Письма в ЖЭТФ, том 44, вып. 9, стр. 424 – 426 *10 ноября 1986 г.*

САМОВОЗБУЖДЕНИЕ БАЛЛОННЫХ ТИРИНГ-МОД И ПРИРОДА АНОМАЛЬНОСТИ ТОРОИДАЛЬНОГО МАГНИТНОГО УДЕРЖАНИЯ ПЛАЗМЫ

Л.Е.Захаров, К.Ридел [1)]

Открыт эффект самовозбуждения тиринг-мод, связанных с давлением плазмы, который приводит к их безусловной неустойчивости в тороидальных системах с сильным продольным полем. Тем самым выявлен общий и, по нашему мнению, главный механизм разрушения конфигурации, определяющий потери энергии из плазмы на токамаках и стеллараторах.

Все эксперименты на установках токамак свидетельствуют о наличии механизма аномальных потерь энергии из плазмы, который проявляется как в омических режимах, так и при дополнительном нагреве, независимо от способа нагрева. Несмотря на то, что универсальность этого явления указывает на МГД характер аномальности, в теории до сих пор отсутствовал ее адекватный механизм. Ниже будет показано, что в высокотемпературной тороидальной плазме, в которой хорошо выполняется условие $\mathbf{B}\nabla p = 0$, МГД возмущения тирингового типа всегда неустойчивы из-за градиента давления. Связанное с ними расщепление рациональных магнитных поверхностей, по нашему мнению, и является ответственным за аномальный перенос в тороидальных системах.

Для иллюстрации неустойчивости баллонных тиринг-мод [1] рассмотрим широко используемую простейшую модель конфигурации токамака с круглыми магнитными поверхностями [1, 2]: $g_{11} = 1$, $g_{12} = 0$, $g_{22} = a^2$, $g_{33} = (R - a\cos\theta)^2$ Чтобы описать как линейные, так и нелинейные характеристики МГД возмущений, будем действовать в соответствии с теорией близкого равновесия. Тиринговые возмущения расщепляют резонансную поверхность, превращая ее в цепочку магнитных островков. Главным эффектом здесь является уплощение профиля давления по ширине острова $2w$ в силу условия равновесия $\mathbf{B}\nabla p = 0$. Мы учтем этот эффект модельным образом, уплостив исходный профиль давления в полосе шириной $2w$ у резонансной поверхности. Учитывая, что уравнения близкого равновесия вне островов совпадают с уравнениями Эйлера теории устойчивости, величину w можно будет найти тогда как собственное значение из условия нейтральной устойчивости модифицированного профиля давления, как это делалось нами в [2].

Рассмотрим моды с большими волновыми числами $m, n \gg 1$. Вводя безразмерную переменную $x = m(a - a_m)/a_m$, $nq(a_m) = m$ и представляя пробную функцию смещения плазмы в виде

$$\xi(x, \theta, \zeta) = e^{im\theta - in\zeta} \sum_l F_l(x) e^{il\theta}, \quad l = -1, 0, 1, \tag{1}$$

имеем выражение для потенциальной энергии

$$W = \sum_l \int_{-\infty}^{\infty} dx \left\{ [(l - Sx)F_l]'^2 + (l - Sx)^2 F_l^2 + \left(\frac{1}{2}\alpha^2 + \alpha U\right) F_l^2 + \right. \\ \left. + \frac{\alpha}{2} F_l' \left(F_{l+1} - F_{l-1}\right) - \alpha F_l F_{l+1} \right\} \tag{2}$$

где $S = q'a_m/q$ – шир, $U = (1 - 1/q^2)a/R$ – магнитная яма, а профиль $\alpha(x) = -8\pi p' R q^2/B_s^2$ для квазилинейного рассмотрения показан на рис. 1. Считая для простоты $S, \alpha \ll 1$, имеем уравнения Эйлера

$$S^2 \frac{d}{dx} x^2 \frac{dF_0}{dx} - S^2 x^2 F_0 = \left(\frac{\alpha^2}{2} + \alpha U\right) F_0 - \frac{\alpha'}{2}\overline{D} - \alpha(D + \overline{D}'),$$

[1)] Нью-Йоркский университет.

$$D'' - D = -\frac{\alpha}{2}F_0, \quad \overline{D}'' - \overline{D} = \frac{\alpha'}{4}F_0 + \frac{\alpha}{2}F_0',$$

где $D = (F_1 + F_{-1})/2$, $\overline{D} = (F_1 - F_{-1})/2$.

Решения для $D, \overline{D}$ имеют вид

$$D = \frac{1}{4}\int_{-\infty}^{\infty} \alpha F_0 e^{-|x-t|} dt,$$

$$\overline{D} = \frac{1}{4}\int_{-\infty}^{\infty} \alpha F_0 H(x-t) e^{-|x-t|} dt + \frac{1}{8}\int_{-\infty}^{\infty} \alpha' F_0 e^{-|x-t|} dt, \tag{3}$$

где $H(x) = 1$ при $x > 0$, $H(x) = -1$ при $x < 0$. Подставляя их в уравнение (3) для F_0 после стандартной процедуры приходим к выражению для энергии

$$W = S^2 \int_{-\infty}^{\infty} [(xF_0)'^2 + x^2F_0^2]\, dx + \int_{-\infty}^{\infty} \alpha U F_0^2 dx - \frac{1}{16}\int_{-\infty}^{\infty} \alpha' F_0 dx \int_{-\infty}^{\infty} \alpha' F_0 e^{-|x-t|} dt -$$

$$- \frac{1}{4}\int_{-\infty}^{\infty} \alpha' F_0 dx \int_{-\infty}^{\infty} \alpha F_0 H(x-t) e^{-|x-t|} dt. \tag{4}$$

Взяв далее простейшую пробную функцию $F_0(x) = e^{-|x|}/x$, соответствующую тиринговому возмущению, имеем с учетом профиля $\alpha(x)$

$$W = S^2 \int_{-\infty}^{\infty} [(xF_0)'^2 + x^2F_0^2]\, dx + 2\int_{w}^{\infty} \alpha U F_0^2 dx + \alpha^2 F(w) \operatorname{ch} w \left[\int_{w}^{\infty} F_0 e^{-x} dx - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{4} e^{-w} F_0(w)\right] = 2S^2 + 2\alpha U/w + \alpha^2\left(-\ln 2w - 0{,}6 - \frac{1}{4w}\right)/w, \tag{5}$$

где явно написана асимптотика при $w \to 0$.

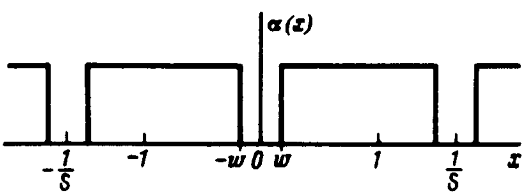

Рис. 1

Рис. 2

Рис. 1. Профиль $\alpha(x)$ для модельного учета эффекта уплощения давления магнитными островами

Рис. 2. Зависимость ширины насыщенного острова от градиента давления: *1* – $S = 0{,}1$, $U = 0$; *2* – $S = 0{,}1$, $U = 0{,}2$; *3* – $S = 1{,}0$, $U = 0$; *4* – $S = 1{,}0$, $U = 0{,}2$

Нетрудно видеть, что при малом w потенциальная энергия всегда отрицательна и даже магнитная яма не способна обеспечить устойчивость. Из условия нейтральной устойчивости $W = 0$ ширина насыщенного острова оценивается выражением

$$w = \frac{\alpha}{4U + \sqrt{16U^2 + 8S^2}} \tag{6}$$

и растет при увеличении давления плазмы (рис. 2). Переход к размерной w осуществляется по правилу $w \to a_m w/m$, откуда ясно, что при учете всех волновых чисел m, n магнитные островки должны быть перекрыты, а магнитные силовые линии переплетены. Это не может не привести к увеличению переносов в высокотемпературной плазме.

Важно отметить, что хотя постановка задачи об устойчивости модифицированного давления возникла из квазилинейного анализа эффекта расщепления структуры магнитного поля, связанного с конечной амплитудой возмущения, полученная неустойчивость не имеет порога по амплитуде. При высокой температуре, когда хорошо обеспечивается условие $\mathbf{B}\nabla p = 0$, ее инкремент должен быть промежуточным между обратными альфвеновским и скиновым временами.

Наше рассмотрение показывает, что для баллонных тиринг-мод общепринятый в теории гладкий невозмущенный профиль давления $\alpha(x) = \mathrm{const}$ (игнорирование α' в уравнениях (3)) не соответствует физике неустойчивости даже в приближении малых амплитуд $w^2 \to 0$. Соответственно неприменима и стандартная теория устойчивости, не учитывающая воздействия возмущения на анализируемые профили давления. Такая специфика баллонных тиринг-мод (g-мод по старой терминологии) позволяет считать их неустойчивость новым МГД явлением, которое мы назовем самовозбуждением.

Отметим, что эффект самовозбуждения баллонных тиринг-мод принципиально связан с тороидальным зацеплением гармоник возмущения, а в остальном не зависит от типа тороидальной системы и от предположения $m, n \gg 1$. Его инвариантность по отношению к модели плазмы и отсутствие порога по давлению дает все основания полагать, что производимое баллонными тиринг-модами разрушение магнитной конфигурации и есть основной механизм, определяющий повсеместно наблюдаемую аномальность в потерях энергии из тороидальных систем с сильным продольным полем (токамаков, стеллараторов).

Литература

1. *Strauss H.* Phys. Fluids, 1981, **24**, 2004.

2. *Захаров Л.Е., Семенов С.Б., Ридел К.* Письма в ЖЭТФ, 1986, **44**, 26.

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию
9 сентября 1986 г.