

## КОГЕРЕНТНОЕ УСИЛЕНИЕ ИМПУЛЬСОВ НЕРЕЗОНАНСНОЙ ДВУХУРОВНЕВОЙ СРЕДОЙ

Э.М.Беленов, П.Г.Крюков, А.В.Назаркин,  
А.Н.Ораевский, А.В.Усков

Представлено решение уравнений Максвелла – Блоха, описывающее когерентное распространение импульса света, усиливаемого двухуровневой средой. Импульс снимает всю энергию, запасенную в среде, и его частота при его усилении растет.

1. Динамика когерентного распространения мощного импульса света напряженности  $\mathcal{E}(z, t) = E_0(z, t) \cos(\omega_0 t - k_0 z + \varphi_0(z, t))$ , резонансного к частоте  $\omega_0$  перехода двухуровневых частиц, описывается системой уравнений

$$\mathcal{E}_{zz} - \mathcal{E}_{tt} / c^2 = (4\pi N / c) \mathcal{P}_{tt}, \quad (1)$$

$$i_{tt} + \omega_0^2 \mathcal{P} = - (2\mu^2 \omega_0 / \hbar) \mathcal{E} n, \quad n_t = (2 / \hbar \omega_0) \mathcal{E} \mathcal{P}_t. \quad (2)$$

Здесь  $N$  – плотность частиц,  $\mu$  – дипольный момент перехода,  $n$  – разность населенностей уровней ( $n$  меняется между  $\pm 1$ ). В материальных уравнениях (2) опущены релаксационные члены (а именно положено  $\mathcal{P}_t / T_2 = n / T_1 = 0$ , где  $T_2$  и  $T_1$  – времена релаксации поляризации и числа части). Отсутствие релаксационных членов позволяет в рамках (1 – 2) описать такие эффекты, как индуцируемая самопрозрачность (для поглощающей среды) <sup>1-3</sup> или (в усиливающей среде) полный съем энергии частиц полем при распространении импульса <sup>2, 4, 5</sup>. Здесь увеличение энергии импульса с ростом  $z$  связано с увеличением ( $\sim z$ ) числа фотонов поля, а увеличение мощности связано, кроме того, со сжатием импульса. При этом огибающая  $E_0(z, t)$  поля является знакопеременной функцией с частотой осцилляций, возрастающей  $\sim z$ . Для больших  $z$  частота осцилляций превысит частоту перехода, и приближение огибающих (для  $E_0(z, t)$  и  $\mathcal{P}(z, t)$ ) в описании динамики распространения импульса, предполагающее выполнение условия  $|(\varphi_0)_t| \ll \omega_0$ , становится непригодным.

Ниже описывается эволюция мощного импульса в усиливающей среде для поля, когда невозможно выделить в нем медленно меняющиеся амплитуду и фазу, и для индуцируемой полем поляризации выполнено условие

$$|\mathcal{P}_{tt}| \gg \omega_0 |\mathcal{P}|. \quad (3)$$

При этом оказывается, что фотоны, составляющие поле импульса, меняют свою частоту  $\omega(z)$  с ростом  $z$  и в пределе ( $z \rightarrow \infty$ ) частота фотонов  $\omega(z)$  неограниченно возрастает. Импульс снимает всю энергию, запасенную в среде, и увеличение энергии поля происходит без увеличения числа фотонов импульса.

2. Опустим в (2) слагаемое  $\omega_0^2 \mathcal{P}$ , в этом случае материальные уравнения интегрируются при любой форме поля  $\mathcal{E}(z, t)$ . В частности  $n = \cos \psi$ , где функция

$$\psi = \frac{2\mu}{\hbar} \int_{-\infty}^t \mathcal{E}(z, t) dt \quad (4)$$

удовлетворяет уравнению Синус – Гордона

$$\psi_{\xi\eta} = \Omega^2 \sin \psi, \quad \Omega^2 = \frac{2\pi N}{\hbar c^2} \omega_0, \quad (5)$$

$$\xi = t + z/c, \quad \eta = t - z/c. \quad (6)$$

Для уравнения (5) известно решение с автомодельной переменной  $u = \Omega^2 \xi \eta$  (см. <sup>2, 4</sup>),  $\psi$  изменяется согласно уравнению

$$u \psi_{uu} + \psi_u - \sin \psi = 0, \quad (7)$$

и напряженность поля  $\mathcal{E}(z, t)$  связана с функцией  $\psi$  отношением

$$\mathcal{E}(z, t) = \frac{\hbar \Omega^2}{\mu} t \psi_u. \quad (8)$$

Уравнение (7) имеет регулярные при  $u = 0$  решения <sup>2</sup>. Эти решения таковы, что  $\psi_u$  — знакопеременная осциллирующая функция типа волнового пакета не равная нулю в окрестности точки  $u = 0$ . Напряженность поля  $\mathcal{E}(z, t)$  отлична от нуля лишь при  $\eta \approx 0$ , выражение (12) поэтому можно представить в виде

$$\mathcal{E}(z, t) = \frac{\hbar \Omega^2}{c \mu} z \psi_u \left[ 2 \frac{\Omega^2}{c} z \left( t - \frac{z}{c} \right) \right] \quad (9)$$

Математически эволюция напряженности  $\mathcal{E}(z, t)$  поля импульса (9) повторяет то, что сказано в <sup>2, 4, 5</sup> о эволюции огибающей импульса  $E_0(z, t)$ , распространяющегося в резонансной усиливающей среде с релаксационными константами  $T_1 = T_2 = \infty$ .

Поле (9) составлено из субимпульсов с площадями  $\sim \pm 2\pi$ , суммарная площадь субимпульсов  $\psi(z, \infty)$  сохраняется и равна  $\pi$ , поле снимает всю энергию запасенную в веществе. Однако переход к условиям распространения, когда описание эффекта возможно лишь в терминах полной напряженности и поляризации, существенно меняет физику эволюции поля. В первом случае (модель огибающих) при распространении импульс сжимается, но не меняется его частота. Во втором случае, когда импульс достаточно мощный и описание его движения в модели огибающих невозможно, импульс не только сжимается, но меняется его частота. Частота согласно (9) равна  $\omega(z) = (2\Omega^2/c)z$ .

Далее, в первом случае энергия поля нарастает за счет прибавления к импульсу фотонов его же частоты, во втором случае число фотонов импульса вообще не меняется. Энергия импульса увеличивается за счет прибавления энергии  $\hbar \omega_0$ , излучаемой частицей при индуцированном переходе между уровнями к текущей энергии  $\hbar \omega(z)$  фотонов поля. Можно сказать, таким образом, что эволюция короткого мощного импульса света, распространяющегося в двухуровневой среде подобна эволюции импульса света, распространяющегося в гравитационном поле. При квантовом описании эффект сводится к увеличению "веса" фотонов поля, при классическом — к сжатию ( $\sim z$ ) импульса и увеличению ( $\sim z$ ) амплитуды его осцилляций.

3. Условие (3) применимости рассмотренной выше модели сводится к выполнению неравенства  $(\mu \mathcal{E} / \hbar)^2 \gg \omega_0^2$ . Вводя величину  $q = (c/4\pi) \mathcal{E}^2$  плотности потока света находим, что

$$q \gg \frac{\hbar \omega_0^2}{4\pi \mu^2} c. \quad (10)$$

Полагая  $\omega_0 = 10^{14}$  рад/с,  $\mu = 5 \cdot 10^{-18}$  абс. ед. имеем  $q \gg 10^{11}$  Вт/см<sup>2</sup>.

Оценим характерное расстояние, при котором частота  $\omega(z)$  фотонов импульса значительно превзойдет частоту  $\omega_0$  перехода. Согласно (5) и (9) получаем

$$z \gg c \hbar / 4\pi N \mu^2. \quad (11)$$

При  $N = 10^{17}$  см<sup>3</sup>,  $\mu = 5 \cdot 10^{-18}$  абс. ед. условие (11) эквивалентно требованию  $z \gg 1$  см,

иными словами при проходе пути  $\sim 1$  см. смещение частоты составит величину  $\sim \omega_0$ .

## Литература

1. *Mc Call S.L., Hahn E.L.* Phys. Rev., 1968, 21, 1151.
2. *Lamb G.L.* Rev. of Mod. Phys., 1971, 43, 99.
3. *Полуэктов И.А., Попов Ю.М., Ройтберг В.С.* УФН, 1974, 114, 97.
4. *Захаров В.Е.* Письма в ЖЭТФ, 1980, 32, 603.
5. *Манаков С.В.* ЖЭТФ, 1983, 50, 495.

Физический институт им. П.Н.Лебедева  
Академии наук СССР

---

Поступила в редакцию  
23 февраля 1988 г.  
После переработки  
25 марта 1988 г.