

К практическому применению нетривиального “распутывания” эволюции резонансно-флуоресцирующего атома

Л. В. Ильичёв¹⁾

Институт автоматики и электрометрии Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 15 ноября 2002 г.

Рассмотрено одно из следствий реализации так называемого нетривиального “распутывания” резонансной флуоресценции двухуровневого атома, то есть искусственного перенацеливания окружения на регистрацию нового набора событий, отличных от фотоиспусканий в компоненты триплета резонансной флуоресценции. Исследованы состояния атома после регистрации новых событий, и в простейшем классе распутываний найден элемент, обеспечивающий максимальную вероятность атому оказаться в возбужденном состоянии.

PACS: 74.50.+g, 74.80.Fp

Прогресс научной технологии позволяет в настоящее время ставить эксперименты на единичных атомах. Это важное достижение, особенно в связи с развитием квантовой компьютерики. Такие эксперименты являются по существу “инженерией” квантовых состояний. В приближении, когда атом можно рассматривать как замкнутую систему, инженерия сводится к реализации подходящей гамильтоновой эволюции атома, например, с помощью нужной пространственно-временной конфигурации световых полей. В реальности, однако, атом является открытой квантовой системой, обменивающейся с окружением энергией и информацией. Поле для квантовой инженерии расширяется, так как теперь можно перестраивать и окружение атома, меняя характер энерго-информационного обмена. В настоящем сообщении рассматривается вариант “минимальной” (в определенном смысле, который будет пояснен далее) перестройки окружения резонансно-флуоресцирующего атома.

Введем необходимые понятия и обозначения. Рассматривается простейшая модель – двухуровневый атом с основным, $|g\rangle$, и возбужденным, $|e\rangle$, состояниями, взаимодействующий с классическим монохроматическим электромагнитным полем. Мы сразу введем так называемые “одетые” состояния, диагонализующие гамильтониан атома:

$$\begin{aligned} |1\rangle &= \cos\theta|e\rangle + \sin\theta|g\rangle, \\ |2\rangle &= \cos\theta|g\rangle - \sin\theta|e\rangle, \end{aligned} \quad (1)$$

где угол смещения θ связан с частотой Раби Ω и отстройкой Δ частоты светового поля от резонанса со-

отношением $\tan 2\theta = -\Omega/\Delta$. При этом гамильтониан атома $\hat{H} = \sqrt{\Omega^2 + \Delta^2}(|1\rangle\langle 1| - |2\rangle\langle 2|)/2$. Уравнение эволюции атомной матрицы плотности имеет вид

$$\partial_t \hat{\rho} = -i[\hat{H}, \hat{\rho}] + \mathcal{D}[\hat{\rho}]. \quad (2)$$

За спонтанные переходы отвечает слагаемое, которое мы запишем в форме Линдблада [1]:

$$\mathcal{D}[\hat{\rho}] = \hat{L}\hat{\rho}\hat{L}^\dagger - \frac{1}{2}\{\hat{L}^\dagger\hat{L}, \hat{\rho}\}_+, \quad (3)$$

где $\hat{L} = \sqrt{\gamma}|g\rangle\langle e|$, а γ – скорость спонтанного распада возбужденного состояния. Будучи выраженным через “одетые” состояния (1), оператор Линдблада спонтанного распада представим как

$$\hat{L} = \sum_{\alpha} \hat{L}_{\alpha}, \quad (4)$$

где $\alpha \in \{-, 0, +\}$ и

$$\hat{L}_0 = \sin\theta \cos\theta \left(|1\rangle\langle 1| - |2\rangle\langle 2| \right), \quad (5)$$

$$\hat{L}_- = -\sin^2\theta |1\rangle\langle 2|, \quad \hat{L}_+ = \cos^2\theta |2\rangle\langle 1|.$$

В так называемом секулярном приближении [2]

$$\gamma \ll \sqrt{\Omega^2 + \Delta^2} \quad (6)$$

супероператор спонтанного распада \mathcal{D} (3) может быть заменен на

$$\sum_{\alpha} \mathcal{D}_{\alpha}, \quad (7)$$

где

$$\mathcal{D}_{\alpha}[\hat{\rho}] = \hat{L}_{\alpha}\hat{\rho}\hat{L}_{\alpha}^\dagger - \frac{1}{2}\{\hat{L}_{\alpha}^\dagger\hat{L}_{\alpha}, \hat{\rho}\}_+. \quad (8)$$

Появление вместо одного оператора Линдблада \hat{L} трех очень важно для дальнейшего.

Чтобы пояснить это, сделаем небольшое отступление и заметим, что энерго-информационный обмен

¹⁾e-mail: leonid@iae.nsk.su

атома с макроскопическим окружением происходит в виде серии *событий* – резких и хорошо локализованных во времени актов изменения состояния окружения [3], вызванных поглощением спонтанно испущенных фотонов. В случае экспериментально созданного окружения событием является щелчок детектора – фотоотсчет. Этому событию соответствует оператор Линдблада \hat{L} . Естественно, что локализация фотоотсчета во времени не позволяет говорить о частоте зарегистрированного фотона. Однако в рамках секулярного приближения (6) грубая частотная селекция зарегистрированных спонтанных фотонов оказывается уже возможной – супероператоры \mathcal{D}_α отвечают, соответственно, за фотоиспускание в левую ($\alpha = \{-\}$), центральную ($\alpha = \{0\}$) и правую ($\alpha = \{+\}$) компоненты триплета резонансной флуоресценции. С операционной точки зрения сильное неравенство (6) позволяет поместить между атомом и окружением систему спектральных фильтров, каналирующую спонтанные фотоны в зависимости от их частоты на один из трех детекторов (рис.1). Обрат-

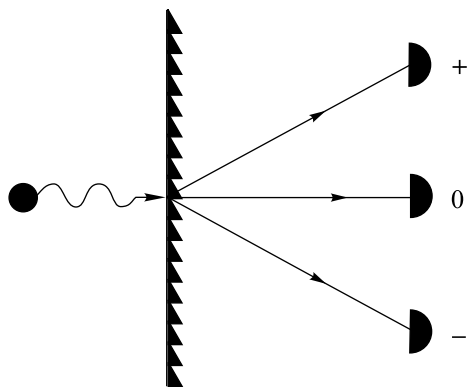


Рис.1. Условная схема регистрации фотоиспусканий в компоненты триплета резонансной флуоресценции. Спектральный фильтр изображен в виде дифракционной решетки

ная добротность (спектральная ширина фильтров) f должна удовлетворять условию

$$\gamma \ll f \ll \sqrt{\Omega^2 + \Delta^2}. \quad (9)$$

Здесь правое неравенство обеспечивает надежность спектрального селектирования спонтанных фотонов по компонентам триплета, а левое гарантирует, что фотоны не будут накапливаться в фильтрах. В противном случае в рассмотрении необходимо ввести поле спонтанно-испущенных фотонов, и неправоммерно было бы отождествлять в едином понятии события акт фотоиспускания и регистрации фотона.

Появление трех операторов Линдблада \hat{L}_α ($\alpha \in \{-, 0, +\}$) и ассоциированных с ними трех типов со-

бытий приводит в свою очередь к появлению преобразований набора $\{\hat{L}_\alpha\}$, оставляющих неизменным полный супероператор спонтанного распада (7) (и, следовательно, уравнение эволюции матрицы плотности [4]):

$$\hat{L}_\alpha \rightarrow \hat{L}_\alpha(U) = \sum_{\alpha'} U_{\alpha\alpha'} \hat{L}_{\alpha'}, \quad (10)$$

где $U \in SU(3)$ – произвольная унитарная матрица 3-го порядка. О выборе того или иного преобразования (10) мы будем говорить (следуя Кармайклу) как о “распутывании” (unravelling) эволюционного уравнения. Информационный аспект свободы выбора распутывания в квантовой оптике затрагивался в работах [5]. Технически реализовать преобразование (10) можно с помощью системы зеркал и светоделителей, расположенной между спектрально-селектирующей системой и системой детекторов. На каждом светоделителе скрещиваются два пути, по которым каналируются спонтанно-испущенные фотоны, и для реализации произвольного преобразования (10) достаточно в общем случае три светоделителя с нужным образом подобранными коэффициентами пропускания и отражения. Теперь щелчок детектора α уже нельзя интерпретировать как регистрацию фотона из определенной компоненты триплета. Это новое событие, которому соответствует оператор $\hat{L}_\alpha(U)$, является в некотором смысле “суперпозиционным” по отношению к набору исходных событий.

Нас будет интересовать состояние $\hat{\rho}(\alpha, U)$, в котором оказывается атом сразу после регистрации события детектором α при распутывании U :

$$\hat{\rho}(\alpha, U) = \frac{\hat{L}_\alpha(U) \hat{\rho}^{(st)} \hat{L}_\alpha^\dagger(U)}{\text{Tr}(\hat{L}_\alpha^\dagger(U) \hat{L}_\alpha(U) \hat{\rho}^{(st)})}. \quad (11)$$

Матрица плотности до регистрации считается стационарной – диагональной в базисе “одетых” состояний с элементами $\rho_{11}^{(st)} = \sin^4 \theta / (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta)$ и $\rho_{22}^{(st)} = \cos^4 \theta / (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta)$. Этот выбор соответствует усреднению по всевозможным предшествующим историям атома. Предположим для определенности, что $\cos^2 \theta \geq \sin^2 \theta$. Заметим, что после регистрации события детектором $\alpha = \{-\}$ в условиях тривиального распутывания $U = id$ (то есть после поглощения фотона левой компоненты триплета) атом оказывается в состоянии $\hat{\rho}(\{-\}, id) = |1\rangle\langle 1|$. При этом вероятность найти атом в возбужденном состоянии есть в соответствии с (1)

$$\langle e | \hat{\rho}(\{-\}, id) | e \rangle = \cos^2 \theta. \quad (12)$$

Если перед нами стоит цель получить как можно более высокое значение ρ_{ee} при заданном θ , то (12) является предельным для тривиального распутывания.

Оказывается, однако, что организация нетривиального распутывания позволяет после регистрации определенного события "застать" атом в более инвертированном состоянии, чем в случае (12). Покажем, как это происходит.

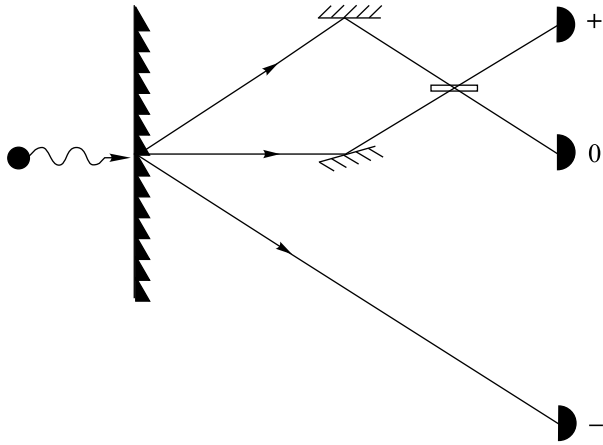


Рис.2. Распутывание с организацией суперпозиции испусканий в правую и центральную компоненты триплета резонансной флуоресценции

Рассмотрим распутывание вида (рис.2)

$$\begin{aligned} \hat{L}_+(U) &\equiv \hat{L}_+(\phi) = \cos \phi \hat{L}_+ + \sin \phi \hat{L}_0, \\ \hat{L}_0(U) &\equiv \hat{L}_0(\phi) = -\sin \phi \hat{L}_+ + \cos \phi \hat{L}_0, \\ \hat{L}_-(U) &\equiv \hat{L}_-(\phi) = \hat{L}_-. \end{aligned} \quad (13)$$

После регистрации события детектором $\alpha = \{+\}$ атом оказывается в состоянии $\hat{\rho}(\{+\}, U) \equiv \hat{\rho}(\{+\}, \phi)$, для которого

$$\begin{aligned} \langle e | \hat{\rho}(\{+\}, \phi) | e \rangle &= \\ &= \frac{(1 - 2 \sin 2\phi) \cos^2 \theta \sin^4 \theta + \sin^2 \phi \cos^4 \theta \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta \sin^2 \theta + \sin^2 \phi (\cos^6 \theta + \sin^6 \theta)}. \end{aligned} \quad (14)$$

Правая часть (14) достигает максимума при $\phi = \phi_{\max}$:

$$\begin{aligned} \tan \phi_{\max} &= \\ &= \frac{1}{2(2 - \sin^2 2\theta)} \left((\cos 2\theta - 1) \cos 2\theta - \right. \\ &\left. - \sqrt{(\cos 2\theta - 1)^2 \cos^2 2\theta + 2 \sin^2 2\theta (2 - \sin^2 2\theta)} \right). \end{aligned} \quad (15)$$

При $\theta = \pm\pi/4$, когда, согласно (12), инверсия при тривиальном распутывании вообще не достижима, мы имеем $\tan \phi_{\max} = -1/\sqrt{2}$ и $\langle e | \hat{\rho}(\{+\}, \phi_{\max}) | e \rangle = (2 + \sqrt{2})/4 \simeq 0.854$. При увеличении $\cos^2 \theta$ значение $\langle e | \hat{\rho}(\{+\}, \phi_{\max}) | e \rangle$ начинает уменьшаться, и выигрыш по сравнению со значением (12) для тривиального распутывания исчезает при $\cos^2 \theta \simeq 0.637$.

Стоит заметить, что после регистрации событий, отвечающих линдбладовским операторам $\hat{L}_+(\phi)$ и $\hat{L}_0(\phi)$ при $\phi \neq 0 \pmod{\pi}$, изначально стационарная матрица плотности атома приобретает недиагональные элементы в базисе "одетых" состояний. Это обстоятельство радикально отличает распутывание (13) от тривиального распутывания или от распутывания, где на единственном светоделителе смешиваются фотоны, испущенные в боковые компоненты триплета. В обоих последних случаях после регистрации любого события атом (изначально находящийся в стационарном состоянии) оказывается с той или иной вероятностью в одном из "одетых" состояний.

Таким образом, мы рассмотрели эффект от распутывания – определенной перестройки окружения флуоресцирующего атома. Сам эффект заключается в получении состояния с максимальным значением q_{ee} . Как уже отмечалось ранее, распутывание не меняет условий спонтанного распада атома (именно по этой причине такая перестройка окружения была названа в начале статьи "минимальной"). Образно говоря, атом "не знает" о том, как экспериментатор "распутал" его эволюцию, то есть каким образом он распорядился информацией, содержащейся в спонтанно-испущенных фотонах. Распутывание позволяет заставить атом в нужном состоянии.

Мы рассмотрели простейшее пригодное для нашей цели распутывание – с одним фотоделителем. Возможно, что общее унитарное преобразование (10), реализующее суперпозицию всех трех исходных событий, позволит достигнуть более высоких значений q_{ee} . Далее, мы рассмотрели эффект только одного события, а не более длинных серий. При решении этой проблемы необходимо учитывать гамильтонову эволюцию атома в промежутках между событиями вследствие отмеченного выше появления недиагональных элементов матрицы плотности в "одетом" базисе для любой конкретной серии событий. Наконец, отдельный и очень интересный вопрос представляет локализация распутывания для подвижных квантовых систем.

1. G. Lindblad, *Comm. Math. Phys.* **48**, 119 (1976).
2. C. Cohen-Tannoudji and S. Reynaud, *J. Phys.* **B10**, 345 (1977).
3. Ph. Blanchard and A. Jadczyk, *Rep. Math. Phys.* **36**, 235 (1995).
4. M.-D. Choi, *Linear Algebra and Applications* **10**, 285 (1975).
5. J.K. Breslin, G.J. Milburn, and H.M. Wiseman, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4827 (1995); J.K. Breslin and G.J. Milburn, *J. Mod. Opt.* **44**, 2469 (1997).