

## ВОЛЬТ-АМПЕРНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОТЯЖЕННОГО ДЖОЗЕФСОНОВСКОГО ПЕРЕХОДА: АНАЛОГИЯ С КИНЕТИКОЙ РОСТА КРИСТАЛЛА

*Е.Б. Коломейский*

Опираясь на аналогию с кинетикой роста кристалла найдены: вид резистивно-флуктуационного участка вольт-амперной характеристики (ВАХ) протяженного джозефсоновского перехода, а также ВАХ контакта, находящегося в смешанном состоянии при малой плотности вихрей.

Несмотря на растущие практические применения и почти тридцатилетнюю историю исследования, некоторые вопросы, относящиеся к эффекту Джозефсона, до сих пор остаются открытыми (см., например, монографию <sup>1</sup> и цитированную там литературу). Примером такого рода является вольт-амперная характеристика (ВАХ) протяженного джозефсоновского перехода (ПДП) при различных внешних условиях (см. ниже). В предлагаемой работе устанавливается вид этой зависимости исходя из аналогии с кинетикой роста кристалла.

Джозефсоновская фаза  $\varphi$  в присутствие плотности тока смещения  $j$  описывается уравнением <sup>1</sup>:

$$\omega_J^{-2} \ddot{\varphi} + \frac{\hbar}{2eRj_c} \dot{\varphi} = \lambda_J^2 \Delta\varphi - \sin\varphi + \frac{j}{j_c}. \quad (1)$$

Здесь  $\omega_J$  — джозефсоновская плазменная частота,  $R$  — полное сопротивление единицы площади ПДП нормальному току,  $j_c$  — критическая плотность тока Джозефсона,  $\lambda_J$  — джозефсоновская глубина проникновения магнитного поля. Уравнение (1) может быть получено варьированием джозефсоновского гамильтониана

$$H = \frac{\hbar j_c}{2e} \int d^2x \left[ \frac{1}{2} \lambda_J^2 (\nabla\varphi)^2 + 1 - \cos\varphi - \frac{j}{j_c} \varphi \right] \quad (2)$$

при условии, что фаза подчиняется динамическому уравнению

$$\frac{\hbar j_c}{2e} (\omega_J^{-2} \ddot{\varphi} + \frac{\hbar}{2e R j_c} \dot{\varphi}) = -\delta H / \delta \varphi. \quad (3)$$

Последние соотношения описывают рост поверхности кристалла (см., например, <sup>2</sup>), причем динамика роста (3) не является чисто релаксационной. Роль положения границы, как видно из (2), играет фаза, а пересыщения – плотность тока смещения. При нулевой температуре рост не происходит до тех пор, пока пересыщение не превысит некоторое пороговое. На языке ПДП это соответствует отсутствию напряжения на контакте при токах меньших джозефсоновского  $j_c$ . При отличной от нуля температуре и малых пересыщениях кристалл растет послойно путем образования и распространения двумерных зародышей по своей границе. Этому режиму соответствует резистивно-флуктуационная проводимость ПДП. Покажем, следуя идеям работы <sup>2</sup>, как может быть найден вид этого участка ВАХ.

Выигрыш энергии при возникновении внутри ПДП зародыша, представляющего собой замкнутое вихревое кольцо радиуса  $r$ , связан с тем, что фаза внутри кольца на  $2\pi$  превышает таковую вне зародыша. Проигрыш соответствует линейной энергии джозефсоновского вихря. Следовательно, энергия кругового зародыша есть

$$E(r) = 2\pi r \epsilon - \pi r^2 \cdot 2\pi \frac{j}{j_c} \frac{\hbar j_c}{2e},$$

где  $\epsilon$  – линейное натяжение вихря. Критическое кольцо характеризуется радиусом  $r_c$  и энергией  $E_c$

$$r_c = \epsilon e / \pi \hbar j \quad E_c = \epsilon^2 e / \hbar j.$$

Такой зародыш имеет смысл, если  $r_c \gg \lambda_J$ . Легко убедиться в том, что это неравенство эквивалентно условию малости тока смещения по сравнению с критическим током Джозефсона ( $j \ll j_c$ ). ПДП площади  $S$  содержит  $S/r_c^2$  возможных независимых колец, каждое из которых возникает с вероятностью в единицу времени

$$1/\tau = 1/\tau_0 \exp(-E_c/T),$$

где  $\tau_0^{-1}$  – некоторая микроскопическая частота. В нашем случае  $\tau_0^{-1} \sim \omega_J$ . Через время  $t$  число зародышей будет  $(S/r_c^2)(t/\tau)$ , а среднее расстояние между ними

$$\delta \sim r_c (\tau/t)^{1/2}.$$

Каждое кольцо растет радиально со скоростью  $v = \mu j$ , где  $\mu$  – подвижность вихря. Слияние зародышей происходит, когда их радиус  $r = vt$  станет равным  $\delta$ , т.е. когда

$$t = \bar{t} = (r_c^2 \tau / v^2)^{1/3}, \quad r = \delta = v \bar{t} = (v r_c^2 \tau)^{1/3}.$$

Суммарная средняя скорость изменения фазы равна

$$\bar{\dot{\varphi}} = 2\pi / \bar{t} \sim (\hbar^2 \mu^2 \omega_J / e^2 \epsilon^2)^{1/3} j^{4/3} \exp(-\epsilon^2 e / 3 \hbar j T).$$

Подвижность входящая в последнюю формулу, вычисляется точно также, как и подвижность ступени на поверхности кристалла <sup>2</sup>. Уравнение (1) может быть представлено, как уравнение движения вихря с соответствующим профилем фазы  $\varphi(\vec{x} = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c_0^2}})$  ( $c_0$  – скорость волн

Свихарта<sup>1</sup>):

$$-\frac{\hbar}{2eRj_c} \frac{v}{\sqrt{1-v^2/c_0^2}} \frac{\partial \varphi}{\partial \tilde{x}} = \lambda_J^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \tilde{x}^2} - \sin \varphi + j/j_c.$$

Умножая обе части на  $\partial \varphi / \partial \tilde{x}$  и интегрируя от  $-\infty$  до  $+\infty$ , получаем

$$\frac{\hbar}{2eR} \frac{v}{\sqrt{1-v^2/c_0^2}} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial \tilde{x}} \right)^2 d\tilde{x} = 2\pi j.$$

Рассматривая случай  $v \ll c_0$ , имеем выражение для подвижности

$$\mu = \pi e R \lambda_J / 2 \hbar, \quad (4)$$

которое имеет смысл при  $\frac{eRj_c}{\hbar \omega_J} \frac{j}{j_c} \ll 1$ . Пользуясь соотношением Джозефсона  $\bar{\varphi} = \frac{2e}{\hbar} \bar{V}$  ( $V$  — напряжение) и последней формулой, находим

$$\bar{V} \sim Rj_c \left( \frac{\hbar^2 c_0}{e^2 R \epsilon} \right)^{1/3} (j/j_c)^{4/3} \exp(-\epsilon^2 e / 3 \hbar j T). \quad (5)$$

До сих пор рассматривался случай  $j \ll j_c$ . В противоположном пределе  $j_c - j \ll j_c$ , воспользовавшись результатами работы<sup>3</sup>, с экспоненциальной точностью имеем

$$\bar{V} \sim \exp\left(-\frac{3\sigma}{4} \frac{\epsilon \lambda_J}{T} \frac{j_c - j}{j}\right). \quad (6)$$

Здесь  $\sigma \leq 5$  — численная постоянная.

Существует еще один пример ВАХ, имеющий аналог в росте кристаллов. Рассмотрим ПДП в продольном магнитном поле  $H$  при низкой температуре. Если  $H < H_{c1} = 4\pi\epsilon/\Phi_0$  ( $\Phi_0$  — квант магнитного потока), то при малых токах напряжение на контакте будет определяться рассмотренными выше процессами возникновения и распространения вихревых колец (формула (5)). При  $H \geq H_{c1}$  внутри ПДП возникает решетка джозефсоновских вихрей, которая дрейфует под действием тока смещения, приводя к возрастанию фазы и, следовательно, к конечному напряжению. Каждый вихрь движется со скоростью  $v = \mu j$ . Если плотность вихрей равна  $n$ , то суммарная скорость возрастания фазы  $\dot{\varphi} = nv$ . Воспользовавшись формулой (4) и соотношением Джозефсона, находим

$$\bar{V} = \frac{\pi}{4} n \lambda_J R j. \quad (7)$$

Описанное движение имеет смысл, если среднее расстояние между вихрями превышает их ширину, т.е.  $n \lambda_J \ll 1$ . ВАХ (7) в точности соответствует росту вихревой поверхности кристалла, происходящему путем бокового движения ступеней<sup>2</sup>. Последняя зависимость является линейной лишь при  $j \rightarrow 0$ . Причина нелинейности ВАХ в том, что при движении решетки вихрей со скоростью  $v = \mu j$  ниже критическое поле само является функцией  $v: H_{c1}(v) = H_{c1} / \sqrt{1 - v^2/c_0^2}$ <sup>1</sup>. Наиболее ярко эффекты нелинейности выражены в полях близких к нижнему критическому  $H_{c1}$ , где плотность вихрей логарифмически мала (подобно тому как это имеет место в окрестности точки перехода из соизмеримой в несоизмеримую фазу<sup>4</sup>). В результате, при фиксированном внешнем поле напряжение должно обратиться в нуль при  $j =$

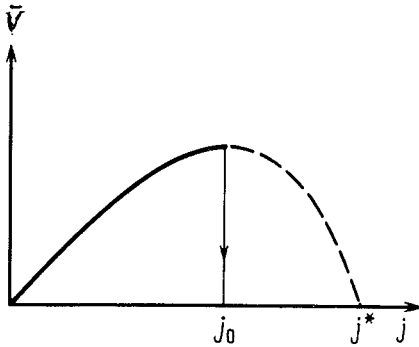
$$j^* = \frac{2\sqrt{2} \hbar \omega_J}{\pi e R} \left( \frac{H - H_{c1}}{H_{c1}} \right)^{1/2} \text{ по закону}$$

$$\bar{V} \sim R j^* / \ln(j^*/(j^* - j)).$$

Начальный участок ВАХ имеет вид ( $j \rightarrow 0$ )

$$\bar{V} \sim Rj / \ln(H_{c1} / (H - H_{c1})).$$

Следовательно ВАХ контакта, находящегося в магнитном поле, близком к  $H_{c1}$  (см. рисунок), имеет максимум при  $j_0 < j^*$ , а также неустойчивый участок (пунктир), отвечающий отрицательному дифференциальному сопротивлению. К чему приведет замеченная неустойчивость, сказать трудно. Представляется разумным, что в момент, когда достигается максимум ВАХ, напряжение скачком (стрелка на рисунке) обращается в нуль и вихри исчезают из ПДП (фактически осуществляется переход на рассмотренный выше резистивно-флуктуационный участок ВАХ).



Любопытно, что найденная в работе <sup>5</sup> зависимость скорости роста кристалла от пересыщения также является аналогом ВАХ, полученной достаточно давно Асламазовым и Ларкиным <sup>6</sup> для случая  $j \geq j_c$ .

Я благодарен А.П.Леванюку за полезные дискуссии, а Г.Ф.Жаркову и Г.В.Уймину за консультации.

#### Литература

1. Бароне А., Патерно Дж. Эффект Джозефсона (физика и применения). М.: Мир, 1984.
2. Nozieres P., Gallet F. J. de Phys., 1987, 48, 353.
3. Коломейский Е.Б. Кристаллография, 1988, 33, 231.
4. Дзялошинский И.Е. ЖЭТФ, 1964, 47, 992.
5. Saito Y. Ordering in Strongly Fluctuating Condensed Matter Systems. N.Y.: Plenum, 1980, p. 319.
6. Асламазов Л.Г., Ларкин А.И. Письма в ЖЭТФ, 1969, 9, 150.

Институт кристаллографии  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
20 декабря 1989 г.