Письма в ЖЭТФ, том 44, вып. 9, стр. 426 – 428 *10 ноября 1986 г.*

ВЛИЯНИЕ ДИФРАКЦИИ НА ПОГЛОЩЕНИЕ НИЖНЕ-ГИБРИДНЫХ ВОЛН В ТОКАМАКЕ

Г.В.Переверзев

Показано, что дифракционные эффекты приводят к сильному замедлению нижне-гибридных волн при распространении в плазме токамака. В результате резко возрастает эффективность поглощения волн электронами.

В современных экспериментах по генерации тока в токамаках нижне-гибридными (НГ) волнами достигнуты значения тока в несколько сотен килоампер, что говорит о высокой эффективности взаимодействия волн с электронами. Вместе с тем, до сих пор не существует общепринятого объяснения для механизма такого взаимодействия. Дело в том, что на границе плазмы, как правило, возбуждаются бегущие волны с фазовой скоростью, на порядок и более превышающей тепловую скорость электронов. Наблюдаемое в экспериментах поглощение волн говорит о том, что при распространении волны в плазме происходит перекачка энергии волн по спектру в область более низких фазовых скоростей.

В настоящее время для решения задачи о распространении НГ волн в плазме токамака широко используется лучевой метод (приближение геометрической оптики) [1, 2]. В рамках этого метода было установлено, что существенное замедление волн возможно только в результате многократного прохода волны от периферии к центру плазмы и обратно. В настоящей работе показано, что дифракционные эффекты, не описываемые основным приближением лучевого метода, приводят к значительному уширению спектра волн по фазовым скоростям, причем уже за один проход по радиусу в спектре появляются достаточно медленные волны, способные эффективно взаимодействовать с электронами. Физическая причина сильного влияния дифракции на распространение НГ волн обусловлена тем, что эти волны распространяются в плазме токамака в виде узких пучков [3, 4], амплитуда которых быстро спадает в направлении, перпендикулярном к оси пучка. Поперечный размер волнового пучка может оказаться сравнимым с длиной волны, что приводит к дифракционному расплыванию пучка и ограничивает применимость геометрооптического подхода к описанию НГ волн.

Для простоты мы ограничимся рассмотрением случая, когда продольное замедление НГ волн достаточно велико $N_{\parallel}^2 \gg 1$, и можно пользоваться потенциальным приближением. Потенциал волны φ удовлетворяет волновому уравнению

$$\operatorname{div} \hat{\epsilon} \operatorname{grad} \varphi = 0, \tag{1}$$

где $\hat{\epsilon}$ — тензор диэлектрической проницаемости плазмы. Будем считать, что магнитные поверхности в полоидальном сечении токамака представляют собой вложенные концентрические окружности. Введем квазицилиндрические координаты (r, θ, ζ), где r — расстояние до магнитной оси, θ — полоидальный и ζ — тороидальный угол. Ввиду тороидальной симметрии системы потенциал волны можно искать в виде $\varphi(r, \theta, \zeta, t) = u(r, \theta)\exp(in\zeta - i\omega t)$. Нас интересуют решения уравнения (1), описывающие узкие волновые пучки. Процедура получения такого решения описана в [5] и состоит в следующем. Пусть кривая $\theta = \bar{\theta}(r)$ является характеристикой волнового уравнения (1). Локализованное вблизи этой характеристики решение ищется в виде ряда по степеням малого параметра, пропорционального $\omega^{-1/2}$. В рассматриваемой задаче удобно в качестве такого параметра использовать величину $n^{-1/2}$, где n - тороидальное волновое число (обычно в токамаках $n > 100$). Можно показать, что с точностью до членов порядка $n^{-3/2}$ решением уравнения (1) будет

$$u(r, \theta) = N(r) H_l\left(\frac{\theta - \bar{\theta}(r)}{\sigma(r)}\right) \exp\left\{ -\frac{1}{2}\left(\frac{\theta - \bar{\theta}(r)}{\sigma(r)}\right)^2 + in\psi_l(r, \theta)\right\}, \tag{2}$$

где $H_l(x)$ — полином Эрмита, $N(r)$ — нормировочный множитель. Фазу волны $\psi_l(r, \theta)$ можно представить в виде ряда по степеням $\theta - \bar{\theta}(r)$, но поскольку фазовая информация нам в дальнейшем не понадобится, то явное выражение для $\psi_l(r, \theta)$ мы здесь не приводим. Функция $\sigma(r)$ является решением следующего дифференциального уравнения

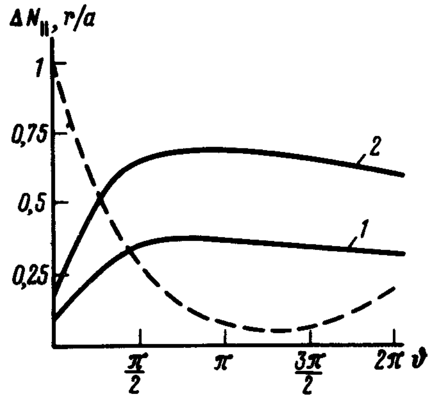
$$\frac{r^2 k_r^3}{n^2\beta^2 h_0^2}\frac{d}{dr}\left(\frac{r^2 k_r^3}{n^2\beta^2 h_0^2}\frac{d\sigma}{dr}\right) + \sigma\left[\frac{r^2 k_r^3}{n^2\beta^2 h_0^2}\frac{d}{dr}\left(\frac{rk_\theta h_1}{h_0}\right) - \frac{r^2 k_r^2 h_2}{h_0^2}\left(\frac{rk_\theta}{nqR_0} + h_0\right)\right] = \frac{1}{\sigma^3}. \tag{3}$$

Здесь $k_r(r)$ и $k_\theta(r)$ — компоненты квазиклассического волнового вектора $\mathbf{k}(r)$, определяемые так же как и $\bar{\theta}(r)$ уравнениями характеристик. В экспериментах по генерации тока НГ волнами обычно имеет место неравенство $\omega_{Be}^2 \gg \omega_{pe}^2(r) > \omega^2 > \omega_{pi}^2(r)$. В этом случае

$$\beta^2(r) = \frac{\omega_{pe}^2(r) - \omega^2}{\omega^2 - \omega_{pi}^2(r)}, \quad h(r, \theta) = \frac{1}{R_0 - r\cos\theta}, \quad h_k(r) = \left.\frac{\partial^k h(r, \theta)}{\partial\theta^k}\right|_{\theta = \bar{\theta}(r)},$$

где $q(r)$ — коэффициент запаса устойчивости токамака, R_0 — расстояние от главной оси тора до магнитной оси.

При $l = 0$ функция (2) описывает распространение гауссова пучка, а произвольный волновой пучок можно представить в виде суперпозиции решений вида (2). Функция $\sigma(r)$ характеризует область локализации пучка в окрестности характеристики $\theta=\bar{\theta}(r)$, причем среднеквадратичная по переменной θ полуширина моды номера l выражается через $\sigma(r)$ как $\sqrt{l+0{,}5}\,\sigma(r)$. Уравнение (3) описывает изменение ширины волнового пучка при распространении вглубь плазмы и содержит эффекты дифракции, не учитываемые лучевым методом. Например, из (3) сразу видно, что если на границе плазмы ширина пучка достаточно мала, то главной становится правая часть уравнения, и функция $\sigma(r)$ быстро возрастает.



Изменение ширины спектра $\Delta N_\parallel$ пакета НГ волн при распространении в плазме. Предполагается, что полоидальная полуширина волнового пучка на границе плазмы составляет $\sigma(a) = \pi/12$, $\omega_{pe}^2(r)/\omega^2 = 400\,(1-(r/a)^2)$; $q(r) = 1{,}5 + 2(r/a)^2$, $a = 40$ см, $R_0 = 130$ см. Для кривой $1 - n = 70$, что соответствует замедлению в максимуме пакета $N_\parallel = 2{,}1$. Для кривой $2 - n = 130$ и $N_\parallel = 4$

В установках токамак НГ волны создаются системой сфазированных волноводов. Конечность полоидального размера волноводов приводит к тому, что даже при фиксированном значении n спектр волн имеет конечную ширину по переменной $N_\parallel$. На рисунке приведен результат решения уравнения (3) для параметров токамака PLT. Здесь показано изменение ширины спектра по $N_\parallel$ в процессе распространения для двух случаев, в которых замедление на границе составляет $N_\parallel = 2{,}1$ и $N_\parallel = 4$. Пунктиром показано движение максимума пакета по радиусу (кривая $\theta = \bar{\theta}(r)$). Для интерпретации этого рисунка следует иметь в виду, что около 10% энергии волнового пакета содержится в модах $l \gtrsim 10$, для которых уширение спектра в $\sqrt{l+0{,}5}$ раз превышает величину, представленную на рисунке. Для реальных спектров установки PLT такого уширения вполне достаточно для появления волн с $N_\parallel \geqslant 6$ и возникновения возможности резонансного взаимодействия волн с электронами.

Таким образом, дифракция на порядок и более повышает эффективность взаимодействия НГ волн с плазмой, что приводит к сильному поглощению волн уже на первом проходе по радиусу. Используемый в настоящее время метод лучевых траекторий не описывает этого эффекта.

Литература

1. *Баранов Ю.Ф., Федоров В.И.* Письма в ЖТФ, 1978, **4**, 800.
2. *Bonoli P.T., Ott E.* Phys. Fluids, 1982, **25**, 359.
3. *Neudatchin S.V., Parail V.V., Pereverzev G.V., Shurygin R.V.* 12-th European Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics, Budapest, 2 – 6 September, 1985, Contributed Papers, Part 2, 212.
4. *Schuss J.J.* Phys. Fluids, 1985, **28**, 1779.
5. *Бабич В.М., Булдырев В.С.* Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн. М.: Наука, 1972.

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию
9 сентября 1986 г.