Письма в ЖЭТФ, том 51, вып. 3, стр. 161–163 *10 февраля 1990 г.*

СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫЙ ПРОЦЕССОР ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ МОДЕЛИ ИЗИНГА НА СЛУЧАЙНОЙ РЕШЕТКЕ

А.Л.Талапов, В.Б.Андрейченко, Вл.С.Доценко, Л.Н.Щур

Построен процессор с архитектурой, отражающей структуру метода Монте-Карло для модели Изинга со случайными связями на решетке, содержащей 256 × 256 спинов. Параллельное выполнение операций позволило получить производительность более 4 миллионов элементарных шагов Монте-Карло в секунду.

В этом письме мы сообщаем о создании специализированной вычислительной машины, работающей со скоростью, сравнимой со скоростью суперкомпьютера, и имеющей стоимость во много раз меньше стоимости обычного персонального компьютера.

Наша машина предназначена для изучения критического поведения модели Изинга на решетке со случайными связями. Эта проблема интенсивно исследовалась как аналитическими, так и численными методами. Соответствующие ссылки можно найти в работах [1,2]. Различные теории приводят к противоречащим результатам. Численные исследования методом Монте–Карло [3] на компьютерах общего назначения требуют значительных затрат времени, поэтому до последнего момента надежных результатов не было.

В модели Изинга энергия одного спина, взаимодействующего с соседями, равна

$$\mathcal{E} = -\sigma_{\mathbf{x}} \sum_{\vec{\mu}} J_{\mathbf{x},\vec{\mu}} \sigma_{\mathbf{x}+\vec{\mu}}, \tag{1}$$

где $\mathbf{x}$ – координата спина $\sigma_{\mathbf{x}}$ на решетке, $\mathbf{x}+\vec{\mu}$ – координаты четырех соседних спинов $\sigma_{\mathbf{x}+\vec{\mu}}$, $J_{\mathbf{x},\vec{\mu}}$ – обменный интеграл. В рассматриваемом нами случае обменный интеграл на каждой связи может принимать два любых значения, которые мы обозначим J и J'.

Элементарный шаг процесса Монте–Карло состоит в следующем. На квадратной решетке случайно выбирается узел. В этом узле вычисляется энергия (1) и вероятность P переворота центрального спина:

$$P = \exp(\beta\mathcal{E})/(\exp(\beta\mathcal{E}) + \exp(-\beta\mathcal{E})), \tag{2}$$

где β – обратная температура. Вероятность P сравнивается со случайным числом, находящимся в интервале от нуля до единицы. Если P больше случайного числа, то спин в данном узле переворачивается. На этом шаг Монте–Карло заканчивается и нужно опять выбирать случайный узел.

Таким образом, для нашей задачи требуется многократно производить достаточно простые действия. Именно в таких случаях использование специализированных процессоров позволяет сделать задачу выполнимой за разумное время.

Назначение специализированных процессоров (СП) и проблемы их конструирования описаны в обзоре Эрмана [4]. Структура нашего СП близка к структуре СП в Дельфте [5], но наш СП намного проще.

Блок–схема процессора приведена на рис. 1. Следуя ей, опишем работу процессора.

Процессор работает под контролем управляющего компьютера, в нашем случае – IBM PC/XT (в дальнейшем ПК). ПК записывает в Главную память процессора значения связей и начальные значения спинов. Главная память СП состоит из 9-битовых слов. Эти 9 бит описывают узел решетки (рис. 2): значение центрального спина $\sigma_{\mathbf{x}} = +1, -1$ (соответственно, бит содержит 0 или 1), значения его четырех соседей, а также информацию о четырех обменных интегралах $J_{\mathbf{x},\vec{\mu}}$ (значениям J и J' соответствуют значения битов 0 и 1). Далее ПК записывает в СП 500 16-битовых случайных чисел для инициализации двух генераторов случайных чисел. Генераторы идентичны и построены на алгоритме, дающем хорошие статистические свойства для интересующего нас класса задач [6] и большой период (2^{250}) случайной последовательности: $x_{n+250} = x_n \oplus x_{n+103}$, где x_n – целые числа и $\oplus$ – означает двоичную булевскую операцию "исключающее ИЛИ". Далее ПК записывает в Память энергий и Память весов 16-битовые значения энергий и вероятностей переворота спина для всех 2^9 возможных локальных конфигураций. После сброса счетчиков подается сигнал начала работы.

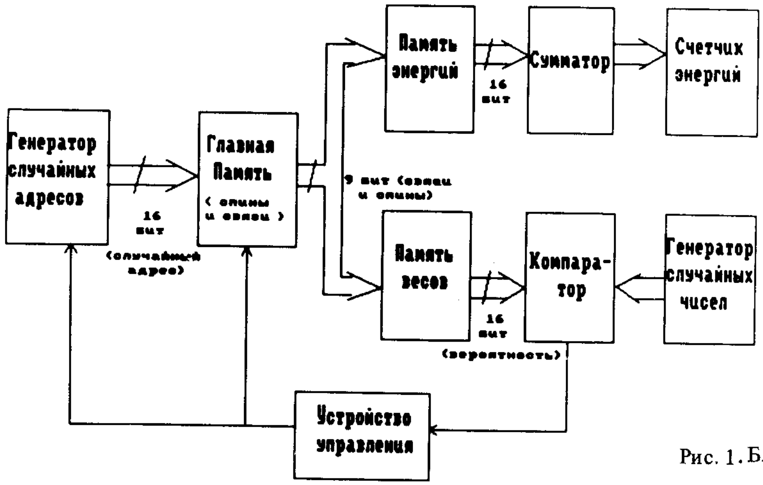

Рис. 1. Блок-схема процессора

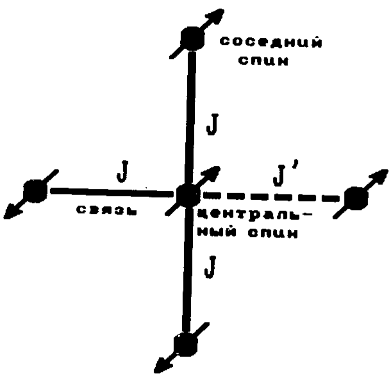

Рис. 2. Пример конфигурации узла

Элементарный шаг Монте–Карло содержит: определение номера узла Генератором случайного адреса, чтение этого узла из Главной памяти, чтение из Памяти весов вероятностей переворота спина (9 бит узла есть адрес вероятности в этой памяти), выдача случайного числа Генератором случайных чисел, сравнение этого числа с вероятностью переворота, запись/незапись перевернутого спина по пяти адресам в Главную память (адрес данного узла и адреса его четырех соседей).

Чтение из Главной памяти СП производится параллельно со всеми остальными операциями. Переворот спина требует одного дополнительного цикла Главной памяти для записи. Средняя вероятность переворота спина вблизи точки фазового перехода примерно 1/6. Таким образом, элементарный шаг Монте–Карло в среднем длится на 16% дольше одного цикла памяти. Еще несколько процентов времени затрачивается на регенерацию динамической памяти. Мы использовали микросхемы с циклом памяти 200 нс и временем доступа 90 нс. Таким образом, на один шаг Монте–Карло затрачивается в среднем менее 250 нс, что и определяет скорость процессора. СП той же конструкции с использованием современных микросхем памяти может быть в 10 раз быстрее.

СП одновременно вычисляет энергию и момент спиновой системы. Для этого он содержит накапливающий сумматор для энергий узлов. Для получения полной энергии и полного спина всей решетки мы использовали 34-битные счетчики, значения которых читаются Управляющим компьютером. Это означает, что мы можем также прямо вычислять теплоемкость и спиновую восприимчивость.

Для двух температур – выше и ниже точки фазового перехода – мы приводим сравнение результатов для чистой модели Изинга, полученных на решетке 128 $\times$ 128, с точным решением:

$\beta \cdot J$	E_{exact}	E	DE
0,3	0,35225	0,35225	$8 \cdot 10^{-5}$
0,6	0,95454	0,95453	$1 \cdot 10^{-5}$

где E – приведенная энергия на узел, DE – относительное стандартное отклонение. Мы надеемся в ближайшее время получить новые результаты для модели Изинга со случайными связями.

Описанный СП может быть также использован для изучения других проблем, таких как модель Изинга в случайном магнитном поле, двумерное спиновое стекло, проблема протекания и т.п.

Авторы благодарят В.Зельке и А.Компаньера за полезные обсуждения. Мы также признательны Х.Дж.Эрману, приславшему нам свои работы.

Литература

1. *Andreichenko V.B. et al.* Nucl. Phys., B[FS], in press.
2. *Wang J.-S. et al.* Europhys. Lett., in press; Physica A, in press.
3. Методы Монте–Карло в статистической физике. Ред. К.Биндер, М.: Мир, 1982.
4. *Herrmann H.J.* Physica **A**, 1986, **140**, 421.
5. *Hoogland A. et al.* J. Comput. Phys., 1983, **51**, 250.
6. *Kirkpatrick S., Stoll E.P.* J. Comput. Phys., 1981, **40**, 517.

Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
5 января 1990 г.