Письма в ЖЭТФ, том 44, вып. 9, стр. 421 – 423 *10 ноября 1986 г.*

УСКОРЕНИЕ ЧАСТИЦ, ЗАХВАЧЕННЫХ СИЛЬНОЙ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ВОЛНОЙ С ИСКРИВЛЕННЫМ ФРОНТОМ, В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

С.В.Буланов, А.С.Сахаров

Показана возможность неограниченного ускорения частиц потенциальной волной с фронтом, имеющим вид поверхности вращения. Частицы совершают многократное число оборотов по азимуту, что позволяет предложить более компактную по сравнению с ранее рассмотренными схему ускорения. Найдены характерные энергии и энергетические спектры быстрых частиц.

1. Ускорение частиц волновой в магнитном поле параллельном фронту [1 – 5] представляет собой фундаментальное явление, имеющее обширные приложения. На основе этого механиз-

ма была сформулирована идея серфотрона-ускорителя, использующего сильные поля лазерного и СВЧ излучения [3]. Данный механизм привлекается и при обсуждении генерации быстрых частиц на фронтах бесстолкновительных ударных волн в космических условиях [6]. Суть механизма такова. В системе отсчета, движущейся с фазовой скоростью волны $v_ф$, появляется электрическое поле $E \approx \beta_ф B/\sqrt{1-\beta_ф^2}$ в направлении вдоль фронта, ускоряющее частицу. Отношение смещения частицы вдоль фронта Δy к расстоянию, проходимому вместе с волной Δx в пределе $\mathcal{E} \gg mc^2$, равно $\Delta y/\Delta x = \sqrt{1-\beta_ф^2}/\beta_ф$. Для $\beta_ф \equiv v_ф/c \ll 1$ отношение $\Delta y/\Delta x$ велико, что предъявляет существенные требования к размерам области ускорения, однородности амплитуды волны и магнитного поля.

2. Требование к размерам области ускорения в направлении фронта снимается, если фронт имеет вид поверхности вращения:

$$r = r_ф(z, t) = v_ф t - \frac{1}{2}\alpha(t)z^2 + \ \dots \ . \tag{1}$$

Функция Лагранжа для движения вдоль поверхности (1) равна

$$L^*(z, \varphi, \dot z, \dot\varphi, t) = -mc^2\sqrt{1 - \frac{\dot r_ф^2 + 2\dot r_ф r_ф' \dot z + r_ф^2\dot\varphi^2 + (1 + r_ф'^2)\dot z^2}{c^2}} + \frac{e\dot\varphi}{c}\int_0^{r_ф} B_z(r)rdr . \tag{2}$$

Магнитное поле имеет только z-компоненту, точка – производная по t, штрих – по координате z. В силу симметрии по φ сохраняется обобщенный импульс

$$p_\varphi = r_ф^2(\gamma\dot\varphi + \omega_z(r_ф)) = \mathrm{const}, \quad \omega_z(r_ф) = \frac{e}{mcr_ф^2}\int_0^{r_ф} B_z(r)rdr . \tag{3}$$

Здесь $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ – релятивистский фактор.

Для начальных условий: $z(0) = 0$, $\dot z(0) = 0$, траектория лежит в плоскости $z = 0$. При $t \to \infty$ она задана соотношениями:

$$\dot\varphi = -\frac{\omega_z(r_ф)}{\gamma}, \qquad \gamma = \sqrt{\frac{1 + \dfrac{\omega_z^2(r_ф)r_ф^2}{c^2}}{1 - \beta_ф^2}} . \tag{4}$$

При $B_z = \mathrm{const}$ в ультрарелятивистском пределе $\gamma = e|B_z|r_ф/2\sqrt{1-\beta_ф^2}$, траектория имеет вид логарифмической спирали $\varphi = (\sqrt{1-\beta_ф^2}/\beta_ф)\ln r$, а в нерелятивистском случае – спирали Архимеда $\varphi = eB_z r/mcv_ф$.

3. Для движения по z при малых отклонениях от плоскости $z = 0$ в силу (1) имеем

$$\ddot z + \frac{\dot\gamma}{\gamma}\dot z - \frac{\alpha\omega_z^2(r_ф)v_ф t}{\gamma^2}\left(1 + \frac{d\ln\omega_z(r_ф)}{d\ln r_ф}\right)z = 0, \tag{5}$$

где $\gamma(t)$ задано выражением (4). Устойчивость движения определяется знаком кривизны фронта в плоскости $\varphi = \mathrm{const}$ (знаком α). Если радиус кривизны $R = 1/\alpha$ растет $R \approx \approx v_ф t$, то в ультрарелятивистском пределе при $t \to \infty$ $z(t) \propto t^{(c - v_ф)/v_ф}$. Для постоянной кривизны $(\alpha > 0)$ $z(t) \propto \exp(\sqrt{\alpha ct/\beta_ф})$. При $\alpha < 0$ траектория $z = 0$ устойчива. Отсюда вытекает, что ускорение на фронтах с положительной кривизной $(\alpha > 0)$ менее эффективно по сравнению со случаем $\alpha < 0$.

Тем не менее, в течение ограниченного времени некоторые частицы могут приобретать значительную энергию и при $\alpha > 0$. Приращение энергии тем больше, чем дольше траектория остается в окрестности плоскости $z = 0$, что, в свою очередь, определяется отклонением начальных значений z и $\dot z$ от нуля. Если фронт волны имеет конечные размеры вдоль оси z, порядка z^*, то частица покидает область ускорения, обладая конечной энергией. Эту энергию можно оценить, исходя из того, что в ультрарелятивистском пределе она пропорциональна времени, которое частица проводит в области ускорения. Отсюда $\mathcal{E} \propto (z^*/z_0)^{v_\Phi/(c-v_\Phi)}$ для $\alpha \propto 1/v_\Phi t$ и $\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 \ln(z^*/z_0)$ для $\alpha = \mathrm{const}$, где $\mathcal{E}_1 = mc^2\beta_\Phi\omega_z/2\alpha c\sqrt{1-\beta_\Phi^2} = e|B_z|R/2\sqrt{1-\beta_\Phi^2}$.

Дифференциальный энергетический спектр частиц пропорционален $|dz_0/d\mathcal{E}|$ в силу сохранения потока в фазовом пространстве [7]. Окончательно найдем, что при $\alpha = 1/v_\Phi t$ спектр степенной

$$dN/d\mathcal{E} \propto \mathcal{E}^{-c/v_\Phi}, \tag{6}$$

а для $\alpha = \mathrm{const}$ $(\alpha > 0)$ спектр экспоненциальный

$$dN/d\mathcal{E} \propto \exp(-\sqrt{\mathcal{E}/\mathcal{E}_1}). \tag{7}$$

4. Чтобы получить условие удержания частицы на фронте волны в r-составляющую уравнений движения в системе отсчета $r = r_\Phi(t)$ вблизи $z = 0$

$$\dot{\gamma} v_\Phi = \frac{e}{m} E(r_\Phi) + \frac{eB_z(r_\Phi)}{mc} r_\Phi\dot{\varphi} + \gamma r_\Phi \dot{\varphi}^2 \tag{8}$$

необходимо подставить зависимости (4). Здесь $E(r_\Phi)$ – электрическое поле. Последнее слагаемое описывает вклад центробежного ускорения. Из (8) следует, что условие неограниченного ускорения, аналогичное полученному в [3-5] для плоской волны, в цилиндрическом случае имеет вид

$$E(r_\Phi) \geqslant \frac{r_\Phi^2 B_z(r_\Phi) - \int_0^{r_\Phi} B_z(r) r\, dr}{r_\Phi^2\sqrt{1-\beta_\Phi^2}}. \tag{9}$$

Если $B_z = \mathrm{const}$, то должно быть $E > B_z/2\sqrt{1-\beta_\Phi^2}$.

5. Выше предполагалось, что магнитные силовые линии прямые. В простейшей модели, описывающей кривизну силовых линий, $\mathbf{B} = B_z \mathbf{e}_z - hz\mathbf{e}_r$, где B_z и h постоянные, B_z/h имеет смысл радиуса кривизны силовых линий. Данный эффект приводит к модификации уравнения (5). В нем α необходимо заменить на величину $\tilde{\alpha} = \alpha + 4h(1-\beta_\Phi^2)/B$. При $\tilde{\alpha} > 0$ траектория $z = 0$ неустойчива, а при $\tilde{\alpha} < 0$ – устойчива.

6. При движении ультрарелятивистской частицы вдоль фронта цилиндрической волны скорость потерь энергии на излучение $\dot{\mathcal{E}}_- = -\dfrac{e^4 B_z^2}{6m^2c^3}\left(\dfrac{\mathcal{E}}{mc^2}\right)^2$ (см. [8]), а темп набора энергии в силу (4) равен $\dot{\mathcal{E}}_+ = \dfrac{e|B_z|v_\Phi}{2\sqrt{1-\beta_\Phi^2}}$. Приравнивая темп ускорения темпу потерь, получаем, что радиационные потери ограничивают энергию быстрых частиц величиной

$$\mathcal{E}_{max} = mc^2\left(\frac{6m^2c^3 v_\Phi}{e^3 B_z}\right)^{1/2} \approx mc^2\left(\frac{v_\Phi}{\omega_z r_e}\right)^{1/2} \gg mc^2, \tag{10}$$

где $r_e = e^2/mc^2$ – классический радиус электрона.

Авторы благодарят Г.А.Аскарьяна, Г.М.Батанова и Л.М.Коврижных за обсуждение этой работы.

Литература

1. *Сагдеев Р.З.* Вопросы теории плазмы, М.: Атомиздат, 1964, **4**, 20.
2. *Сагдеев Р.З., Шапиро В.Д.* Письма в ЖЭТФ, 1973, **17**, 389.
3. *Dawson J.M.* Proceedings of Int. Conf. on Plasma Physics, Lausanne, 1984, v. II, invited papers, A837.
4. *Грибов Б.Э., Сагдеев Р.З., Шапиро В.Д., Шевченко В.И.* Письма в ЖЭТФ, 1985, **42**, 54.
5. *Моисеев С.С., Мухин В.В., Новиков В.Е., Сагдеев Р.З.* Доклады АН СССР, 1985, **285**, 346.
6. *Gubchenko V.M., Zaitsev V.V.* Solar Phys., 1979, **63**, 337; *Ohsawa Y., Sakai J.* Geophys Res. Lett., 1985, **12**, 617.
7. *Буланов С.В., Сасоров П.В.* Астрон. Ж., 1975, **52**, 763.
8. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля, М.: Наука, 1967.

Институт общей физики
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
21 августа 1986 г.