Письма в ЖЭТФ, том 44, вып. 11, стр. 481 – 483 *10 декабря 1986 г.*

ЭВОЛЮЦИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ В ИНФЛЯЦИОННОЙ ВСЕЛЕННОЙ

Л.А.Кофман[1)], *В.Ф.Муханов*

Решена задача о поведении скалярных возмущений метрики Вселенной в теории гравитации с высшими производными. Показано, что неоднородности, генерируемые из квантовых флуктуаций могут оказаться достаточными для образования галактик. Найдены ограничения на параметры теории, вытекающие из наблюдений.

Теории гравитации с высшими производными представляют значительный интерес по ряду причин. Прежде всего отметим, что к добавкам неэйнштейновского типа в эффективном действии, обусловливающим наличие высших производных, могут приводить, например, эффекты поляризации вакуума физических полей во внешнем гравитационном поле, либо теория струн [9]. Кроме того, есть основания ожидать, что в рамках теорий с высшими производными удастся построить удовлетворительную квантовую перенормируемую теорию гравитации [10].

Как было показано в работах [7,8], на ранних этапах эволюции Вселенная могла пройти через инфляционную стадию, обусловленную эффективной космологической постоянной, возникающей благодаря нелинейным по кривизне добавкам в эйнштейновских уравнениях. В инфляционных моделях имеется принципиальная возможность объяснить происхождение затравочных неоднородностей, необходимых для образования галактик [1–4]. Из-за наличия высших производных, заранее нет оснований ожидать, что картина эволюции возмущений в рамках рассматриваемых теорий будет напоминать эволюцию возмущений в качественно отличных моделях инфляции со скалярным полем. Квантование флуктуации метрики на фоне де ситтеровской Вселенной в модели с высшими производными рассматривалось в [2]. Данная работа посвящена исследованию поведения возмущений на различных этапах эволюции Вселенной.

Рассмотрим теорию с полным действием вида

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x\sqrt{-g}\,(-R + \frac{1}{6M^2}R^2). \qquad (1)$$

Дальнейший анализ показывает, что полученные результаты для возмущений в этой модели остаются качественно справедливыми в широком классе теорий с высшими производными.

Как и в [4], удобно использовать метрику плоской, однородной, изотропной космологической модели с малыми скалярными возмущениями в калибровке релятивистского потенциала [5].

$$ds^2 = a^2(\eta)[(1 + 2\phi)d\eta^2 - (1 - 2\psi)\delta_{\alpha\beta}dx^\alpha dx^\beta]. \qquad (2)$$

---

1) Институт астрофизики и физики атмосферы АН ЭССР.

Нам понадобятся следующие уравнения для невозмущенной модели, вытекающие из уравнений Эйнштейна

$$R'' + 2\alpha R' + M^2 a^2 R = 0, \tag{3}$$

$$\alpha^2 - \alpha' = \frac{F''}{2F} - \alpha \frac{F'}{F}. \tag{4}$$

Здесь штрих означает дифференцирование по конформному времени η, $\alpha = a'/a$ и $F = 1 - R/3M^2$. Из $0-0$, $0-\alpha$ и $\alpha - \beta$ $(\alpha \neq \beta)$ уравнений Эйнштейна получаем, соответственно, следующие уравнения для возмущений:

$$\Delta\psi - 3\alpha\psi' - 3\alpha^2\phi = \frac{1}{2M^2F}\left[\alpha\delta R' - \frac{1}{3}\Delta\delta R - \alpha'\delta R - 2\alpha R'\phi - R'\psi'\right], \tag{5}$$

$$\psi' + \alpha\phi = \frac{1}{6M^2F}\left[R'\phi + \alpha\delta R - \delta R'\right], \tag{6}$$

$$\delta R = 3M^2F(\phi - \psi). \tag{7}$$

Используя (4), решение системы (5) – (7) можно свести к решению следующего уравнения второго порядка для переменной $u = F^{3/2}a(\phi + \psi)/F'$:

$$u'' - \Delta u - \frac{z''}{z} u = 0; \quad z = \left(\frac{(a\sqrt{F})'}{a^2F'}\right). \tag{8}$$

В свою очередь, решение этого уравнения легко найти в асимптотиках. Взяв возмущение в виде плоской волны $u \propto e^{ikx}$, из (8), используя (6) и (7), получаем ϕ и ψ. Для длинноволновых возмущений с $k^2 \ll z''/z$:

$$\phi = C\left(\frac{1}{aF}\int aFdt\right)^{\bullet}, \quad \psi = \phi + C\frac{\dot F}{aF^2}\int aFdt, \tag{9}$$

где $t = \int a d\eta$ и точка означает дифференцирование по t. Эти формулы получаются также методами работы [6], пригодными лишь для однородных мод возмущений. Для коротковолновых возмущений с $k^2 \gg z''/z$ находим

$$\phi = -\frac{1}{3F^{1/2}}\left[\left(\frac{\ddot F}{\dot F} - \frac{5}{2}\frac{\dot F}{F} + \frac{\dot a}{a}\right)\left(C_1 \sin\left(k\int\frac{dt}{a}\right) + \right.\right.$$

$$\left.\left. + C_2\cos\left(k\int\frac{dt}{a}\right)\right) + \frac{k}{a}\left(C_1\cos\left(k\int\frac{dt}{a}\right) - C_2\sin\left(k\int\frac{dt}{a}\right)\right)\right],$$

$$\psi = -\phi + \frac{\dot F}{F^{3/2}}\left(C_1\sin\left(k\int\frac{dt}{a}\right) + C_2\cos\left(k\int\frac{dt}{a}\right)\right). \tag{10}$$

Как известно, широкому классу решений уравнений (3), (4) для невозмущенной фоновой модели присущ асимптотический квази-де ситтеровский режим эволюции [7]

$$a \propto e^{\int H(t)dt}, \quad H = \frac{M^2}{6}(t_s - t), \tag{11}$$

где $\dot H \ll H^2$. Подставляя (11) в (9) получаем зависимость амплитуды незатухающей моды длинноволновых возмущений от времени на квази-де ситтеровской стадии

$$\phi \cong C\left(\frac{1}{H}\right)^{\bullet} \cong -C\frac{\dot H}{H^2}, \quad \psi \cong -\phi. \tag{12}$$

На последующей, скаляронной стадии [8]

$$a \propto t^{2/3}\left[1+\frac{2}{3Mt}\sin Mt\right] \qquad (13)$$

и, соответственно,

$$\phi \cong \frac{3}{5}C, \quad \psi=\phi. \qquad (14)$$

Из (12) и (14) следует, что с момента выхода на длинноволновый режим амплитуда возмущений увеличивается в $\frac{3}{5}\frac{H^2}{\dot H} \cong 3{,}6\frac{H^2}{M^2}$ раз.

Кроме того, отметим, что возмущения, являвшиеся комформно-плоскими на квази-де ситтеровской стадии ($\phi \cong -\psi$) превращаются в комформно-ньютоновские ($\phi \cong \psi$) при переходе на скаляронную стадию. Этим их поведение отличается от поведения возмущений метрики в случае скалярного поля, где $\phi=\psi$ всегда. Более детальный анализ формул (9) показывает, что на стадии (11) возникают осциллирующие поправки к (14) . В отличие от случая скалярного поля, здесь осциллирующие части возмущений метрики ϕ и ψ смещены относительно друг друга на полпериода, что существенно для анализа последующего распада скаляронов на другие частицы.

Что касается коротковолновых возмущений, из (10) следует, что при достаточно больших k такие возмущения являются комформно-плоскими ($\phi \cong -\psi$) на всех этапах эволюции Вселенной.

Из полученных результатов и ограничений на амплитуду возмущений в галактических масштабах ($\phi=\psi<10^{-4}$) вытекают ограничения на M и H. Учитывая, что в момент выхода на длинноволновой режим $\phi=-\psi \cong Ml$ (см. [2]) и принимая во внимание коэффициент последующего усиления возмущений $\left(3{,}6\frac{H^2}{M^2}\right)$ получаем: $M<10^{+13}$ Гэв, $H<5\cdot 10^{13}$ Гэв, где H – значение постоянной Хаббла на квази-де ситтеровской стадии в момент выхода на длинноволновую асимптотику тех возмущений, которые ответственны за образование структуры Вселенной.

Литература

1. *Chibisov G.V., Mukhanov V.F.* "Galaxy Formation and phonons", 1980, Preprint № 162 of P.N.Lebedev Phys. Inst.
2. *Муханов В.Ф., Чибисов Г.В.* Письма в ЖЭТФ, 1981, **33**, 549; ЖЭТФ, 1982, **83**, 473.
3. *Guth A., Pi S.-Y.* Phys. Rev. Lett., 1982, **49**, 1110; *Starobinsky A.A.* Phys. Lett., 1982, **117B**, 175; *Hawking S.W.* Phys. Lett., 1982, **115B**, 295; *Bardeen J.P., Steinhardt P., Turner M.* Phys. Rev., 1983, **D26**, 679.
4. *Муханов В.Ф.* Письма в ЖЭТФ, 1985, **41**, 402.
5. *Chibisov G.V., Mukhanov V.F.* Theory of Relativistic Potential: Cosmological Perturbations, 1983, Preprint № 154, of P.N.Lebedev Phys. Inst.
6. *Старобинский А.А.* Письма в ЖЭТФ, 1985, **42**, 124.
7. *Kofman L.A., Linde A.D., Starobinsky A.A.* Phys. Lett., 1985, **175B**, 361.
8. *Starobinsky A.A.* Phys. Lett., 1980, **91B**, 99.
9. *Zwiebach B.* Phys. Lett., 1985, **156B**, 315; *Tseytlin A.A.* Phys. Lett., 1986, **176B**, 92.
10. *Antoniadis I., Tomboulis E.T.* "Gauge invariance and unitarity in higher derivatives quantum gravity", Preprint UCLA 84 TEP 10.

Институт астрофизики и физики атмосферы
Академии наук Эстонской ССР

Институт ядерных исследований
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
2 октября 1986 г.