

## О ВОЗМОЖНОСТИ СВЕРХТЕКУЧЕГО ПЕРЕХОДА В СЛАБОНЕИДЕАЛЬНОМ ФЕРМИ-ГАЗЕ С ОТТАЛКИВАНИЕМ

М.Ю.Каган, А.В.Чубуков

Показано, что в разреженном ферми-газе с отталкиванием осуществляется переход в сверхтекучее состояние с моментом  $l = 1$ .

1. Согласно существующей теории сверхпроводимости, в разреженном ферми-газе с протяжением между частицами, т. е. газе с  $|a| p_F \ll 1$ , где  $a < 0$  – длина  $s$ -рассеяния, при температуре  $T_{c0} = A \epsilon_F \exp\{-\pi/2\gamma_F |a|\}$  ( $A = (\gamma/\pi)(2/e)^{7/3}$ ;  $\ln \gamma$  – постоянная Эйлера) начинается образование и конденсация связанных синглетных куперовских пар, благодаря чему газ переходит в сверхтекучее состояние<sup>1, 2</sup>. В то же время традиционно считалось, что разреженный ферми-газ с отталкиванием между частицами ( $a > 0$ ) остается в нормальной фазе вплоть до  $T = 0$ . Цель настоящей работы – показать, что и в случае отталкивания при определенной температуре  $T_{c1} \sim \epsilon_F \exp\{-1/(ap_F)^2\}$  ферми-газ также переходит в сверхтекучее состояние, но, с орбитальным моментом относительного движения  $l = 1$  (и, следовательно, с суммарным спином  $S = 1$ ). Как известно, для возникновения сверхтекучести достаточно, чтобы эффективное взаимодействие  $\tilde{\Gamma}_l$  имело характер притяжения хотя бы для одного значения момента  $l$ <sup>2</sup>. Мы покажем, что в разреженном ферми-газе заведомо  $\tilde{\Gamma}_1 < 0$  даже если  $\tilde{\Gamma}_0 \approx \frac{4\pi}{m} a > 0$ . Доказательство основано на том, что как было установлено Коном и Латтинджером<sup>3</sup>, наличие заполненной ферми-сферы приводит к существенной перенормировке угловой зависимости эффективного взаимодействия, так что нарушается справедливое для медленных частиц в вакууме разложение парциальных компонент  $\tilde{\Gamma}_l$  по газовому параметру.

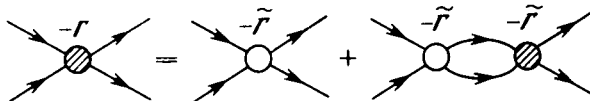


Рис. 1

II. Математическим выражением неустойчивости нормального состояния, приводящей к сверхтекучему переходу, служит появление полюса в полной вершине  $\tilde{\Gamma}$ , связанное с обращением в бесконечность какой-либо из ее парциальных компонент  $\tilde{\Gamma}_l$ . Полная вершина  $\tilde{\Gamma}$  определяется, как обычно, из уравнения Бете–Сальпетера, графически изображенного на рис. 1. Определим теперь в явном виде эффективное взаимодействие  $\tilde{\Gamma}$ . Оно задается полной совокупностью диаграмм, неразрезаемых по двум фермионным линиям, направленным в одну сторону. Диаграммы, дающие вклад в  $\tilde{\Gamma}$  в первых двух порядках теории возмущений по параметру  $ap_F \ll 1$ , представлены на рис. 2.

В первом порядке теории возмущений эффективная затравочная вершина  $\tilde{\Gamma}$  совпадает с потенциалом двухчастичного взаимодействия  $V(\mathbf{p} - \mathbf{p}')$ , так что для достаточно быстро убывающего взаимодействия парциальные амплитуды  $a_l$  (где  $a_l = \frac{m}{4\pi} \tilde{\Gamma}_l$ ) убывают как  $(ap_F)^{2l+1}$  (см. <sup>4</sup> §132). Однако это разложение нарушается при учете диаграмм второго порядка, так как в результате интегрирования по внутренней петле из гриновских функций в ноль-звуковом канале, в  $\tilde{\Gamma}$  очевидным образом появляется зависимость от угла  $\theta$  между входящими и выходящими импульсами и потому все коэффициенты  $a_l$  оказываются в действительности величинами порядка  $(ap_F)^2$ . Явное выражение для эффективной за-

гравочной вершины  $\tilde{\Gamma}$  (в которой мы для аккуратности сохраним спиновые индексы) тако-  
во

$$|\mathbf{p}| = |\mathbf{k}| = p_F, \quad \hat{\theta} = \hat{\mathbf{p}}\mathbf{k}$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Gamma}_{\alpha\beta\zeta\eta}(\mathbf{p}, -\mathbf{p}, \mathbf{k}, -\mathbf{k}) = & \frac{4\pi}{m} a \left\{ \left[ 1 + \frac{ap_F}{\pi} f(-\cos\theta) \right] \delta_{\alpha\zeta} \delta_{\beta\eta} - \left[ 1 + \frac{ap_F}{\pi} f(\cos\theta) \right] \delta_{\alpha\eta} \delta_{\beta\zeta} \right\} + \\ & + O((ap_F)^3), \end{aligned}$$

где

$$f(\cos\theta) = 1 + \frac{\sqrt{2}}{4} \frac{1 + \cos\theta}{\sqrt{1 - \cos\theta}} \ln \frac{\sqrt{2} + \sqrt{1 - \cos\theta}}{\sqrt{2} - \sqrt{1 - \cos\theta}}. \quad (2)$$

Поскольку мы интересуемся ферми-газом с отталкиванием, т. е. случаем  $a > 0$ , то

$$p_F a_0 = p_F a \left[ 1 + \frac{2}{3} \frac{ap_F}{\pi} (1 + 2\ln 2) \right] > 0$$

и спаривание в  $s$ -канале не происходит. Однако следующие коэффициенты  $a_1, a_2 \dots$  оказы-  
ваются отрицательными:

$$\begin{aligned} p_F a_1 &= \frac{4}{5\pi} (ap_F)^2 (1 - 2\ln 2) < 0 \\ p_F a_2 &= \frac{8}{105\pi} (ap_F)^2 (11\ln 2 - 8) \approx 0,1 (p_F a_1) < 0 \end{aligned} \quad (3)$$

и т. д. Расчет показывает, что коэффициенты  $a_l$  быстро убывают с увеличением номера  $l$ . Тот факт, что  $a_1 p_F < 0$  и  $|a_1|$  — максимален, означает, что в разреженном ферми-газе с от-  
талкиванием при температуре

$$T_{c1} \sim \epsilon_F \exp \{ -\pi/2 |a_1| p_F \} \quad (4)$$

осуществляется переход в сверхпроводящее состояние с моментом относительного движе-  
ния куперовской пары  $l = 1$  (см.  $^2$  § 54). Уточнение выражения для показателя экспонен-  
ты и вычисление предэкспоненты требуют расчета диаграмм третьего и четвертого порядка,  
что мы не делали.

III. Физическая причина возникновения эффективного притяжения между частицами на  
ферми-поверхности выявляется при переходе к пределу больших  $l$ , рассмотренному в  $^3$ .  
Дело в том, что при  $l \gg 1$  главный (убывающий как  $1/l^4$ ) вклад в  $a_l$  вносит область углов  
 $\theta$  близких к  $\pi$ , где  $f(\cos\theta)$  имеет особенность типа  $x \ln x$  ( $x = \pi - \theta$ ), аналогичную особен-  
ности диэлектрической проницаемости электронного газа в металле (особенность Фриделя—  
Кона), поэтому подобно ситуации в металле эффективный потенциал  $\tilde{\Gamma}(r)$  на больших рас-  
стояниях будет осциллировать по закону  $(1/r^3) \cos 2k_F r$ . Расчет показывает, что при боль-  
ших  $l$  (когда существенны большие расстояния) осцилляции взаимодействия непосредст-  
венно переносятся на осцилляции знака коэффициентов разложения  $f(\cos\theta)$  (см. (2)) по  
полиномам Лежандра: четные гармоники оказываются отрицательными, а нечетные — поло-  
жительными. Однако то обстоятельство, что в выражение (1) для  $\tilde{\Gamma}$  входит  $f(-\cos\theta)$ , при-  
водит к смене знака всех нечетных гармоник, в результате чего вне зависимости от четности  
 $l$  коэффициенты  $a_l$  оказываются отрицательными. Утверждение Кона и Латтинжера о воз-  
никновении эффективного притяжения относилось только к случаю  $l \gg 1$ . Проведенный на-  
ми расчет показывает (см. (3)), что влияние особой части  $f(\cos\theta)$  простирается вплоть до  
 $l = 1$  и, более того,  $|a_1|$  — оказывается максимальным.

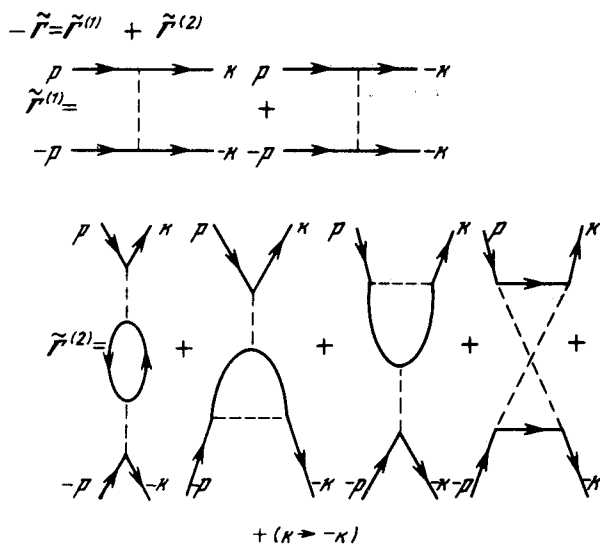


Рис. 2

IV. Формула (4) должна работать для слабых растворов  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$  (когда параметр  $ap_F$  мал) в той области магнитных полей, где предполагается спаривание с  $S=l=1$ .<sup>5</sup> Отметим, однако, что и для чистого  $^3\text{He}$  расчет по формуле (4) приводит к разумному результату  $T_{c1} \sim 10^{-2} \epsilon_F \sim 10^{-2} \text{ K}$ , хотя в данном случае  $ap_F \sim 2$  и ограничиваться вторым порядком теории возмущений безусловно нельзя.

Проведенный расчет может быть применен и к электронным подсистемам в металлах, если взаимодействие между электронами осуществляется не через фононы с энергией  $\sim \omega_D$ , а через какие-либо промежуточные возбуждения с энергией  $\sim \epsilon_F$ .

V. В заключение рассмотрим методический вопрос о вычислении температуры перехода в состояние с  $l=1$  в том случае, когда радиус действия потенциала  $r_0$  мал по сравнению со средним расстоянием между частицами, но длина  $s$ -рассеяния  $a \equiv 0$ , т. е. амплитуда рассеяния частиц на ферми-поверхности имеет вид

$$f(\mathbf{p}, \mathbf{p}') p_F = 3\lambda (r_0 p_F)^3 \cos\theta + O((r_0 p_F)^5), \quad \lambda > 0.$$

В этом случае задача об определении температуры перехода решается тем же методом, какой использовался при рассмотрении  $s$ -спаривания в работе<sup>1</sup>. Все коротковолновые расходимости устраняются перенормировкой связи между потенциалом взаимодействия и амплитудой  $P$ -рассеяния. Не останавливаясь на громоздких вычислениях приведем окончательный ответ:

$$T_c \approx 0,10 \epsilon_F \exp \left\{ - \frac{\pi}{2\lambda (r_0 p_F)^3} \right\}. \quad (5)$$

Авторам приятно поблагодарить А.Ф. Андреева, Е.П. Башкина, М.И. Каганова, А.Э. Мейеровича, Л.П. Питаевского и И.А. Фомина за обсуждение результатов работы и полезные замечания.

#### Литература

1. Горьков Л.П., Мелик-Бархударов Т.К. ЖЭТФ, 1961, 40, 1452.
2. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Статистическая физика, ч. 2, М.: Наука, 1974.

3. *Kohn W., Luttinger J.H.* Phys. Rev. Lett., 1965, 15, 524.

4. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика. М.: Наука, 1974.

5. *Bashkin E.P., Meyerovich A.E.* Adv. Phys, 1981, 30, 1.

Институт физических проблем  
Академии наук СССР

---

Поступила в редакцию  
8 апреля 1988 г.