Письма в ЖЭТФ, том 47, вып. 8, стр. 368 – 371 *25 апреля 1988 г.*

СОСТОЯНИЯ ЧАРМОНИЯ С НЕНУЛЕВЫМ ОРБИТАЛЬНЫМ МОМЕНТОМ

В.Ю.Борю, С.Б.Хохлачев

В рамках КХД строится феноменологическая теория состояний чармония с ненулевым орбитальным моментом.

Физическая картина устройства мезонов, состоящих из c- и $\bar{c}$-кварков представляется следующей. Валентные кварки в мезонах с неслишком большим орбитальным моментом L движутся медленно, так что средние глюонные поля успевают подстроиться к этому медленному движению, что приводит к применимости адиабатического приближения при описании сил, удерживающих кварки [1]. В тех случаях, когда кварки разделены малым по сравнению с характерным для КХД расстоянием $R_c \approx (1\ \text{ГэВ})^{-1}$ это среднее поле описывает кулоновское притяжение с малой медленно растущей константой связи $\alpha_s(r)$. При $r \approx R_c$ теория возмущений перестает "работать" – происходит переход к режиму сильной связи, т. е. во взаимодействии кварков при $r > R_c$ будет доминировать вклад натягивающейся между кварками глюодинамической струны. Для уровней с $L \neq 0$ кварки в основном находятся на большом расстоянии друг от друга $\langle r \rangle \geqslant 2R_c$, где главный вклад во взаимодействие дают низкоэнергетические возбуждения струны (ее поперечные колебания), а потенциальная энергия равна:

$$U(r) = kr - \alpha_*/r. \tag{1}$$

$U(r)$ обладает одним важным для нас свойством: с увеличением L растет не только радиус орбиты, но и ширина области, занимаемой квантовыми траекториями кварка. В результате роль области расстояний $r < R_c$ падает и наоборот увеличивается вклад области, где справедлива формула (1).

Обобщение (1) на случай нерелятивистских кварков, траектории которых не пересекаются (а именно такие траектории и доминируют в чармониях с $L \neq 0$) тривиально. Амплитуда перехода кварка по заданному пути пропорциональна вилсоновскому среднему

$$W[C] = \langle \operatorname{tr} P_c \exp \{ i \int_c d\tau \dot{x}_\mu(\tau) A_\mu(x(\tau)) \} \rangle .$$

Для прямоугольного контура это среднее равно $\exp(iTU(r))$ (T – время, за которое кварки перешли из начального состояния в конечное). Простейшим обобщением формулы (1) на интересующий нас случай будет:

$$W[C] = \exp\left\{ ikA_{min}[C] + \frac{1}{2\pi} \oint\oint dx_\mu dy_\nu D_{\mu\nu}(x-y) \right\}, \tag{2}$$

где $A_{min}[C]$ – площадь минимальной поверхности, натянутой на контур C, а $D_{\mu\nu}(x) = \alpha_* \delta_{\mu\nu}/(x^2 - i0)$. Задаваемое формулой (2) $W[C]$ учитывает основные свойства петлевых средних в калибровочных теориях [2] и дает (1) для энергии взаимодействия статических кварков.

Перейдем теперь к описанию феноменологической теории состояний чармония с $L \neq 0$. Начнем с амплитуды перехода системы из in в out состояние за время T. Усредним по полям кварков и глюонов с длинами волн $< 1/m$. Перенормируемость КХД гарантирует, что в логарифмическом приближении вид действия не изменится, а параметры, входящие в него заменятся на перенормированные. Как и в квантовой электродинамике появится дополнительный член $\bar{\psi}\sigma^{\mu\nu}F_{\mu\nu}\psi/m$ (где $\sigma_{\mu\nu} = i/2[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$), ответственный за аномальный хромомагнитный момент кварка. Малыми вкладами высших порядков по $1/m$, как и $(\bar{\psi}\psi)^2$, пренебрегаем. Эффективное действие кварков в длинноволновом поле глюонов билинейно по кварковым полям:

$$\bar{\psi}\,(G^{-1} = -\,m + i\hat{\nabla} + \frac{g}{4m}\,\sigma^{\mu\nu} F_{\mu\nu}(A)\,)\,\psi\ , \qquad (3)$$

m – структурная масса c-кварка, $\hat{\nabla} = \gamma^{\mu}(\partial_{\mu} - iA_{\mu})$, g – аномальный "магнитный" момент c-кварка. Выполнив преобразование Фолди – Ваутхайзена в (3) для $\bar{\psi}$ и ψ получим разложение кварковой части действия по p^2 / m^2 :

$$G^{-1} = i\gamma_0 \partial_t + H_0 + H_{int}\,; \qquad H_0 = \gamma_0 \left[m + \frac{\mathbf{P}^2}{2m} \right] + A_0\ , \qquad (4)$$

$$H_{int} = -\,\gamma_0 \frac{\mathbf{P}^4}{8m^3} - \frac{(1+g)}{2m}\gamma_0 \vec{\sigma}\mathbf{B} - \frac{(1+2g)}{8m^2}[\,i\vec{\sigma}\,\vec{\nabla}\times\mathbf{E} + 2\vec{\sigma}\mathbf{E}\times\mathbf{P} + \vec{\nabla}\mathbf{E}], \qquad (5)$$

$\mathbf{P} = \vec{\nabla}/i$, $\vec{\nabla} = \vec{\partial} - i\,\mathbf{A}$, σ – матрицы Паули. В главном приближении несложно получить феймановское представление для амплитуды перехода:

$$K(in \to out) = \int\limits_{in \to out} Dx_{+}(t) Dx_{-}(t) \exp\left\{ i2mT + i\int_0^T dt\, m(\dot{x}_{+}^2 + \dot{x}_{-}^2)/2 \right\} W[C], \qquad (6)$$

$x_{+}(t)$ и $x_{-}(t)$ – координаты кварка и антикварка соответственно, $W[C]$ в (6) включает в себя усреднение по длинноволновым флуктуациям глюонных полей и для доминирующих траекторий кварков дается формулой (2). Вклады, идущие от члена с $D_{\mu\nu}(x)$ совпадают по форме с хорошо известным электромагнитным взаимодействием заряженных частиц и в главном по v^2/c^2 приближении сводятся к "кулоновскому" потенциалу. В первом по v^2/c^2 приближении решение уравнений движения струны $\sigma A_{min}[C] = 0$ имеет вид:

$$x_0(t, \sigma) = t\ ; \qquad x(t, \sigma) = R + \sigma r/2 \qquad (7)$$

$0 \leqslant t \leqslant T$, $-1 \leqslant \sigma \leqslant 1$, $r = [x_{+}(t) - x_{-}(t)]$, $R = [x_{+}(t) - x_{-}(t)]/2$. Подставив (7) в формулу площади минимальной поверхности, в системе центра масс $\dot{R} = 0$ получим:

$$A_{min} = r - r^3 \dot{n}^2/24\ , \qquad (8)$$

$r = |\mathbf{r}|$ и $n = \mathbf{r}/r$. В интеграле (6) R играет роль коллективной координаты центра масс. В дальнейшем мы будем искать состояния мезонов с импульсом равным нулю. В этом случае интегрирование по R выполняется явно и сводится к сохранению суммарного импульса мезона. Таким образом, в главном приближении гамильтониан системы равен:

$$H_0 = \frac{p_r^2}{m} + \frac{\mathbf{L}^2}{2I} + kr - \frac{\alpha_*}{r} \qquad (9)$$

$I = mr^2(1 + kr/6m)/2$ – момент инерции системы (кварки + струна). Так как момент инерции струны мал по сравнению с кварковым, $1/I$ в (9) можно разложить в ряд. Поправка первого порядка по k/m^2 по форме совпадает с кулоновским потенциалом и изменяет α_* в (9) на:

$$\alpha(L) = \alpha_* + k\mathbf{L}^2/6m^2\ , \qquad (10)$$

что приводит к зависимости эффективной кулоновской константы связи от орбитального момента. Ограничившись гамильтонианом нулевого приближения H_0, мы приходим к потенциальной модели [3], но с α зависящей от L .

Наибольший интерес в теории чармония представляет вычисление спин-орбитального и спин-спинового расщепления. В мезонах с $L \neq 0$ спиновое расщепление сильно подавлено, так как кварки разнесены на большие расстояния, где α не зависит от r, а струна спин-спинового взаимодействия не дает. Нетрудно уточнить формулу (6), учтя в первом порядке поправку по H_{int}. Первый член в (5) приводит к тривиальному изменению кинетической энергии кварка, а остальные модифицируют вилсоновское среднее в формуле (6) и в первом приближении по $1/m^2$ сводятся к различным комбинациям построенным из

$$\langle \mathrm{tr} F_{\mu\nu}(x) P_c \exp \{ i \int_c d\tau \dot{x}_\mu(\tau) A_\mu(x(\tau)) \} \rangle = \frac{\delta W[C_x]}{\delta S_{\mu\nu}(x)} . \qquad (11)$$

(11) – известная формула Мандельстама $\delta/\delta S_{\mu\nu}(x)$ – вариационная производная $W[C]$ по ориентированной площадке. Производная от $A_{min}[C]$ по $\delta S_{\mu\nu}(x)$ равна $t_{\mu\nu}(x)$ (см.[2]) – тензору ориентации касательной плоскости. Для случая медленного движения кварков, в выбранной системе координат:

$$t_{0i} = \frac{n_i}{(1-\dot{n}^2 r^2/4)^{1/2}} ; \qquad t_{ij} = \frac{r(\dot{n}_i n_j - \dot{n}_j n_i)}{2(1-\dot{n}^2 r^2/4)^{1/2}} . \qquad (12)$$

Используя (6), (12) найдем вклад струны в спин-орбитальное взаимодействие:

$$H_{LS}\,(\text{string}) = -\frac{k}{2m^2 r}\left(1 + \frac{\mathbf{L}^2}{2m^2 r^2}\right)\mathbf{LS} \qquad (13)$$

$\mathbf{S} = (\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2)/2$ – полный спин мезона. Вклады, идущие от дифференцирования D-функции в вилсоновском среднем (2), как легко понять, совпадают с аналогичными вкладами, полученными в квантовой электродинамике для позитрония [4]. Таким образом, поправка к гамильтониану H_0 имеет вид:

$$H_1 = H_{LS}(\text{string}) + \frac{\alpha_*}{m^2}\left(-\frac{\mathbf{p}^2}{r} + \frac{\mathbf{L}^2}{2r^3}\right) - \frac{\mathbf{p}^4}{4m^2} +$$

$$+ \frac{(3+4g)\alpha_*}{2m^2 r^3}\mathbf{L}\,\mathbf{S} + \frac{3\alpha_*(1+g)^2}{2m^2 r^3} S_i S_j (n_i n_j - \delta_{ij}/3). \qquad (14)$$

Члены, описывающие контактное взаимодействие, т. е. пропорциональные $\delta(r)$, мы отбросили, так как $\Psi_L(0) = 0$ для состояний с $L \neq 0$.

В гамильтониан (9), (10), (13), (14) входят четыре параметра k, m, α_* и g. Натяжение струны k известно из наклона траекторий Редже, а три оставшихся параметра мы определили, воспользовавшись данными по $1P$-уровню чармония. Были проведены расчеты для нескольких значений k. Результаты приведены в таблицах 1 и 2 (экспериментальные данные взяты из работ [5]).

Выбор параметров модели Таблица 1

k, ГэВ^2	m_c ГэВ	α_*	g
0,16	1,458	0,54	0,33
0,17	1,446	0,55	0,28
0,176	1,438	0,556	0,25
0,18	1,434	0,56	0,23

Таблица 2

Сравнение спектра масс чармония для $k = 0{,}176$ ГэВ^2 с экспериментальным $N^{(2S+1)}L_J$ уровнем, где N – главное квантовое число, S – полный спин, L и J – орбитальный и полный моменты. (Уровни, выбранные для фиксации параметров модели подчеркнуты).

Уровень	Теория	Эксперимент	Уровень	Теория	Эксперимент
1^1P_1	3,525	3,525	1^1D_1	3,816	–
$1^3P_{J=0}$	<u>3,415</u>	3,415	$1^3D_{J=1}$	3,805	3,770
$1^3P_{J=1}$	<u>3,511</u>	3,511	$1^3D_{J=2}$	3,820	–
$1^3P_{J=2}$	<u>3,556</u>	3,556	$1^3D_{J=3}$	3,817	–
2^1P_1	3,931	–	2^1D_2	4,661	–
$2^3P_{J=0}$	3,826	–	$2^3D_{J=1}$	4,152	4,159
$2^3P_{J=1}$	3,916	–	$2^3D_{J=2}$	4,169	–
$2^3P_{J=2}$	3,962	–	$2^3D_{J=3}$	4,171	

Из сравнения с экспериментом видно, что положение 2^3D_1-уровня практически совпадает с экспериментальным, а положение 1^3D_1-уровня всего лишь на 30 мэВ выше экспериментального. Точность нашей модели не позволяет надеяться на получение более точных результатов. Существующих на сегодняшний день данных по тяжелым мезонам не достаточно, для надежной проверки принятых гипотез. Однако, их достаточно для того, чтобы определить параметры c-кварка и α_* (см. табл. 1) и тем самым предсказать положения и расщепления неизвестных еще P-, D- и т. д. уровней чармония.

Мы благодарны А.Б.Мигдалу за многочисленные обсуждения физической картины устройства чармония.

Литература

1. *Мигдал А.Б.* Письма в ЖЭТФ, 1987, **46**, 261.
2. *Migdal A.A.* Phys. Rep., 1983, **102**, 199.
3. *Eichten E., Feinberg F.* Phys. Rev., 1981, **D23**, 2724; *Быков А.А., Дремин И.М., Леонидов А.В.* УФН, 1984, **143**, 1; *Kwong W., Kosner J.L., Quigg C.* Ann. Rev. Nucl. Part. Sci., 1987, **37**, 155.
4. *Ахиезер А.И., Берестецкий В.Б.* Квантовая электродинамика, М.: Наука, 1969; *Celmaster W., Henyey F S.* Phys. Rev., 1978, **D17**, 3268.
5. *Gupta V., Kogerler R.* Preprint BI-TP 87/14, 1987; *Particle Data Groop,* Phys. Lett., 1986, **B170**, 1; *Baglin C. et al.* Phys. Lett., 1986, **B171**, 135.

Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
15 февраля 1988 г.