Письма в ЖЭТФ, том 86, вып. 3, с. 236 – 238 © 2007 г. 10 августа

Особенности тормозного излучения релятивистских электронов в твердотельных мишенях

Н. Н. Насонов[1]), *П. Н. Жукова*

Лаборатория радиационной физики, Белгородский государственный университет, Белгород, Россия

Поступила в редакцию 28 мая 2007 г.

После переработки 19 июня 2007 г.

Показано, что классический результат Бете и Гейтлера может оказаться неприменимым для описания спектра тормозного излучения релятивистских электронов в реальных твердотельных мишенях.

PACS: 78.70.–g, 79.90.+t

1. Формула Бете-Гейтлера для спектра тормозного излучения (ТИ) релятивистского электрона на атоме [1] прекрасно описывает результаты экспериментов, выполненных с применением аморфных мишеней в условиях, когда можно принебречь влиянием эффекта Ландау-Померанчука-Мигдала (подавление излучения вследствие многократного рассеяния излучающих электронов [2, 3]) и эффекта Тер-Микаэляна (подавление излучения вследствие поляризации электронов мишени [4]). Необходимо иметь в виду, что в экспериментальных исследованиях ТИ используются прежде всего твердотельные мишени, атомная структура которых является, как правило, кристаллической либо поликристаллической. Хорошо известно, что упорядоченность расположения атомов в решетке монокристалла приводит к радикальным изменениям свойств ТИ (см., например, [5 – 7]). В то же время, согласие данных измерений с предсказаниями теории Бете-Гейтлера указывает на несущественность влияния частичной упорядоченности атомной структуры поликристаллов на ТИ. Тем не менее, общепринятое мнение об идентичности аморфных и поликристаллических радиаторов не представляется адекватным. Цель настоящей заметки – показать, что ТИ в реальной поликристаллической мишени может весьма существенно отличаться по своим характеристикам от ТИ в аморфной среде вследствие влияния текстуры, часто проявляющейся в поликристаллических материалах.

Предсказываемый эффект представляется весьма важным, поскольку "плато Бете-Гейтлера" является эталоном при интерпретации данных измерений характеристик ТИ (особая осторожность требуется при описании свойств ТИ из тонких пленок, в которых вероятность возникновения текстуры особенно велика).

В работе используется релятивистская система единиц $\hbar = c = 1$.

2. Рассмотрим излучение релятивистских электронов, пересекающих по нормали $\mathbf{e}_z$ слой вещества с толщиной L. В интересующей нас области частот $\gamma\omega_0 \ll \omega \ll m\gamma$ (γ – лоренц-фактор электрона, ω_0 – плазменная частота материала мишени, m – масса электрона) амплитуда излучения определяется в основном механизмом ТИ

$$\mathbf{A_n} = \frac{e}{\pi}\int_0^L dt \exp\left[\frac{i\omega}{2}\int_0^t d\tau(\gamma^{-2} + (\mathbf{\Psi}_\tau - \mathbf{\Theta})^2)\right] \times \\ \times \frac{d}{dt}\frac{\mathbf{\Psi}_t - \mathbf{\Theta}}{\gamma^{-2} + (\mathbf{\Psi}_t - \mathbf{\Theta})^2}, \quad (1)$$

где угол рассеяния Ψ_t и угол наблюдения Θ определяют вектор скорости излучающего электрона $\mathbf{V}(t) = \mathbf{e}_z(1 - \frac{1}{2}\gamma^{-2} - \frac{1}{2}\Psi_t^2) + \Psi_t$, $\mathbf{e}_z\Psi_t = 0$, и единичный вектор в направлении излучения $\mathbf{n} = \mathbf{e}_z(1 - \frac{1}{2}\Theta^2) + \Theta$, $\mathbf{e}_z\Theta = 0$.

Полагая справедливым условие дипольности процесса ТИ ($\gamma^2\Psi_L^2 \ll 1$), определим угол рассеяния Ψ_t из релятивистского уравнения движения $\frac{d}{dt}\mathbf{P} = -e\nabla\varphi$ (φ – суммарный потенциал атомов мишени) в рамках приближения прямолинейной траектории и выполним соответствующие разложения в формуле (1). В результате простых вычислений получаем следующую формулу для спектрально-углового распределения ТИ:

$$\omega\frac{dN}{d\omega d^2\Theta} = \langle|\mathbf{A_n}|^2\rangle, \quad (2)$$

$$\mathbf{A_n} = \frac{ie^2}{\pi m\gamma}\frac{1}{\gamma^{-2} + \Theta^2}\int d^3k\left(\mathbf{k}_\perp - 2\frac{\mathbf{\Theta}(\mathbf{\Theta}\mathbf{k}_\perp)}{\gamma^{-2} + \Theta^2}\right)\varphi_{a\mathbf{k}} \times \\ \times \sum_n e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_n}\frac{\exp[i(\frac{\omega}{2}(\gamma^{-2} + \Theta^2) - k_z)L] - 1}{i(\frac{\omega}{2}(\gamma^{-2} + \Theta^2) - k_z)},$$

[1]) e-mail: nnn@bsu.edu.ru

где $\varphi_{a\mathbf{k}}$ – фурье-образ атомного потенциала, $\mathbf{r}_n$ – координата n-го атома, $\mathbf{k}_\perp = \mathbf{k} - \mathbf{e}_z k_z$, скобки $\langle\rangle$ означают усреднение по координатам $\mathbf{r_n}$.

При усреднении в (2) следует учесть, что рассматриваемая поликристаллическая мишень состоит из микрокристаллитов с идеальной решеткой, случайно ориентированных в пространстве и вносящих независимый вклад в рассеяние и излучение быстрого электрона. Выполним вначале усреднение по положениям атомов в фиксированном микрокристаллите (для простоты полагаем, что в элементарной ячейке находится один атом, так что $\mathbf{r}_n = \mathbf{R}_n + \mathbf{u}_n$, $\mathbf{R}_n$ – равновесное положение n-го атома, $\mathbf{u}_n$ – его тепловое смещение). Используя известный результат усреднения

$$\langle \sum_n \sum_l e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_n - i\mathbf{k}'\mathbf{r}_l} \rangle = (2\pi)^3 n_a \times$$

$$\times \Big[1 - e^{-k^2 u_T^2} + (2\pi)^3 n_a \sum_{\mathbf{g}} e^{-g^2 u_T^2} \delta(\mathbf{k}-\mathbf{g})\Big] \delta(\mathbf{k}'-\mathbf{k}), \quad (3)$$

где n_a – плотность атомов, u_T – среднеквадратичная амплитуда тепловых колебаний атомов, $\mathbf{g}$ – вектор обратной решетки, проведем усреднение по ориентациям $\mathbf{g}$. Будем рассматривать усредненный по тепловым колебаниям атомов потенциал микрокристаллита как суммарный потенциал атомных цепочек с общей осью $\mathbf{e}$, совпадающей с одним из главных кристаллографических направлений. При этом $\mathbf{g} = \mathbf{e} g_\parallel + \mathbf{g}_\perp$, $\mathbf{e}\mathbf{g}_\perp = 0$. Когерентному рассеянию излучающего электрона на усредненном потенциале атомной цепочки соответствует условие $g_\parallel = 0$. Полагая вероятность захвата быстрого электрона в плоскостные каналы, образованные цепочками атомов, малой, перейдем к модели "газа цепочек", заменяя суммирование по $\mathbf{g}_\perp$ в (3) интегрированием $(\sum_{\mathbf{g}_\perp} \to (2\pi/a_\perp)^{-2} \int d^2 g_\perp$, $a_\perp$ – расстояние между цепочками атомов).

Рассмотрим наиболее интересный случай, когда нормаль к поверхности мишени $\mathbf{e}_z$ совпадает с направлением преимущественной ориентации микрокристаллитов, и проведем в (2) усреднение по направлениям оси цепочек $\mathbf{e}$ в рамках простейшей модели равномерного распределения $\mathbf{e}$ по телесному углу в пределах $(\Theta,\, 2\pi(1-\cos\xi))$. Легко видеть, что в пределе $\xi \to \pi$ модель описывает ТИ в поликристалле с полностью разориентированными микрокристаллитами. Предел $\xi \to 0$ соответствует переходу к монокристаллу. Выполнив необходимые интегрирования в (2) с использованием модели атома с экспоненциальной экранировкой $(\varphi_a = (Ze/r)\exp(-r/R))$, Z – атомный номер, R – радиус электронного экранирования), получаем простую формулу

$$\frac{dN}{d\omega} \simeq \frac{dN_{B-H}}{d\omega}\Big[1 - \frac{\ln(R/u_T)}{\ln(mR)} + \frac{\pi R/a_{||}}{\ln(mR)} \frac{\xi}{1-\cos\xi}\Big] \times$$

$$\times \frac{dN_{B-H}}{d\omega} = \frac{16 Z^2 e^6 n_a \ln(mR) L}{3m^2\omega}, \quad (4)$$

где $a_{||}$ – расстояние между атомами в цепочке.

3. Результат (4) содержит две поправки к формуле Бете-Гейтлера. Первая из них, описывающая некоторое уменьшение ($\sim 10\%$) выхода ТИ вследствие периодичности расположения атомов в решетке, указана еще Тер-Микаэляном. Необходимо иметь в виду, что обсуждаемая поправка вычислена с логарифмической точностью, требующей выполнения условия $m \cdot u_T \gg 1$.

Вторая поправка обусловлена вкладом когерентного ТИ на атомных цепочках. Согласно (4), обсуждаемая поправка меньше первой в случае обычных, или слаботекстурированных поликристаллов ($\xi \sim 1$), так что результат (4) теоретически обосновывает гипотезу об идентичности аморфных и поликристаллических радиаторов.

В то же время, выходы ТИ из сильнотекстурированных поликристаллов и аморфных мишеней могут существенно отличаться. Оценки показывают, что соответствующая добавка в (4) может достигать величины порядка 50% уже при значениях параметра $\xi \sim 0.2 - 0.3$. Таким образом, при использовании поликристаллических мишеней в экспериментальных исследованиях ТИ необходимо проверять эти мишени на наличие текстуры.

Заметим, что в области малых значений параметра ξ формула для обсуждаемой поправки совпадает с соответствующим результатом для когерентного ТИ на атомной цепочке [7], справедливым в рамках приближения прямолинейного пролета быстрого электрона через цепочку под углом ξ (множитель $R/a_{||}\xi$ описывает число атомов цепочки, расположенных вдоль траектории электрона и вносящих когерентный вклад в выход ТИ). По постановке настоящей задачи все электроны пересекают цепочки под углами $\psi < \xi$, поэтому в пределе $\xi \to 0$ фактор когерентного усиления ТИ расходится. Известно, однако, что в области углов ориентации $\psi \approx \psi_c$ (ψ_c – критический угол осевого каналирования) траектория электрона искривляется усредненным потенциалом цепочки атомов и когерентный рост ТИ прекращается. Поэтому результат (4) будет корректно описывать предсказываемый эффект при выполнении условия $\xi \gg \psi_c$, означающего, что для подавляющей части электронов пучка справедливо приближение прямолинейного пролета.

Авторы искренне благодарны Б.М. Болотовскому за обсуждение результатов работы и рецензенту за конструктивные критические замечания.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках программы "Развитие научного потенциала высшей школы" (проект РНП.2.1.1.3263), и грантов Российского фонда фундаментальных исследований # 04-02-16583 и # 05-02-17648).

---

1. H. Bethe and B. Heitler, Proc. Roy. Soc. **146**, 83 (1934).
2. Л. Д. Ландау, И. Я. Померанчук, ДАН СССР **92**, 535 (1953).
3. А. Б. Мигдал, ДАН СССР. **96**, 77 (1954).
4. М. Л. Тер-Микаэлян, ДАН СССР **94**, 1933 (1954).
5. М. Л. Тер-Микаэлян, *Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях*, Изд. АН Арм.ССР, Ереван, 1969.
6. В. Н. Байер, В. М. Катков, В. М. Страховенко, *Электромагнитные процессы при высокой энергии в ориентированных кристаллах*, Новосибирск: Наука, 1989.
7. А. И. Ахиезер, Н. Ф. Шульга, *Электродинамика высоких энергий в веществе*, М.: Наука, 1993.