Письма в ЖЭТФ, том 47, вып. 8, стр. 365 – 367 *25 апреля 1988 г.*

ПРИБЛИЖЕННЫЙ УЧЕТ ГРАВИТАЦИИ В ТЕОРИИ ОБРАЗОВАНИЯ ГАЛАКТИК

Б.А.Трубников

Известная теория Я.Б.Зельдовича [1] о формировании галактик из первичного облака Большого Взрыва не учитывает влияния гравитации. В данной работе предложен приближенный метод учета гравитации, и указаны простейшие решения типа плоских "блинов".

1. В 1970 г. Я.Б.Зельдович в работе [1] рассмотрел простейшую модель слипания галактик из пыли первичного Большого Взрыва. В этой модели считается, что пылинки движутся свободно по инерции, так что их координаты равны $x_i = x_i^0 + v_i^0 t$, где x_i^0 – начальное положение, а v_i^0 – начальная скорость пылинки. Тогда в лагранжевых переменных плотность пыли меняется по закону

$$\rho = \rho_0 / \det | \partial x_i / \partial x_j^0 |, \quad \partial x_i / \partial x_j^0 = \delta_{ij} + \nu_{ij} t, \qquad \nu_{ij} = \partial v_i^0 / \partial x_j^0 \tag{1}$$

и в простейшем случае матрицу ν_{ij} можно считать симметричной, так что приводя детерминант к главным осям, получим выражение

$$\rho = \rho_0 / (a_1 + b_1 t)(a_2 + b_2 t)(a_3 + b_3 t). \tag{2}$$

Одно из чисел a_i / b_i может оказаться отрицательным, и тогда $\rho \to \infty$ при $t \to -a/b$, что и дает "плоский блин" – галактику.

2. В описанной модели совершенно не учтена гравитация, которая видимо может играть существенную роль в процессе самостягивания отдельных сгустков пыли, и чтобы восполнить этот недостаток, мы будем исходить из уравнений газодинамики с гравитацией

$$\partial \rho / \partial t + \operatorname{div} \rho \bar{\mathbf{v}} = 0, \quad \partial \bar{\mathbf{v}} / \partial t + (\bar{\mathbf{v}} \nabla) \bar{\mathbf{v}} = - \nabla \varphi, \qquad \Delta \varphi = 4\pi G \rho , \tag{3}$$

где G – гравитационная постоянная Ньютона. Здесь, как и в работе [1], мы пренебрегаем давлением, но все же уравнения (3) оказываются достаточно сложными, а главное – неопределенными из-за парадокса Зеелигера, ведущего к бесконечному значению потенциала φ при однородной плотности ρ в бесконечном пространстве. Выходом из этой трудности могло бы служить введение конечной области, заполненной плотностью ρ, и рассмотрение нестационарного решения с расширяющейся сферой – "Вселенной", что соответствует модели Милна [2], являющейся нерелятивистским аналогом известного решения Фридмана уравнений общей теории относительности.

Однако, поскольку нас интересует не вся Вселенная, а проблема самостягивания (коллапса) зарождающихся галактик, которые можно считать малыми местными флюктуациями, то для приближенного учета гравитации мы будем предполагать, что в уравнении $\Delta\varphi = 4\pi G\rho$ можно лапласиан заменить выражением $\Delta \to -k^2$, где $k = 2\pi/\lambda_0$ и λ_0 – среднее расстояние между галактиками в момент их зарождения. Тогда имеем $\varphi = -\rho G\lambda_0^2/\pi$, и уравнения (3) приобретают вид

$$\partial\rho/\partial t + \operatorname{div}\rho\bar{v} = 0, \qquad \partial\bar{v}/\partial t + (\bar{v}\nabla)\bar{v} = (1/\pi)G\lambda_0^2\,\nabla\rho \tag{4}$$

и имеют, в частности, однородное решение $\rho = \text{const}$ при $\bar{v} = 0$. Таким образом, этот приближенный способ учета гравитации позволяет избежать парадокса Зеелигера.

3. Уравнения (4) могут иметь много различных решений, зависящих от вида начальных возмущений. Далее, однако, мы рассмотрим их простейшее автомодельное решение в виде трехосного эллипсоида

$$\rho(t, x, y, z) = \rho_0(t)\left(1 - \frac{x^2}{X^2} - \frac{y^2}{Y^2} - \frac{z^2}{Z^2}\right) \tag{5}$$

с полуосями $X(t)$, $Y(t)$, $Z(t)$, длина которых зависит от времени. Подставляя (5) в уравнения (4) получим следующие уравнения

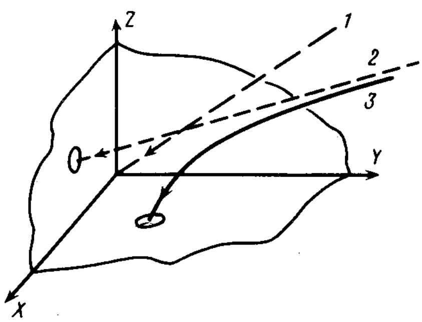
$$\left.\begin{aligned} &v_x = x\dot{X}(t)/X, \quad v_y = y\dot{Y}/Y, \quad v_z = z\dot{Z}/Z, \quad \rho_0(t) = M_0/XYZ \\ &\ddot{X} = -\partial U/\partial X, \quad \ddot{Y} = -\partial U/\partial Y, \quad \ddot{Z} = -\partial U/\partial Z, \quad U = -C/XYZ, \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

где M_0, $C = (2/\pi)M_0G\lambda_0^2$ – положительные постоянные. Отсюда видно, что величины X, Y, Z можно рассматривать как три декартовы координаты "точки" с массой единица, движущейся в силовом поле с потенциальной "энергией" $U = -C/XYZ$. Это поле не обладает сферической симметрией, и поэтому уравнения движения "точки" (6) можно проинтегрировать только численно. Однако, возможен, например, частный случай $X = Y = Z = R(t)$, когда эллипсоид (5) является сферой с радиусом, меняющимся по закону

$$\ddot{R} = -3C/R^4, \quad \dot{R} = -\sqrt{2C}\,R^{-3/2}, \quad R(t) = (25C/2)^{1/5}(-t - |t_*|)^{2/5}, \tag{7}$$

где $-\infty < t < -|t_*|$. В "начальный момент" $t = -\infty$ скорость стягивания сферы равна нулю, в отличие от модели Зельдовича [1], а в критический момент $t = -|t_*|$ сфера стягивается в точку.

В общем случае следует считать, что "частица" X, Y, Z движется не точно по радиусу и в некий момент падает на какую-либо одну их трех плоскостей $X = 0$ или $Y = 0$, или $Z = 0$



Движение "точки" XYZ (оси эллипсоида) : *1* – по радиусу (7) при $X = Y = Z$ (сфера) ; *2* – по прямой при $U = 0$ (решение Зельдовича без учета гравитации) ; *3* – по кривой при $U = -C/XYZ$ с гравитацией

(см. рисунок). Тогда эллипсоид (5) вырождается в плоский "блин", который и является моделью плоской галактики. Вариант Зельдовича [1], не учитывающий гравитацию, получается из наших формул, если считать $G = 0$ и $U = 0$. При этом $\ddot{X} = \ddot{Y} = \ddot{Z} = 0$, так что "точка" движется лишь по инерции с постоянной скоростью, вызванной начальным толчком – флуктуацией, что и приведет к формуле Зельдовича (2) для плотности. Наша модель с возрастающей скоростью схлопывания, по–видимому, лучше описывает процесс начала образования галактик.

В заключение полезно отметить, что в работах [3-4] рассмотрены уравнения более общего вида (ср. (4))

$$\partial\rho_* / \partial t + \operatorname{div} \rho_* \bar{\mathbf{v}} = 0, \qquad \partial\bar{\mathbf{v}}/\partial t + (\bar{\mathbf{v}}\nabla)\bar{\mathbf{v}} = mc_0^2 \nabla \rho_*^{1/m} , \tag{8}$$

где $\rho_* = \rho/\rho_0$ – безразмерная плотность, отнесенная к ее начальному невозмущенному значению. Уравнения (8) описывают около 50 неустойчивых сред с различными значениями "азимутального числа" m, которое в нашей задаче о гравитационном коллапсе (4) равно 1.

В случае произвольного m для уравнений (8) также возможно частное решение типа трехосного эллипсоида с плотностью

$$\rho_* = \rho_0(t) \, [\, 1 - (x/X)^2 - (y/Y)^2 - (z/Z)^2 \,]^m , \tag{9}$$

которое также сводится к формулам (6). Таким образом, уравнение движения "точки" $\ddot{\mathbf{R}} = \nabla C/XYZ$ встречается в задачах об эволюции всех этих 50 неустойчивых сред, и имеет, следовательно, важное фундаментальное значение.

Возможность решения типа (9) для упомянутых 50 сред была указана нам С.И.Анисимовым, а также С.Ю.Шашариной, и автор весьма признателен им.

Литература

1. *Зельдович Я.Б.* Астрофизика, 1970, 6, 119; *Зельдович Я.Б., Новиков И.Д.*, Строение и эволюция Вселенной , М.: Наука, 1975, с. 364.
2. *Miln E.A.* Quart. J. Math., Oxford, 1934, **5**, 64.
3. *Жданов С.К., Трубников Б.А.* Письма в ЖЭТФ, 1986, **43**, 178.
4. *Troubnikov B.A., Zhdanov S.K.* Phys. Reports, 1987, **155**, 137.

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию
21 марта 1988 г.