

ВЛИЯНИЕ ЯВЛЕНИЯ НУЛЬ-ЗАРЯДА НА СТРУКТУРУ НЕСИНГУЛЯРНОГО ВИХРЯ В $^3\text{He-A}$

Г.Е. Воловик

В приближении большого нуль-зарядного логарифма получено аналитическое решение для несингулярного вихря при низких температурах. Обсуждаются свойства нового вихря.

Низкотемпературное поведение сверхтекучего $^3\text{He-A}$ отличается рядом особенностей, связанных с обращением в нуль щели в спектре фермионных возбуждений в двух точках на ферми-поверхности и имеющих строгую аналогию с явлениями киральной аномалии и нуль-заряда в физике элементарных частиц ¹. Это стимулирует экспериментальные исследования $^3\text{He-A}$ при $T/T_c \ll 1$. Мы рассмотрим здесь одно из следствий этих особенностей, которое можно экспериментально наблюдать, а именно: влияние аналога нуль-заряда на структуру несингулярного вихря с двумя квантами циркуляции.

В квантовой электродинамике с безмассовыми электронами поляризация вакуума приводит к логарифмическому убыванию эффективного заряда на малых частотах ω (или больших расстояниях) ²:

$$e_{eff}^2 = e^2 \frac{3\pi}{\ln \frac{\Lambda^2}{\omega^2}}, \quad (1)$$

где Λ – ультрафиолетовый параметр обрезания, и, следовательно, к логарифмическому росту электромагнитной энергии

$$\frac{1}{8\pi e_{eff}^2} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} = \frac{1}{24\pi^2 e^2} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \ln \frac{\Lambda^2}{\omega^2}. \quad (2)$$

В ${}^3\text{He-A}$, низкоэнергетическая структура которого соответствует квантовой электродинамике, роль векторного потенциала A электромагнитного поля играет орбитальный вектор l , помноженный на импульс Ферми: $A = k_F l$. Логарифмическая расходимость электромагнитной энергии соответствует в ${}^3\text{He-A}$ логарифмической расходимости в разложении гидродинамической энергии жидкости по градиентам вектора l . При $T \rightarrow 0$ гидродинамическая энергия имеет следующий вид ³ :

$$F = \int d^3x \left\{ \frac{1}{2} \rho v_s^2 - \frac{1}{2} C_0 (l \cdot v_s) (l \text{rot} l) + \frac{1}{2} v_s \text{rot} \left(\frac{1}{2} \rho l \right) + K_s (\vec{\nabla} \cdot l)^2 + K_t (l \text{rot} l)^2 + K_b [l, \text{rot} l]^2 + \frac{K_f}{\xi_d^2} [l, d]^2 \right\}, \quad (3)$$

где

$$C_0 / \hbar = \frac{k_F^3}{3\pi^2} \approx \frac{\rho}{m_3}, \quad K_s = \frac{\hbar^2 k_F^3}{96\pi^2 m^*}, \quad K_t = \frac{\hbar^2 k_F^3}{96\pi^2 m_3} \left(1 + \frac{2}{3} \frac{m_3}{m^*} \right),$$

а логарифмическая расходимость типа (2) содержится в параметре K_b :

$$K_b = \frac{\hbar^2 k_F^3}{96\pi^2 m_3} + \frac{\hbar^2 k_F^3}{24\pi^2 m^*} L, \quad (4)$$

$$L = \begin{cases} \ln \frac{\Delta_0^2}{T^2}, & T^2 > \Delta_0 v_F |l \text{rot} l|, \\ \ln \frac{\Delta_0}{v_F |l \text{rot} l|}, & T^2 < \Delta_0 v_F |l \text{rot} l|, \end{cases}$$

здесь Δ_0 – максимум щели в спектре, соответствующий параметру обрезания Λ в (1), m_3 – масса атома ${}^3\text{He}$, m^* – эффективная масса в ферми-жидкости, последний член в (3) – дипольное взаимодействие орбитального вектора l с единичным вектором d , описывающим спиновые степени свободы в ${}^3\text{He-A}$ / $\xi_d \sim 10^{-3}$ см – дипольная длина, а вектор d в вихре, как будет видно далее, можно считать постоянным.

Выясним, как влияет логарифмическая расходимость в K_b на структуру несингулярного вихря в ${}^3\text{He-A}$.

В несингулярном вихре (см. обзор ⁴) δ – функциональная особенность в роторе сверхтекучей скорости v_s сглаживается путем образования текстуры в поле вектора l , что описывается соотношением Мермина – Хо ⁵ :

$$\text{rot} v_s = \frac{\hbar}{4m_3} e_{ijk} l_j [\vec{\nabla} l_k, \vec{\nabla} l_k]. \quad (5)$$

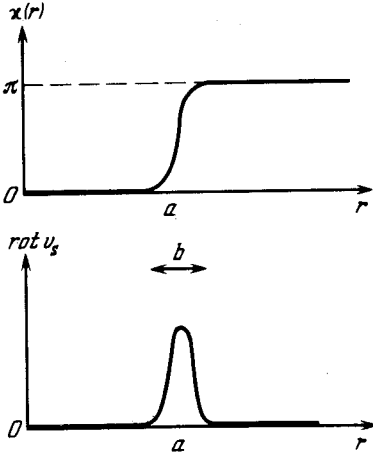
Структура вихря находится минимизацией энергии (3) со связью (5) и с условием, что циркуляция v_s вокруг вихря по удаленному контуру составляет два кванта циркуляции: $\oint dx \cdot v_s = \hbar / m_3$ (квант циркуляции равен $\hbar / 2m_3$). Последнее означает, что согласно (5) вектор l в текстуре обегает всю сферу единичного радиуса.

Логарифмическая расходимость в K_b приводит к тому, что минимальной энергией будет обладать такая структура вихря, в которой изгибные деформации поля l (т.е. деформации s [$l \text{rot} l$] $\neq 0$) минимальны. Такая структура представляет собой цилиндрический домен радиуса a , в котором центральная область, где $l = \hat{z}$ (\hat{z} – направление оси вихря), отделена тонкой доменной стенкой ширины b (которая, как мы увидим, $\ll a$) от внешней области

$c_1 = -\hat{z}$. Причем доменная стенка представляет собой солитон кручения ⁶ :

$$1 = \hat{z} \cos \chi(r) + \hat{\varphi} \sin \chi(r), \quad (6)$$

где z, r, φ — цилиндрические координаты, а вид функции $\chi(r)$ показан на рисунке. В плоском солитоне кручения $\text{rot} 1 \parallel 1$, т.е. изгиб отсутствует; изгиб возникает только в силу кривизны цилиндрической поверхности. Найдем a и b в логарифмическом приближении, т.е. считая логарифм L в (4) большим числом.



В низкотемпературном несингулярном вихре завихренность $\text{rot} v_s$ и текстура в поле вектора 1 сосредоточены в узком цилиндрическом слое ширины b и радиуса $a \gg b$. Этот слой представляет собой солитон кручения, в котором 1 меняет свое направление на противоположное, вращаясь в плоскости солитона.

В логарифмическом приближении энергия вихря складывается из энергии доменной стенки F_w и кинетической энергии F_k течения жидкости вокруг вихря. Взаимодействие между v_s и текстурой, описываемое 2-м и 3-м членами в (3), в этом приближении мало.

Скорость v_s течения равна $\frac{\hbar}{m_3 r}$ вне цилиндра, а внутри его равна нулю в силу экранирующего действия доменной стенки, в которой 1 обегает все значения. Поэтому кинетическая энергия на единицу длины вихря равна

$$F_k = \pi \rho \left(\frac{\hbar}{m_3} \right)^2 \ln \frac{R}{a}, \quad (7)$$

где R — внешний радиус обрезания.

Энергия доменной стенки на единицу длины вихря при условии $b \ll a$ и с учетом того, что d должно быть направлено вдоль \hat{z} , имеет вид

$$F_w = 2\pi a K_t f \int dr \left\{ \left(\frac{d\chi}{dr} \right)^2 + \frac{K_b}{K_t} \frac{\sin^4 \chi}{a^2} + \frac{\sin^2 \chi}{\xi_d^2} \right\}. \quad (8)$$

Как мы увидим в дальнейшем, дипольный вклад в энергию (3-й член в (8)) мал по сравнению со 2-м (изгибным) членом, поэтому его можно рассматривать как возмущение. В основном приближении имеем

$$\chi(r) = \text{arccotg} \left(-\frac{r-a}{b} \right), \quad b = a \left(\frac{K_t}{K_b} \right)^{1/2} \sim a L^{-1/2} \ll a, \quad (9)$$

т.е. ширина стенки b действительно меньше радиуса цилиндра a . Энергия F_w с учетом поправки за счет дипольного члена равна

$$F_w = 2\pi^2 (K_t K_b)^{1/2} \left(1 + \frac{b^2}{\xi_d^2} \right). \quad (10)$$

Минимизируя $F_k + F_w$, по a , находим для a выражение

$$a = \xi_d \left(\frac{\hbar^2 \rho}{4\pi m^2 K_t} \right)^{1/2} \left(\frac{K_b}{K_t} \right)^{1/4} \sim \xi_d L^{1/4}. \quad (11)$$

Поскольку размер стенки $b \sim \xi_d L^{-1/4}$ оказался меньше, чем ξ_d , дипольный вклад в энергию доменной стенки действительно мал, что оправдывает сделанные при выводе формул (9), (10) предположения.

Величина L при $T = 0$, как следует из (4) равна $\ln \frac{\xi_d}{\xi_0}$, где $\xi_0 = \frac{v_F}{\Delta_0}$ — длина когерентности. Поскольку $\frac{\xi_d}{\xi_0} \sim 10^3$, применение логарифмического приближения не является грубой ошибкой. Далее, ${}^3\text{He-A}$ при $T = 0$ существует только в присутствии магнитного поля. Чтобы магнитное поле, ориентирующее вектор $\mathbf{d} \perp \mathbf{H}$, не нарушало найденную структуру вихря, оно должно быть перпендикулярно к оси вращения, тогда \mathbf{d} должен установиться вдоль \hat{z} . Отклонения \mathbf{d} от \hat{z} за счет взаимодействия с текстурой доменной стенки малы в логарифмическом пределе.

Отметим некоторые свойства полученной вихревой структуры.

1. Данный вихрь относится к типу w -вихрей⁴, у которых четность нарушена таким образом, что внутри доменной стенки имеется спонтанный поток массы вдоль оси вихря.

2. В силу хорошо определенного и достаточно большого радиуса цилиндрического домена возникает новая хорошо определенная мода колебаний в вихре: колебания радиуса a вблизи равновесного значения.

3. Полученный низкотемпературный вихрь отличается от высокотемпературного тем, что вектор \mathbf{l} вне кора вихря направлен вдоль оси, так что, если пренебречь малыми отклонениями вектора \mathbf{d} , вихрь является осесимметричным. Поэтому при промежуточных температурах следует ожидать фазовый переход в несингулярном вихре между симметричным и несимметричным состояниями.

4. Структура вихря сильно чувствительна к направлению магнитного поля: при небольших отклонениях магнитного поля от поперечного направления доменная стенка размывается и аксиальная симметрия теряется, что должно быть заметным в ультразвуковых экспериментах.

Я благодарен М. Крусиусу (M. Krusius) и В.П. Минееву за обсуждение.

Литература

1. Воловик Г.Е. ЖЭТФ, 1987, 92, 2116.
2. Ландау Л.Д., Абрикосов А.А., Халатников И.М. ДАН СССР, 1954, 95, 1177.
3. Cross M.C. J. Low Temp. Phys., 1975, 21, 525.
4. Salomaa M.M., Volovik G.E. Rev. Mod. Phys., 1987, 59, 533.
5. Mermin N.D., Ho T.-L. Phys. Rev. Lett., 1976, 36, 594.
6. Maki K. Quantum Fluids and Solids, eds. S.B. Trickey, E.D. Adams, J.W. Duffy, Plenum Press, New York — London, 1977, p. 65.

В русском переводе в сборнике "Квантовые жидкости и кристаллы" НФФ № 10, стр. 56, Мир, Москва, 1979.

Институт теоретической физики

им. Л.Д. Ландау

Академии наук СССР

Поступила в редакцию

16 ноября 1987 г.