_s(r) = -gv(r)$ возникает связанный s -уровень, или имеется резонанс в рассеянии частиц малой энергии (то есть виртуальный уровень с энергией, близкой к нулю), возникает перестройка атомного спектра: кулоновский уровень E_{ns} быстро опускается на место $E_{n-1,s}$, $n = 2, 3, \dots$, а основной уровень E_{1s} “проваливается” глубоко вниз. Ширина области перестройки (по константе g сильного потенциала) составляет $\Delta g/g_0 \sim r_0/a_B \ll 1$.

Аналогичное поведение s - и p -уровней электронного спектра было обнаружено [2] в релятивистской кулоновской задаче с зарядом ядра $Z > 137$, когда уровень $1s_{1/2}$ при критическом значении $Z = Z_{cr} \approx 170$ исчезает из дискретного спектра, уходя в нижний континуум $E < -mc^2$ (“море Дирака”). В работе [3] было указано, что этот эффект может проявиться в ядерных сдвигах уровней легчайших адронных атомов ($\bar{p}p, K^-p$ и др.). При этом отмечалось, что сдвиг уровня может быть положительным ($\Delta E_{ns} > 0$, то есть уровень выталкивается вверх), хотя короткодействующий потенциал V_s , вызывающий эти сдвиги, является потенциалом притяжения. В этих расчетах использовались конкретные модели потенциала V_s : прямоугольная яма $v(r) = \theta(r_0 - r)$ [1–3], параболический потенциал, отвечающий постоянной объемной плотности электрического заряда внутри ядра [2], сепарабельные потенциалы конечно-го ранга [4–7]. На общий характер данного явления,

которое может происходить во всех системах, для которых потенциал взаимодействия разбивается на две части (коротко- и дальнедействующую) с сильно несоизмеримыми радиусами действия и слабо зависит от конкретного вида “внутреннего” потенциала $V_s(r)$, было указано в работах [3, 8] и более подробно в обзоре [6].

В работе [9] эффект Зельдовича был рассмотрен на основе безмодельного уравнения²⁾

$$\lambda + 2[\ln \lambda r_0 + \psi(1 - \lambda^{-1}) + c_0] = a_B/a_s, \quad (1)$$

определяющего положение ns -уровней в том случае, когда дальнедействующая часть потенциала ($r > r_0$) имеет кулоновский вид. Здесь $l = 0$, $E = -\lambda^2/2$ – энергия уровня, $\psi(z) = \Gamma'(z)/\Gamma(z)$ – логарифмическая производная гамма-функции [12], $c_0 = \ln 2 + 2\gamma = 1.848$, $\gamma = 0.5772\dots$ – константа Эйлера, r_0 – точка сшивания, a_B – радиус Бора, a_s – длина s -рассеяния на потенциале V_s , действующем в области $r < r_0$, и в (1) опущены малые члены порядка r_0 и $r_0 \ln r_0$. Условием применимости (1) является

$$r_0 \ll a_B = \hbar^2/mc^2 \quad (2)$$

(далее $\hbar = m = e = 1$, $c = \alpha^{-1} = 137$, атомные единицы Хартри). В задаче, рассмотренной Зельдовичем [1], это условие обеспечивается тем, что $a_B = \epsilon m/m_{\text{эф}} \gg r_0 \sim 1$ (здесь m – масса электрона, $m_{\text{эф}} \ll m$ – его эффективная масса в решетке, r_0 – радиус иона).

Уравнение (1) показывает, что энергии ns -уровней жестко связаны между собой и могут быть выражены через энергию одного из них, не требуя решения уравнения Шредингера. Свойства уравнения (1)

²⁾См. также [10, 11]. Отметим, что название “эффект Зельдовича” предложено в [6]. Употребляется также и термин “перестройка атомного спектра”.

¹⁾e-mail: markina@heron.itep.ru

подробно исследовались [13] в связи с имевшимся тогда указанием на большой сдвиг $1s$ -уровня в протон-антипротонном атоме. При этом, согласно (1), в системе $\bar{p}p$ могло бы существовать мелкое связанное состояние типа дейтрона, что представляло бы большой интерес для ядерной физики. В дальнейшем, однако, выяснилось, что результаты эксперимента [14] неверны, сдвиги уровней $\bar{p}p$ -атома малы, и интерес к эффекту Зельдовича (по крайней мере, в области ядерной физики) резко упал.

Недавно Карнаковым [15] рассмотрена задача об атоме водорода в сверхсильном магнитном поле $B \gg B_a$, где $B_a = m^2 e^3 c / \hbar^3 = 2.35 \cdot 10^9$ Гс – атомная единица магнитного поля. Эта задача представляет значительный интерес для астрофизики и физики твердого тела. Такое поле сжимает атом, характерный размер которого в поперечном к полю направлении равен радиусу Ландау $a_H = \sqrt{\hbar / m \omega_H} = \sqrt{c \hbar / e B}$. При этом $a_H / a_B = 1 / \sqrt{\mathcal{H}}$, где мы ввели приведенное поле $\mathcal{H} = B / B_a$, и при $\mathcal{H} \gg 1$ a_H играет роль радиуса обрезания кулоновского потенциала, который мал по сравнению с боровским радиусом a_B . Поэтому неудивительно, что для энергетического спектра атома водорода в этом пределе получается уравнение типа (1), в котором конкретная связь между параметрами r_0 и a_B зависит от квантовых чисел n_ρ и m [16, 17] для движения электрона в однородном магнитном поле. В частности, для состояний с $n_\rho = m = 0$ имеем

$$\frac{r_0}{a_B} = \exp\left(-\frac{1}{2}(\ln 2 + \gamma)\right) \frac{a_H}{a_B} = 0.5298 / \sqrt{\mathcal{H}}, \quad (3)$$

уравнение (1) принимает вид [15]

$$\lambda + 2[\ln \lambda + \psi(1 - \lambda^{-1})] = \ln \mathcal{H} - (3\gamma + \ln 2) \equiv \xi, \quad (4)$$

а условие (2) выполняется, если $\mathcal{H} \gg 1$. Спектр гамльтониана описывается формулой [16]

$$E_{n_\rho n_f m \sigma_z} = \left[n_\rho + \frac{1}{2}(m + |m| + 1 + \sigma_z) \right] \mathcal{H} - \frac{1}{2} \lambda^2 + \frac{1}{2} p_z^2, \quad (5)$$

где $n_f = 0, 1, \dots$ – квантовое число для продольного (вдоль \mathcal{H}) движения электрона, $\sigma_z = \pm 1$, $\lambda = \lambda_{n_\rho n_f |m|}$, слагаемое $-\lambda^2/2$ в (5) дает энергию связи, отсчитанную от соответствующего уровня Ландау и обязанную действию кулоновского потенциала притяжения, и поле \mathbf{B} направлено по оси z . Для определения λ получается уравнение вида (4) с константой, зависящей от n_ρ и $|m|$.

Это уравнение определяет энергию уровней в заданном поле \mathcal{H} , или (что более важно, например, для

астрофизики) величину магнитного поля по измеренному сдвигу уровня. Оно полностью аналогично соответствующему уравнению в теории $\bar{p}p$ -атома [13], в котором параметр $\xi = a_B / a_{cs}$, где a_{cs} – ядерно-кулоновская длина низкоэнергетического $\bar{p}p$ -рассеяния. Это показывает, что в спектре уровней атома водорода при $\mathcal{H} \gg 1$ должен наблюдаться эффект Зельдовича. Физическая причина этого ясна: основной уровень $1s$ атомного спектра, опустившийся глубоко вниз (его энергия связи при $\mathcal{H} > 500$ в десятки раз превышает потенциал ионизации атома водорода), играет роль квазиядерного состояния Qs , возмущающего кулоновский спектр – см. в этой связи рис.1 в [9].

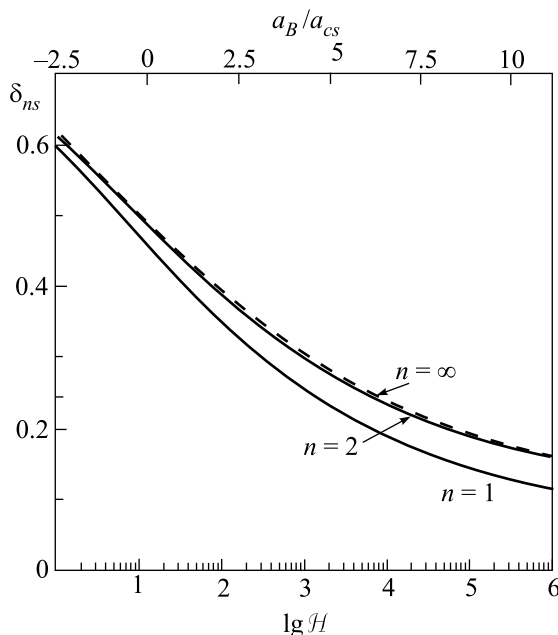


Рис.1. Квантовые дефекты для ns -уровней в зависимости от параметра $\xi = a_B / 2a_{cs}$, или от приведенного магнитного поля \mathcal{H} . Сплошные кривые – для нижних уровней с $n = 1$ и 2 , штриховая кривая – при $n \gg 1$

2. Возникает вопрос, что можно сказать об эффекте Зельдовича на основании имеющихся экспериментальных данных. Магнитные поля $B \gg B_a$ встречаются в астрофизике (магнитные белые карлики, нейтронные звезды), но здесь мы должны подождать мнения специалистов. Кроме этого, имеются многочисленные работы, в которых уравнение Шредингера для атома водорода в однородном магнитном поле решалось на компьютере с высокой точностью (вплоть до 10 знаков!) при значениях $\mathcal{H} \leq 10^5$, или $B \lesssim 2 \cdot 10^{14}$ Гс. Результаты этих расчетов полностью согласуются между собой – см. работы [18, 19]

и указанные в них дальнейшие ссылки. Эти данные мы и будем использовать, рассматривая их как результаты численного эксперимента. Сначала, однако, следует сказать несколько слов о некоторых отличительных свойствах эффекта Зельдовича.

Ранее уже отмечалось [9], что наиболее подходящей переменной для описания эффекта Зельдовича является не энергия E или импульс связанного состояния $\lambda = \sqrt{-2E}$, а величина

$$\nu = Z/\lambda = \sqrt{Z^2 m e^4 / 2 \hbar^2 |E|} \quad (6)$$

(если потенциал $V(r) = -Z/r$ при $r > r_0$). В атомной физике эта переменная называется эффективным главным квантовым числом и обозначается n^* . Характерным свойством эффекта Зельдовича является то, что значения ν_n для всей серии атомных ns -уровней обладают, с высокой точностью, периодичностью по n . Это видно из рис.1, на котором приведены значения “квантовых дефектов” $\delta_n = \nu_n - (n - 1)$, $n = 1, 2, \dots$, рассчитанные по уравнениям (4) и (1). Изменение δ_n от $n = 2$ до $n = \infty$ (при данном \mathcal{H}) не превышает 1%, что характеризует степень периодичности ν_n в области атомного спектра, то есть при $\nu > 1$. В то же время, для нижнего уровня $1s$, который с ростом \mathcal{H} опускается сколь угодно глубоко, это изменение более заметно. Так, отношение δ_1/δ_∞ меняется в пределах от 0.95 до 0.75 при изменении \mathcal{H} от 100 до 10^5 , см. табл.1, относящуюся

Таблица 1

n	$\xi = 0 (\mathcal{H} = 11.3)$			$\mathcal{H} = 3120$	
	ν_n	δ_1/δ_∞	ρ_n	ν_n	ρ_n
1	0.46957	0.9391	-	0.2179	-
2	1.49637	0.9927	0.738	1.2649	0.500
3	2.49867	0.9973	0.641	2.2668	0.399
4	3.49932	0.9986	0.606	3.2672	0.359
5	4.49958	0.9992	0.583	4.2674	0.337
10	9.49991	0.9998	0.539	9.2676	0.300
$n \rightarrow \infty$	$n - 1/2$	1.0000	0.500	$n - 0.732$	0.271

к случаю точного резонанса: $a_{cs} = \infty$ (момент возникновения уровня, с учетом кулоновского взаимодействия), что соответствует $\xi = 0$, или $\mathcal{H} \approx 11.3$. При $n \rightarrow \infty$ в этом случае $\nu_n = n - 1/2$ и $\delta_n = 1/2$. В табл.1 приведены также значения ν_n и ρ_n для того случая, когда $\rho_2 = 1/2$, то есть уровень $2s$ имеет энергию связи $\varepsilon_{2s} = \frac{5}{16}$ а.е. = 8.5 эВ.

Объяснение свойства периодичности величин ν_n нетрудно получить, если, используя тождество [12]:

$\psi(1-z) = \pi \operatorname{ctg} \pi z + \psi(z)$, записать уравнения (1) или (4) в виде

$$\operatorname{ctg} \pi \nu - d(\nu) = \frac{\xi}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} (\ln \mathcal{H} - 2.425). \quad (7)$$

Функция $d(\nu)$ численно мала в области атомного спектра:

$$d(\nu) = \frac{1}{\pi} \left[\ln \nu - \psi(\nu) - \frac{1}{2\nu} \right] = \begin{cases} 0.0246, & \nu = 1 \\ 0.0065, & \nu = 2 \\ 1/12\pi\nu^2, & \nu \rightarrow \infty \end{cases}.$$

Отсюда при $n \gg 1$

$$\delta_n = \delta_\infty - \frac{\sin^2 \pi \delta_\infty}{12\pi^2 n^2} + \dots, \quad \delta_\infty = \frac{1}{\pi} \operatorname{arccctg} \xi \quad (8)$$

($0 < \delta_\infty < 1$), что указывает на периодичность значений ν_n при больших n , которая, как видно из рис.1, затягивается вплоть до $n = 2$.

Иногда высказывается мнение, что явление перестройки атомного спектра наиболее ярко проявляется в сдвигах уровней. Это, конечно, верно с качественной стороны, но в количественном отношении сдвиги атомных уровней не подчиняются столь простой закономерности, как ν_n и δ_n . Действительно, рассмотрим относительный сдвиг ns -уровня:

$$\rho_n = \frac{E_{ns} - E_{n-1}^{(0)}}{E_n^{(0)} - E_{n-1}^{(0)}} = \frac{n^2(2n - 2 + \delta_n)}{(2n - 1)(n - 1 + \delta_n)^2} \cdot \delta_n, \quad n \geq 2 \quad (9)$$

($E_n^{(0)} = -Z^2/2n^2$). В отличие от δ_n , зависимость ρ_n от номера уровня является существенной, что видно из табл.1. Аналогично, если $\rho_n = 1/2$, то есть ns -уровень находится в точности посередине между соседними кулоновскими уровнями, то квантовый дефект δ_n для него отнюдь не равен 0.5:

$$\delta_n = (n - 1) \left[n \sqrt{\frac{2}{2n^2 - 2n + 1}} - 1 \right] = \begin{cases} 0.265, & n = 2 \\ 0.353, & n = 3 \end{cases} \quad (10)$$

и $\delta_n = 1/2 - 3/8n + \dots$ при $n \gg 1$. Только для высоковозбужденных состояний величины ρ_n и δ_n близки друг к другу:

$$\rho_n = \delta_n + \frac{3\delta_n(1 - \delta_n)}{2n} + O\left(\frac{1}{n^2}\right), \quad n \gg 1, \quad (9')$$

причем $\delta_n < \rho_n < 1$.

Таким образом, именно постоянство квантовых дефектов δ_n , $2 \leq n < \infty$, является надежным индикатором на присутствие эффекта Зельдовича в спектре атомных уровней (в кулоновском поле с короткодействием).

Заметим, что наше определение квантового дефекта несколько отличается от принятого в атомной физике, где обычно полагают $\nu_n = n - \Delta_l$ (причем поправка Ридберга Δ_l практически не зависит от главного квантового числа n). В нашем случае удобно отсчитывать δ_{nl} не от начального уровня n в свободном ($\mathcal{H} = 0$) атоме, а от предельного значения n_f , к которому стремится параметр ν при $\mathcal{H} \rightarrow \infty$ в уравнении Шредингера (что отвечает номеру уровня в одномерном кулоновском потенциале [17]).

Квантовые дефекты δ_{nl} нетрудно рассчитать, используя энергии связи ϵ_{nl} из [18, 19]. При классификации состояний мы будем, следуя [19], нумеровать их квантовыми числами n, l для свободного ($\mathcal{H} = 0$) атома. Однако при $\mathcal{H} \gg 1$ хорошими квантовыми числами становятся n_ρ, m, n_f и P , где n_ρ и m описывают быстрое движение вокруг магнитного поля, n_f – номер уровня в одномерном кулоновском потенциале (медленное движение электрона вдоль \mathcal{H}), а $P = \pm 1$ – четность волновой функции относительно отражения $z \rightarrow -z$. При этом

$$n_f = \lim_{\mathcal{H} \rightarrow \infty} \nu_{nl}(\mathcal{H}), \quad \delta_{nl} = \nu_{nl} - n_f. \quad (11)$$

Далее полагаем $n_\rho = m = 0$, поскольку в [19] рассчитаны энергии только таких состояний.

Укажем соответствие между квантовыми числами (n, l) и n_f^P . Для четных состояний с ростом магнитного поля имеем: $1s \rightarrow 0^+$, $2s \rightarrow 1^+$, $3d \rightarrow 2^+$, $3s \rightarrow 3^+$, а для нечетных: $2p \rightarrow 1^-$, $3p \rightarrow 2^-$, $4f \rightarrow 3^-$ и т.д. При этом, за исключением состояния $3s$ (о нем см. ниже), выполняется соотношение: $n_f = n - 1$.

Значения δ_{nl} приведены на рис.2, сравнение которого с рис.1 показывает, что для четных состояний эффект Зельдовича устанавливается при $\mathcal{H} > \mathcal{H}_{\min} \sim 100$, а для нечетных – начиная уже с $\mathcal{H}_{\min} \approx 1$. Штриховой кривой показана предельная кривая $n \rightarrow \infty$, построенная по уравнению (8). Различие между ней и кривой для $2s$ -уровня вполне соответствует рис.1. В то же время при $\mathcal{H} < \mathcal{H}_{\min}$ даже порядок расположения кривых $\delta_{nl}(\mathcal{H})$ резко отличается от показанного на рис.1 и характерного для эффекта Зельдовича. Отметим, что для ns -уровней $\delta_n \propto 1/\ln(\mathcal{H}/\ln^2 \mathcal{H})$ при $\mathcal{H} \rightarrow \infty$.

Некоторый комментарий требуется по поводу состояний $3s$ и $3d$. При отсутствии магнитного поля главному квантовому числу $n = 3$ соответствуют

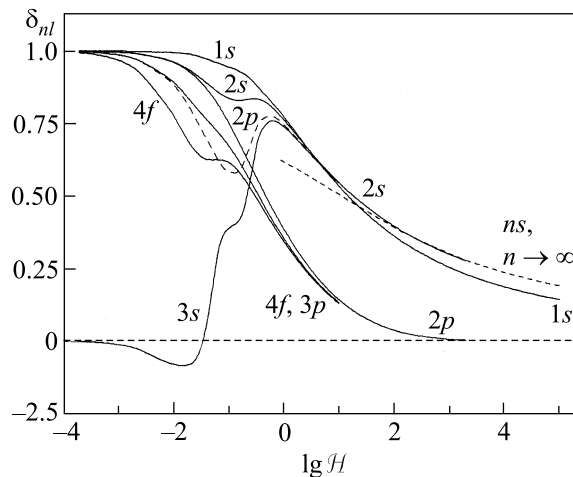


Рис.2. Квантовые дефекты δ_{nl} согласно результатам численных расчетов – сплошные кривые, у которых указаны состояния атома водорода в соответствие с их классификацией при выключенном магнитном поле (штриховая кривая относится к состоянию $3d$)

3 вырожденных³⁾ уровня $3s, 3p$ и $3d$, из которых $3p$ имеет отрицательную четность и не взаимодействует с двумя другими, а $3s$ и $3d$ – состояния с одинаковой симметрией. Эти термы с ростом \mathcal{H} взаимно

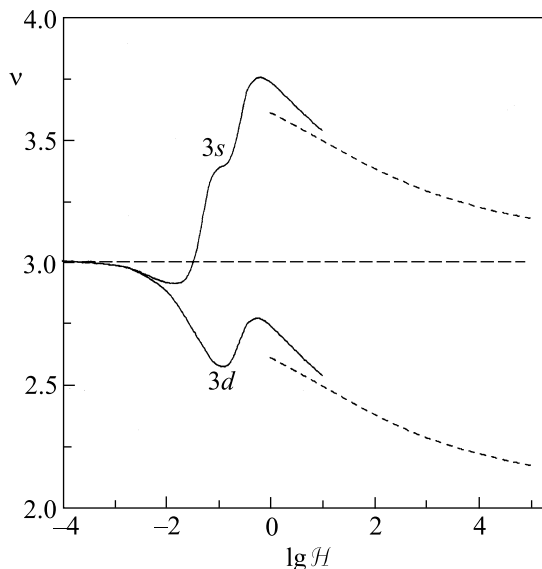


Рис.3. Зависимость $\nu = Z/\lambda$ от магнитного поля для состояний $3s$ и $3d$: сплошные кривые пересчитаны из данных работы [19], штриховые – по асимптотическому уравнению (4)

расталкиваются (см. рис.3), поскольку их пересече-

³⁾ Это так называемое “случайное” вырождение, обязанное группе скрытой симметрии $SO(4)$ кулоновского поля.

ние противоречило бы теореме Вигнера–Неймана⁴⁾. Как видно на рис.3, численные расчеты, доведенные в данном случае только до $\mathcal{H} = 10$ [19], удовлетворительно согласуются с асимптотическим уравнением (4), подтверждая, что $n_f = n - 1 = 2$ для состояния $3d$ и $n_f = n = 3$ для $3s$. То, что уровень $3d$ расположен ниже, чем $3s$, связано, по-видимому, с тем, что его радиальная волновая функция не имеет узлов ($l = n - 1$). Разумеется, для полной ясности хотелось бы продолжить численные расчеты энергий ε_{3s} и ε_{3d} хотя бы до $\mathcal{H} = 100$.

Квантовый дефект δ_{1s} для основного уровня заметно отличается от остальных δ_{ns} , см. рис.1. Эту величину также можно использовать как своего рода тест на эффект Зельдовича. Рассмотрим отношение

$$R_{12} = \delta_1/\delta_2 = (\sqrt{\varepsilon_1/\varepsilon_2} - \sqrt{2\varepsilon_1})^{-1}, \quad (12)$$

где $\varepsilon_{1,2}$ – энергии связи двух нижних уровней $1s$ и $2s$, выраженные в атомных единицах $me^4/\hbar^2 = 27.121 \text{ эВ}$. На рис.4 кривая 1 пересчитана из дан-

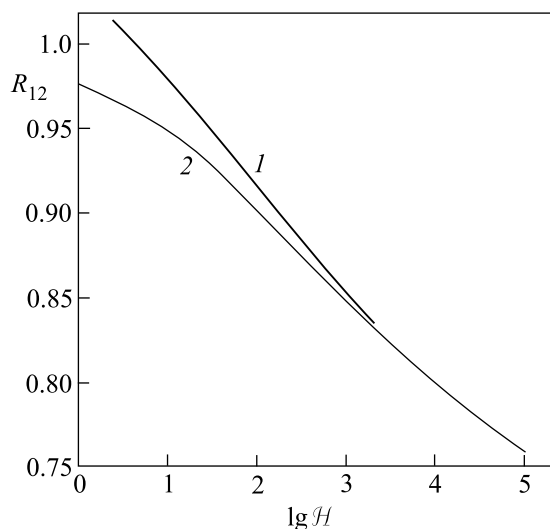


Рис.4.

ных численных расчетов [19], а кривая 2 отвечает решению уравнения (4). Эти кривые сближаются при $\mathcal{H} \gtrsim 100$, когда в задаче появляется малый параметр $r_0/a_B < 1/20$. В этой области сдвиг атомного уровня $2s$ связан с положением нижнего уровня $1s$ соотношением, специфическим для эффекта Зельдовича. Этот факт можно использовать при анализе астрофизических данных, а в случае необходимости можно

⁴⁾См. § 79 в [16]. Аналогичным образом, можно ожидать, что будут “взаимодействовать между собой” уровни $4s, 4d$ (четные) и $4p, 4f$ (нечетные). Действительно, на рис.2 заметна некоторая особенность в ходе кривой $\delta_{4f}(\mathcal{H})$.

обратиться и к отношениям $R_{1n} = \delta_1/\delta_n$, формулы для которых аналогичны (12).

Приведенные на рис.2 кривые $\delta_{nl}(\mathcal{H})$ для трех нечетных состояний указывают на возможность существования для них эффекта Зельдовича в интервале $1 \lesssim \mathcal{H} \lesssim 10^3$. В этом случае в системе отсутствует глубокий уровень типа квазиядерного (или $1s$, как в случае четных состояний), но роль его играет уровень $2p$, который, опускаясь с ростом \mathcal{H} , “тянет за собой” более высоко расположенные уровни с отрицательной четностью. В указанном выше интервале \mathcal{H} квантовые дефекты для состояний $2p, 3p$ и $4f$ близки друг к другу, что приводит к характерной периодичности значений ν_{nl} . Однако в области $\mathcal{H} > 1000$ сдвиги этих уровней уже очень малы. Так, для уровня $2p$ при $\mathcal{H} = 2000$ имеем: $\varepsilon_{2p} = 0.991 189 \dots$ (в ридбергах, см. табл. II в [19]) и $\delta_{2p} = \varepsilon_{2p}^{-1/2} - 1 = 0.00443$. Сдвиг $2p$ -уровня составляет при этом лишь 1.2% от расстояния между невозмущенными уровнями с $n = 1$ и 2 , а при $\mathcal{H} > 10^4$ он еще меньше и вряд ли может быть измерен на эксперименте.

Таблица 2

\mathcal{H}	B , Гс	ε_1	ε_2	δ_1	δ_2	R_{12}
400	9.4(11)	159.2	7.64	0.2923	0.3339	0.875
1000	2.35(12)	208.4	8.05	0.2554	0.3001	0.851
2000	4.70(12)	253.1	8.33	0.2318	0.2783	0.833
5000	1.18(13)	323.0	8.67	0.2052	0.2524	0.813
1.0(4)	2.35(13)	384.6	8.91	0.1880	0.2354	0.798
5.0(4)	1.18(14)	559.8	9.41	0.1559	0.2025	0.770
1.0(5)	2.35(14)	649.8	9.59	0.1447	0.1907	0.759

Примечание: ε_1 и ε_2 – энергии связи уровней $1s$ и $2s$ (при $n_p = m = 0$) в эВ, $\delta_{1,2}$ – их квантовые дефекты. Обозначение: $a(b) \equiv a \cdot 10^b$.

3. Сделаем несколько заключительных замечаний.

1) В табл.2 приведены энергии связи первых двух s -уровней, их квантовые дефекты и отношение (12). Значения ε_1 взяты нами из [19], а ε_2 рассчитаны по уравнению (4) – процедура, обратная по отношению к ранее использованной [8, 13]. При этом относительный сдвиг $2s$ -уровня (9) меняется от $\rho_2 = 0.584$ ($\mathcal{H} = 400$) до 0.393 при $\mathcal{H} = 10^5$. При $\varepsilon_2 = 8.5$ эВ ($\mathcal{H} \approx 3100$) этот уровень расположен посередине между несмещенными уровнями $E_n^{(0)}$ с $n = 1$ и 2 .

2) Имеется существенное различие в эффекте Зельдовича для трехмерных локальных потенциалов и в задаче с магнитным полем. В первом случае с ростом константы связи g перестройка спектра может повториться несколько раз: так, для прямо-

угольной ямы это происходит при $g \approx g_N = (2N + 1)^2 \pi^2 \hbar^2 / 8r_0^2$, $N = 0, 1, 2, \dots$. Во втором случае только основной уровень $1s$ может с ростом \mathcal{H} стать глубоким, а остальные уровни лежат в области $\nu > 1$ (что является характерным свойством одномерного кулоновского потенциала [17]). Поэтому в магнитном поле происходит только один цикл перестройки спектра (однако свой для каждой пары квантовых чисел n_ρ и $|m|$).

3) При $\mathcal{H} \gg 1$ размер атома в поперечном к полю направлении равен радиусу Ландау a_H , а в продольном направлении волновая функция выражается через функцию Уиттекера:

$$\chi_\lambda(z) = \sigma \cdot \text{const} \cdot W_{\nu, 1/2}(2\lambda|z|), \quad -\infty < z < \infty, \quad (13)$$

где $\nu = 1/\lambda$, $\sigma = 1$ для четных и $\sigma = \text{sgn } z$ для нечетных состояний. Интегралы, входящие в нормировку и в выражение для среднеквадратичного радиуса $a_{||} = \langle z^2 \rangle^{1/2}$, вычислены в [13], что позволяет получить для $a_{||}$ аналитическую формулу, которую мы здесь опустим ввиду громоздкости. Заметим лишь, что отношение $s = a_{||}/a_H$, характеризующее форму атома (область локализации электрона), составляет $s = 7.1, 15.6$ и 37 для $1s$ -уровня при $\mathcal{H} = 1000, 10^4$ и 10^5 , и соответственно $s = 90, 255$ и 7600 для уровня $2s$. Итак, атом имеет сигарообразную (в случае $1s$ при $\mathcal{H} \lesssim 10^4$) или даже игольчатую (для состояний $ns, n \geq 2$) форму. Его продольный размер сокращается с ростом \mathcal{H} , особенно в случае $1s$ -уровня, для которого $a_{||}/a_B = 0.225, 0.156$ и 0.116 при указанных выше значениях приведенного поля \mathcal{H} . Для возбужденных состояний $a_{||} \propto n^2$.

4) При $\mathcal{H} \sim 10^4 \div 10^5$ энергия уровня Ландау превышает энергию покоя электрона:

$$\hbar\omega_H/mc^2 = B/B_{cr}, \quad a_H = \frac{\lambda_e}{2\pi} \sqrt{\frac{B_{cr}}{B}}, \quad \lambda_e = \frac{2\pi\hbar}{mc}, \quad (14)$$

где $B_{cr} = m^2 c^3 / e\hbar$ – “критическое”, или швингеровское поле, характерное для КЭД (численно $B_{cr} = 4.41 \cdot 10^{13}$ Гс, или $\mathcal{H}_{cr} = 1.88 \cdot 10^4$). Поэтому при $\mathcal{H} \gtrsim 10^4$ необходимо учитывать релятивистские поправки к энергии уровней.

Таким образом, данные по квантовым дефектам ns -уровней, извлеченные из результатов выполненных ранее численных расчетов, указывают на то, что эффект Зельдовича должен проявляться в энергетическом спектре атома водорода в области сверхсильных магнитных полей $\mathcal{H} \gtrsim 100$, или $B \gtrsim 10^{11}$ Гс.

Процесс установления этого эффекта с ростом \mathcal{H} наглядно виден на рис.2–4, которые показывают, что по-существу он уже наблюдается (в численном эксперименте). Подтверждение этого вывода с помощью прямых астрофизических наблюдений представляло бы большой интерес.

В заключение я хотел бы выразить искреннюю благодарность Б. М. Карнакову за информацию о работе [15] и полезные замечания, С. И. Блинникову и В. Д. Муру за обсуждения в ходе работы, С. Г. Позднякову за помощь в численных расчетах. Я весьма признателен также М. И. Высоцкому, Ю. А. Симонову и К. А. Тер-Мартirosяну за обсуждение полученных результатов.

Работа частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, проект # 01-02-16850.

1. Я. Б. Зельдович, ФТТ **1**, 1637 (1959).
2. В. С. Попов, ЖЭТФ **60**, 1228 (1971).
3. А. Е. Кудрявцев, В. Е. Маркушин, И. С. Шапиро, ЖЭТФ **74**, 432 (1978).
4. H. van Haeringen, C. V. M. van der Mee, and R. van Wageningen, J. Math. Phys. **18**, 941 (1977).
5. H. van Haeringen and L. P. Kok, Phys. Rev. **C24**, 1827 (1981).
6. A. M. Badalyan, L. P. Kok, M. I. Polikarpov, and Yu. A. Simonov, Phys. Rept. **82**, 31 (1982).
7. L. P. Kok, J. W. de Maag, H. N. Brower, and H. van Haeringen, Phys. Rev. **26**, 2381 (1982).
8. Д. А. Киржниц, Ф. М. Пеньков, ЖЭТФ **82**, 657 (1982).
9. А. Е. Кудрявцев, В. С. Попов, Письма в ЖЭТФ **29**, 311 (1979).
10. T. L. Trueman, Nucl. Phys. **26**, 57 (1961).
11. А. И. Никишов, В. И. Ритус, ЖЭТФ **52**, 223 (1967).
12. H. Bateman and A. Erdelyi, *Higher Transcendental Functions*, **1**, Mc Graw-Hill, New York, 1953.
13. В. С. Попов, А. Е. Кудрявцев, В. Д. Мур, ЖЭТФ **77**, 1727 (1979); **80**, 1271 (1981).
14. M. Izycki, G. Bakenstoss et al., Zeits. Phys. **A297**, 1 (1980).
15. Б. М. Карнаков, Письма в ЖЭТФ (в печати).
16. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика (нерелятивистская теория)*, М.: Наука, 1974.
17. В. М. Галицкий, Б. М. Карнаков, В. И. Коган, *Задачи по квантовой механике*, М.: Наука, 1992.
18. S. P. Goldman and Z. Chen, Phys. Rev. Lett. **A67**, 1403 (1991); Phys. Rev. **A45**, 1722 (1992).
19. Jang-Haur Wang and Chen-Shiung Hsue, Phys. Rev. **A52**, 4508 (1995).