Письма в ЖЭТФ, том 47, вып. 2, стр. 73 – 76 *25 января 1988 г.*

КРИТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В КООПЕРАТИВНОМ КОМБИНАЦИОННОМ РАССЕЯНИИ (ККР) СВЕТА.

В.И.Рупасов

Найдено общее решение пространственно-однородной модели ККР без приближения "заданного поля". Предсказывается критический характер процесса рассеяния с ростом числа атомов в атомной подсистеме.

1. Процесс ККР света на протяженной системе двухуровневых атомов [1–3] в рамках резонансного, одномерного, пространственно-однородного приближения [1] можно описать га-

мильтонианом:

$$H = -\int dx\,\{i\epsilon^+_\sigma(x)\frac{\partial}{\partial x}\epsilon_\sigma(x) + J\delta(x)\epsilon^+_\sigma(x)[\sigma^+_{\sigma\sigma'}R^- + \sigma^-_{\sigma\sigma'}R^+]\epsilon_{\sigma'}(x)\}\quad, \tag{1}$$

где J – постоянная двухфотонного взаимодействия света с атомом, $\epsilon^+_\sigma(x) = (E^+_L(x)$, $E^+_S(x))$ – изоспинор, составленный из операторов "медленных" амплитуд лазерного (L) и стоксова (S) полей, с коммутационными соотношениями:

$$[\epsilon_\sigma(x),\ \epsilon^+_\mu(y)] = \delta_{\sigma\mu}\,\delta(x-y), \tag{2}$$

матрицы Паули $\vec{\sigma} = (\sigma^x, \sigma^y, \sigma^z)$, $\sigma^\pm = (1/2)(\sigma^x \pm i\sigma^y)$ действуют в изоспиновом пространстве поля, а система атомов описывается оператором спина $\mathbf{R} = (R^x, R^y, R^z)$ $R^\pm = R^x \pm iR^y$ с коммутатором

$$[R^i,\ R^j] = e^{ijk}R^k\ . \tag{3}$$

Здесь мы рассмотрим задачу рассеяния n лазерных фотонов на системе из M атомов, находящихся в основном состоянии $(R = M/2)$, т. е. начальное состояние имеет вид:

$$|\,in\,\rangle = (n!)^{-1/2}\int dx_1 \ldots dx_n \prod_{j=1}^{n} \Phi(x_j)E^+_L(x_j)\,|\,0\,\rangle\ , \tag{4}$$

где вакуум модели определяется соотношениями:

$$\epsilon_\sigma(x)\,|\,0\,\rangle = 0,\quad R^-\,|\,0\,\rangle = 0,\quad R^z\,|\,0\,\rangle = -\frac{M}{2}\,|\,0\,\rangle,$$

а $\Phi(x)$ – произвольная (нормированная на единицу) волновая функция падающих L-фотонов. Задача состоит в определении интенсивности стоксова излучения $I_S(t-x)$, возникающего в результате рассеяния лазерного излучения с интенсивностью $I_0(t-x)$.

На классе решений, ограниченных условием [1]:

$$I_S(t-x) \ll I_0 = \text{const} \tag{5}$$

задача (1 – 4) сводится к задаче о сверхизлучении в модели Дике [4], допускающей точное решение [5] методом анзатца Бете (см. обзоры [6, 7]). Здесь мы получим общее рашение задачи (1 – 4) (без ограничения "заданного поля накачки" (5)) и изучим критические явления, возникающие при увеличении числа атомов в системе.

2. В результате рассеяния фотонов на атомах возникает состояние:

$$|\,\text{out}\,\rangle = \prod_{j=1}^{n} S_{j0}\,|\,in\,\rangle, \tag{6}$$

где $S_{j0} = \exp[iJ(\sigma^+_j R^- + \sigma^-_j R^+)]$ – матрица рассеяния j – той частицы [8, 7]. Выражение для S-матрицы приобретает особо простой вид при действии на состояние (4):

$$S_{j0} = A + \sigma^-_j\ C^+ \tag{7а}$$

$$A = \cos(J\sqrt{R^-R^+}),\qquad C^+ = R^+\,\frac{i\sin(J\sqrt{R^-R^+})}{\sqrt{R^-R^+}} \tag{7б}$$

Будем вычислять величину:

$$Q^m_n = \frac{(M-m)!}{m!\,M!}\,\langle\,in\,|\,(R^-)^m\,\hat{Q}_n\,(R^+)^m\,|\,in\,\rangle \tag{8а}$$

$$\hat{Q}_n = \left(\prod_{j=1}^{n} S_{j0}^{+} \right) R^z \left(\prod_{j=1}^{n} S_{j0} \right), \tag{8б}$$

которая при $m = 0$ совпадает со средним значением $Q(n)$ оператора R^z на out-состоянии. Раскрывая крайне левую $(A + C^- \sigma^+)$ и правую $(A + \sigma^- C^+)$ скобки в формулах (8), получаем рекуррентные соотношения:

$$Q_n^m - Q_{n-1}^m = \sin^2 (J\sqrt{(m+1)(M-m)})(Q_{n-1}^{m+1} - Q_{n-1}^m) \tag{9}$$

с начальным условием $Q_0^m = -M/2 + m$. Для функции $Q(n, m)$ непрерывных аргументов n, m соотношения (9) переходят в задачу Коши:

$$\frac{\partial Q}{\partial n} - \sin^2 (J\sqrt{(m+1)(M-m)})\frac{\partial Q}{\partial m} = 0 \tag{10}$$

$$Q(n, m) \mid_{n=0} = -\frac{M}{2} + m,$$

решение которой и приводит к общему решению задачи рассеяния (1 – 4):

$$n(t) = \int_0^{m(t)} \frac{dm'}{\sin^2 [g(m')]} \tag{11а}$$

$$Q(t) = -\frac{M}{2} + m(t) \tag{11б}$$

$$I_S(t-x) = I_0(t-x) \sin^2 [g(m(t-x))], \tag{11в}$$

где

$$g(m) = J\sqrt{(m+1)(M-m)}, \tag{11г}$$

а число лазерных фотонов $n(t)$, рассеянных к моменту времени t, связано с $I_0(t)$ очевидным соотношением:

$$n(t) = \int_{-\infty}^{t} dt' I_0(t'). \tag{11д}$$

3. Характер рассеяния полностью определяется значением максимальной величины $G(M) = \max(g(m)) = JM/2$ функции $g(m)$ (11г) в уравнении (11а). Здесь мы исследуем поведение системы поле + атомы как функцию M при $I_0(t) = I_0 \Theta(t)$.

1) Существует критическое значение $M_{\text{кр}} = 2\pi/J$, при котором $G(M_{\text{кр}}) = \pi$.

2) При $M < M_{\text{кр}}$ функция $m(t)$ изменяется от $m = 0$ (при $t = 0$) до $m = M$ (при $t \to \infty$), т. е. система атомов полностью инвертируется. Полное число стоксовых фотонов $N_S = \int_0^{\infty} dt I_S(t)$, которое всегда совпадает с максимальным значением $\mu = \max(m(t))$ функции $m(t)$, также равно M. Положение и значение максимума интенсивности стоксовой компоненты I_S^{max} зависит от соотношения величин $G(M)$ и $\pi/2$:

а) при $G(M) < \pi/2$, максимум интенсивности стоксовой компоненты $I_S^{max} < I_0$ и достигается при $m = M/2$. В предельном случае $G(m) \ll 1$, решение (11) переходит в решение, полученное в работе [1]. Только в этом случае $I_S^{max} \sim M^2$;

б) при $G(M) > \pi/2$, максимум интенсивности стоксовой компоненты $I_S^{max} = I_0$, не зависит от M и достигается при $m = m_0^{(1,2)}$, где $m_0^{(1,2)}$ определяются из условия $g(m_0^{(1,2)}) = \pi/2$.

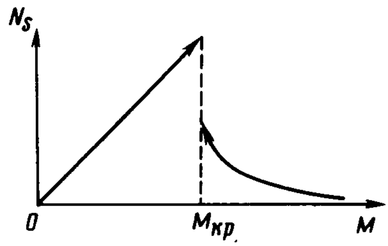
3) В области $M > M_{\text{кр}}$ значения μ и m_0 определяются условиями $g(\mu) = \pi$, $g(m_0) =$

$= \pi/2$ и связаны с M выражениями:

$$\mu = \frac{M}{2}\left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{M_{\text{кр}}}{M}\right)^2}\right] \leqslant \frac{M}{2} \tag{12a}$$

$$m_0 = \frac{M}{2}\left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{M_{\text{кр}}}{2M}\right)^2}\right]. \tag{12б}$$

Атомная система полностью не инвертируется ($\mu \leqslant M/2$.) при любой интенсивности и длительности падающего лазерного излучения. Полное число стоксовых фотонов N_S убывает с ростом M (см. рисунок). При $M \gg M_{\text{кр}}$, $N_S = M^2_{\text{кр}}/M$. Максимум интенсивности стоксова излучения $I_S^{max} = I_0$.



При всех M стоксово излучение имеет форму гладкого импульса. Наконец, заметим, что в ряде экспериментов по ККР [3] I_S^{max} достигало значения 0,7 I_0 и, следовательно, параметр G был близок к критическому значению π.

Можно показать, что учет антистоксовой компоненты излучения с постоянной взаимодействия $J_{AS} < J_S$ не приводит к существенным изменениям результатов.

Литература

1. *Раутиан С.Г., Чернеброд Б.М.* ЖЭТФ, 1977, **72**, 1342.
2. *Емельянов В.И., Семиногов В.Н.* ЖЭТФ, 1979, **76**, 34.
3. *Заболотский А.А., Раутиан С.Г., Сафонов В.П., Чернеброд Б.М.* ЖЭТФ, 1984, **86**, 1193.
4. *Dicke R.H.* Phys. Rev., 1954, **93**, 99.
5. *Рупасов В.И., Юдсон В.И.* ЖЭТФ, 1984, **87**, 1617.
6. *Thaker H.B.* Rev. Mod. Phys., 1981, **53**, 253.
7. *Tsvelick A.M., Wiegmann P.B.* Adv. Phys., 1983, **32**, 453.
8. *Wiegmann P.B.* J. Phys., 1981, **C14**, 1463.

Институт спектроскопии
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
22 сентября 1987 г.