Письма в ЖЭТФ, том 47, вып. 5, стр. 233 – 236 *10 марта 1988 г.*

СПЕКТР СУПЕРСИММЕТРИЧНОГО ЗВУКА

В.В.Лебедев, А.В.Смилга [1)]

Показано, что скорость распространения фонино вычисляется чисто феноменологически и равна $c = P/E$. В рамках модели Весса – Зумино в результате решения уравнения Бете–Салпитера найден закон дисперсии фонино и область его существования.

Суперсимметричные полевые модели при ненулевой температуре исследуются с начала восьмидесятых годов [1 - 4]. Физика, описываемая этими моделями, должна была реализовываться в ранней Вселенной, в настоящее время считается, что при температурах $T > 1$ ТэВ суперсимметрия в том или ином виде имела место.

Инвариантным относительно суперпреобразований считается действие, описывающее систему. В то же время при ненулевой температуре состояние системы не инвариантно относительно суперпреобразований. Это следует уже из того, что бозоны и фермионы имеют разную статистику, то есть различные числа заполнения. Таким образом наличие ненулевой температуры приводит к спонтанному нарушению суперсимметрии. Это должно проявляться в наличии в длинноволновом спектре системы безщелевой фермионной ветви. Мы будем именовать соответствующие фермиевские возбуждения фонино, так как они являются суперсимметричным аналогом обычных фононов.

Попытки продемонстрировать существование фонино (голдстино) в рамках модели Весса – Зумино были предприняты в работах [2 - 4], авторы которых искали дополнительный бесщелевой полюс в фермионной функции Грина, обусловленный взаимодействием. Однако вопрос остался открытым. Так, авторы работ [3, 4] просто выбрасывали часть графиков для собственно энергетической функции того же порядка, что и удержанные. Мы покажем, что наличие фонинной ветви спектра является чисто симметрийным фактом.

Предположим, что в системе создана ненулевая плотность супертока $\langle S_\mu \rangle$. Тогда быстрые процессы релаксации приведут к установлению локального равновесия с функцией распределения

$$\exp\left((F - H + \bar{\xi}Q)/T\right). \tag{1}$$

Здесь F – свободная энергия, H – гамильтониан, Q – суперзаряд, ξ – антикоммутирующий майорановский спинор. По функции распределения (1) легко найти среднее

$$\langle S_\mu \rangle = \frac{1}{2T} \langle [\bar{\xi} Q, S_\mu]_+ \rangle = -\frac{i}{T} \langle \theta_{\mu\nu} \rangle \gamma_\nu \xi\ . \tag{2}$$

Здесь $\theta_{\mu\nu}$ – тензор энергии импульса. Последнее равенство в (2) следует из того, что S_μ и $\theta_{\mu\nu}$ входят в один супермультиплет.

[1)] Институт теоретической и экспериментальной физики ГКИАЭ

Длинноволновую динамику $\langle S_\mu \rangle$ теперь легко получить, воспользовавшись законом сохранения суперзаряда. Из условия $\partial_\mu \langle S_\mu \rangle = 0$ в соответствии с (2) получается уравнение Дирака для спинора ξ, которое описывает волну, распространяющуюся со скоростью

$$c = P/E \ , \tag{3}$$

где P – давление, а E – плотность энергии. Таким образом спектр фонино имеет звуковой характер, а его скорость (3) выражается только через термодинамические характеристики среды.

Приведенный гидродинамический вывод спектра фонино имеет общий характер. Однако для установления границ области существования фонино, для вычисления его затухания и поправок к закону дисперсии $\omega = ck$ необходимо привлекать модельные представления. Мы провели конкретные расчеты в рамках модели Весса – Зумино (которая использовалась и авторами [1-4]), считая малой константу взаимодействия g.

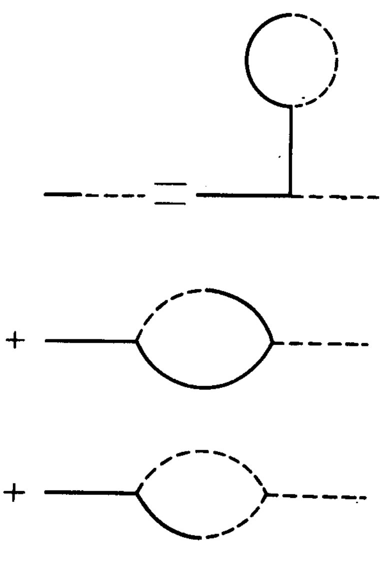
При вычислении термодинамических величин, определяющих в соответствии с (3) скорость фонино, можно ограничиться нулевым порядком по взаимодействию. В результате находим

$$c = \frac{1}{3} \int_0^\infty \frac{x^4\, dx}{\sqrt{x^2+1}} (n_B + n_F) \Bigg/ \int_0^\infty x^2 \sqrt{x^2+1}\, dx (n_B + n_F). \tag{4}$$

Здесь

$$n_{B,F} = \left(\exp\left(\frac{m}{T}\sqrt{x^2+1}\right) \mp 1\right)^{-1} ,$$

m – масса невзаимодействующих частиц. При $T \ll m$ $c = T/m$, при $T \gg m$ $c = 1/3$.



Учет взаимодействия приводит к тому, что одинаковые затравочно законы дисперсии, отвечающие распространению A-, B- и ψ-полей, становятся различными. Последний эффект можно оценить по величине разности "квадратов масс"

$$\Delta_A = \omega_\psi^2(\mathbf{k}=0) - \omega_A^2(\mathbf{k}=0) = \frac{14}{3} g^2 m^2 \left(\frac{2T}{\pi m}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m}{T}\right),$$
$$\Delta_B = \omega_\psi^2(\mathbf{k}=0) - \omega_B^2(\mathbf{k}=0) = -2g^2 m^2 \left(\frac{2T}{\pi m}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m}{T}\right). \tag{5}$$

Последние равенства в (5) справедливы при $T \ll m$ и в главном по g приближении. При $T \gg m$ $\Delta_A \sim \Delta_B \sim g^2 T^2$.

Фонино можно рассматривать, как связанное состояние фермиона и бозона. Поэтому для исследования его спектра необходимо решить соответствующее уравнение Бете – Салпитера [5]. В главном по константе связи приближении это уравнение изображено на рисунке. На нем сплошная линия обозначает фермионную функцию Грина, штриховая – бозонную, а смешанная – волновую функцию связанного фермион-бозонного состояния. Последнюю можно интерпретировать, как средние $\langle \psi A \rangle$, $\langle \psi B \rangle$, возникающие при $\langle S_\mu \rangle \neq 0$.

Так как мы исследуем спектр фонино при ненулевой температуре, то при реальных вычислениях следует использовать диаграммную технику Келдыша [6,7] (см. также [8-10]).

Область существования фонино определяется механизмом затухания Ландау [7], который в данном случае означает поглощение фонино бозоном с превращением его в фермион либо наоборот. Этот механизм эффективно включается на волновых векторах порядка

$$k_* = \Delta/k_T \ , \tag{6}$$

где k_T – тепловой импульс, равный $\sqrt{mT}$ при $T \ll m$ и T при $T \gg m$. При $k \gtrsim k_*$ механизм Ландау приводит к размытию спектра фонино, а при $k \ll k_*$ обуславливает экспоненциально малый вклад в его затухание.

В пренебрежении этим затуханием уравнение, изображенное на рисунке, позволяет вычислить только действительную часть спектра фонино. Для определения затухания фонино необходимо включить в рассмотрение двухпетлевые графики. Исследование спектра фонино предложенным способом весьма близко к исследованию спектра коллективных мод методом кинетического уравнения [7]. Роль функции распределения частиц играют при этом средние $\langle \psi A \rangle$, $\langle \psi B \rangle$, а роль интеграла столкновений – двухпетлевые члены.

Мы нашли решения уравнения Бете – Салпитера в первых двух порядках по k/k_*. Подставляя получившиеся решения для $\langle \psi A \rangle$, $\langle \psi B \rangle$ в закон сохранения суперзаряда, мы вычислили главные члены в дисперсионном уравнении. Приведем результаты.

При $T \ll m$ действительная часть спектра фонино задается уравнением

$$\omega^2 = \frac{T^2}{m^2} k^2 \left(1 + m^2 k^2 (\Delta_A^{-1} - \Delta_B^{-1})^2\right) , \tag{7}$$

где ω – частота, а k – волновой вектор фонино. Затухание фонино, определяемое столкновительными членами, имеет порядок

$$\mathrm{Im}\,\omega \sim g^2 T k^2 / \Delta \tag{8}$$

и всегда мало по сравнению с частотой.

При $T \gg m$ $\omega \approx k/3$. Что касается затухания фонино, то оно существенно зависит от соотношения k и $g^2 m_*$, где $m_* = m + gT$. При $k \ll g^2 m_*$ имеет место обычный гидродинамический режим, а $\mathrm{Im}\,\omega \sim k^2/m_*$. При $g^2 m_* \ll k \ll g^2 T$ локальное равновесие сильно нарушено, этот режим можно назвать нуль-звуковым [7]. Затухание фонино в этом режиме остается константой $\mathrm{Im}\,\omega \sim g^4 m_*$.

Сформулированные выше общие особенности спектра фонино, по-видимому, остаются справедливыми для любой модели со слабым взаимодействием. Поэтому их можно перенести и на более интересные случаи, например, суперсимметричную кварк-глюонную плазму [11,12].

Более подробно результаты будут опубликованы нами в другом месте [13].

Литература

1. *Cirardello L., Crisaru M.T., Salomonson P.* Nucl. Phys., 1981, **B178**, 331.
2. *Teshina K.* Phys. Lett., 1983, 226.
3. *Boyanovsky D.* Phys. Rev., 1984, D29, 743.
4. *Gudmunsdottir R., Salomonson P.* Nucl. Phys., 1987, B285, (FS19), 1; Phys. Lett., 1986, **182B**, 174.
5. *Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1980.
6. *Келдыш Л.В.* ЖЭТФ, 1964, 47, 1515.
7. *Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Физическая кинетика. М.: Наука, 1979.

8. *Takahashi Y., Umezawa H.* Collective Phenomena, 1975, **2**, 55.
9. *Matsumoto H. et al.* Ann. Phys., 1984, **152**, 348.
10. *Semenoff C.W., Umezawa H.* Nucl. Phys., 1983, **B220**, (FS8), 196.
11. *Kalashnikov O.K.* Fortschritte d. Phys., 1984, **32**, 525.
12. *Weldon H.A.* Phys. Rev., 1982, **D26**, 1394.
13. *Lebedev V. V., Smilga A. V.* Nucl. Phys., in press.

Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
28 января 1988 г.