Письма в ЖЭТФ, том 77, вып. 2, с. 118 – 120 © 2003 г. 25 января

Влияние эффектов дальнодействия на критическое поведение трехмерных систем

С. В. Белим[1)]

Омский государственный университет, 644077 Омск, Россия

Поступила в редакцию 16 декабря 2002 г.

Осуществлено теоретико-полевое описание поведения изинговских систем с эффектами дальнодействия в двухпетлевом приближении непосредственно в трехмерном пространстве с применением техники суммирования Паде-Бореля. Проведен анализ ренормгрупповых уравнений и выделены фиксированные точки, определяющие критическое поведение системы. Показано, что влияние эффектов дальнодействия может приводить как к смене режима критического поведения, так и к смене рода фазового перехода.

PACS: 64.60.–i

Влияние эффектов дальнодействия, описываемого на больших расстояниях степенным законом $1/r^{-D-a}$, было исследовано аналитически в рамках ε-разложения [1 – 3] и численно методом Монте-Карло [4 – 6] для двумерных и одномерных систем и показало существенность влияния эффектов дальнодействия на критическое поведение изинговских систем для значений параметра $a < 2$. Однако до сих пор отсутствуют работы, в которых бы данная задача решалась аналитически непосредственно при размерности пространства $D = 3$. Тем не менее, такое описание необходимо в силу плохой сходимости рядов, получаемых в рамках ε-разложения. В данной работе проводится описание критического поведения трехмерных изинговских систем с учетом эффектов дальнодействия при различных значениях параметра a.

Гамильтониан системы с учетом эффектов дальнодействия может быть записан в виде

$$H = \int d^D q \Big\{ \frac{1}{2}(\tau_0 + q^a)\varphi^2 + u_0 \varphi^4 \Big\}, \qquad (1)$$

где φ – флуктуации параметра порядка, D – размерность пространства, $\tau_0 \sim |T - T_c|$, T_c – критическая температура, u_0 – положительная константа. Критическое поведение существенно зависит от параметра a, задающего скорость убывания взаимодействия с расстоянием. Как показано в работе [1], влияние эффектов дальнодействия существенно при $0 < a < 2$, а при $a \geq 2$ критическое поведение эквивалентно короткодействующим системам. Поэтому в дальнейшем мы ограничимся случаем $0 < a < 2$.

Проводя стандартную ренормгрупповую процедуру на основе техники фейнмановских диаграмм [7] с пропогатором $G(\mathbf{k}) = 1/(\tau + |\mathbf{k}|^a)$, получаем выражения для функций β, γ_φ и γ_t, задающих дифференциальное уравнение ренормгруппы:

$$\beta = -(4-D)\Big[1 - 36uJ_0 + 1728\Big(2J_1 - J_0^2 - \frac{2}{9}G\Big)u^2\Big)\Big],$$

$$\gamma_t = (4-D)\Big[-12uJ_0 + 288\Big(2J_1 - J_0^2 - \frac{1}{3}G\Big)u^2\Big],$$

$$\gamma_\varphi = (4-D)96Gu^2, \qquad (2)$$

$$J_1 = \int \frac{d^D q d^D p}{(1+|\mathbf{q}|^a)^2(1+|\mathbf{p}|^a)(1+|q^2+p^2+2\mathbf{pq}|^{a/2})},$$

$$J_0 = \int \frac{d^D q}{(1+|\mathbf{q}|^a)^2},$$

$$G = -\frac{\partial}{\partial |\mathbf{k}|^a} \times$$

$$\times \int \frac{d^D q d^D p}{(1+|q^2+k^2+2\mathbf{kq}|^a)(1+|\mathbf{p}|^a)(1+|q^2+p^2+2\mathbf{pq}|^{a/2})}.$$

Переопределим эффективную вершину взаимодействия:

$$v = u/J_0. \qquad (3)$$

В результате приходим к следующему выражению для функций β, γ_φ и γ_t:

$$\beta = -(4-D)\Big[1 - 36v + 1728\Big(2\widetilde{J_1} - 1 - \frac{2}{9}\widetilde{G}\Big)v^2\Big)\Big],$$

$$\gamma_t = (4-D)\Big[-12v + 288\Big(2\widetilde{J_1} - 1 - \frac{1}{3}\widetilde{G}\Big)v^2\Big], \qquad (4)$$

$$\gamma_\varphi = (4-D)96\widetilde{G}v^2,$$

$$\widetilde{J_1} = \frac{J_1}{J_0^2} \qquad \widetilde{G} = \frac{G}{J_0^2}.$$

[1)] e-mail: belim@univer.omsk.su

Такое переопределение приобретает смысл при значениях $a \le D/2$. При этом J_0, J_1, G становятся расходящимися функциями. Вводя же параметр обрезания Λ и рассматривая предел отношений

$$\frac{J_1}{J_0^2} = \frac{\int_0^\Lambda \int_0^\Lambda d^D q d^D p/((1+|\mathbf{q}|^a)^2(1+|\mathbf{p}|^a)(1+|q^2+p^2+2\mathbf{pq}|^a))}{\left[\int_0^\Lambda d^D q/(1+|\mathbf{q}|^a)^2\right]^2},$$

$$\frac{G}{J_0^2} = \frac{-\partial/(\partial|\mathbf{k}|^a)\int_0^\Lambda \int_0^\Lambda d^D q d^D p/((1+|q^2+k^2+2\mathbf{kq}|^a)(1+|\mathbf{p}|^a)(1+|q^2+p^2+2\mathbf{pq}|^a))}{\left[\int_0^\Lambda d^D q/(1+|\mathbf{q}|^a)^2\right]^2}, \tag{5}$$

при $\Lambda \to \infty$ получаем конечные выражения.

Значения фиксированных точек, собственных значений устойчивости и критических индексов для трехмерных систем

a	v^*	λ	ν	α	η	γ
1.5	0.015151	0.918690	0.555566	0.333302	0.002647	1.109661
1.6	0.015974	0.874129	0.557889	0.326333	0.003936	1.113582
1.7	0.020485	0.699732	0.567334	0.297998	0.004862	1.131910
1.8	0.023230	0.628209	0.572714	0.281858	0.007461	1.141155
1.9	0.042067	0.683927	0.620054	0.139838	0.013420	1.231787

Значения интегралов находились численно. Для случая $a \le D/2$ строилась последовательность значений J_1/J_0^2 и G/J_0^2 при различных значениях Λ и аппроксимировалась на бесконечность.

Режим критического поведения полностью определяется устойчивыми неподвижными точками ренормгруппового преобразования, которые могут быть найдены из условия равенства нулю β-функций:

$$\beta(v^*) = 0. \tag{6}$$

Условием устойчивости является положительность производной β-функции в неподвижной точке:

$$\lambda = \partial\beta(v^*)/\partial v > 0. \tag{7}$$

Индекс ν, характеризующий рост радиуса корелляции в окрестности критической точки ($R_c \sim |T - T_c|^{-\nu}$) находится на основе соотношения

$$\nu = \frac{1}{2}(1+\gamma_t)^{-1}.$$

Индекс Фишера η, описывающий поведение корелляционной функции в окрестности критической точки в пространстве волновых векторов ($G \sim k^{2+\eta}$), определяется на основе скейлинговой функции γ_φ: $\eta = \gamma_\varphi$. Значения остальных критических индексов могут быть определены, исходя из скейлинговых соотношений.

Известно, что ряды теории возмущений являются асимптотическими, а вершины взаимодействия флуктуаций параметров порядка во флуктуационной области достаточно велики, чтобы можно было непосредственно применять выражения (4). Поэтому с целью извлечения из полученных выражений нужной физической информации был применен метод суммирования Паде-Бореля. При этом прямое и обратное преобразования Бореля имеют вид

$$f(v) = \sum_i c_i v^i = \int_0^\infty e^{-t} F(vt) dt, \tag{8}$$

$$F(v) = \sum_i \frac{c_i}{i!} v^i. \tag{9}$$

Для вычислений β-функции был использован аппроксимант Паде [2/1], для γ_t- и γ_φ-функций – [1/1].

Устойчивые фиксированные точки ренормгруппового преобразования, производные β-функции в фиксированной точке и критические индексы для значений параметра $1.5 \le a \le 1.9$ приведены в таблице. Для значений параметра $0 < a < 1.5$ существует только гауссова фиксированная точка $v^* = 0$, не являющаяся устойчивой. Данный результат согласуется с предсказаниями ε-разложения [1 – 3]. Отсутствие устойчивой фиксированной точки свидетельствует о смене фазового перехода второго рода фазовым переходом первого рода [8].

Анализ критических индексов показывает, что при уменьшении параметра a индекс ν уменьшается, то есть замедляется скорость роста радиуса корелляции при приближении к критической точке.

Таким образом, для трехмерных изинговских систем рост эффектов дальнодействия приводит сначала к замедлению скорости роста радиуса корелляции в критической области, а затем, при значениях параметра $a < 3/2$, к смене рода фазового перехода.

1. M. E. Fisher, S.-k. Ma, and B. G. Nickel, Phys. Rev. Lett. **29**, 917 (1972).
2. J. Honkonen, J. Phys. **A23**, 825 (1990).
3. E. Luijten and H. Mebingfeld, Phys. Rev. Lett. **86**, 5305 (2001).
4. E. Bayong, H. T. Diep, Phys. Rev. **B9**, 18, 11920 (1999).
5. E. Luijten, Phys. Rev. **E60**, 7558 (1999).
6. E. Luijten and H. W. J. Bloöte, Phys. Rev. **B56**, 8945 (1997).
7. J. Zinn-Justin, *Quantum field theory and critical phenomena*, Clarendon Press, Oxford, 1989.
8. Ю. А. Изюмов, В. Н. Сыромятников, *Фазовые переходы и симметрия кристаллов*, М.: Наука, 1984.