Письма в ЖЭТФ, том 47, вып. 11, стр. 548 – 550 *10 июня 1988 г.*

НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ЛАГРАНЖИАН ДЛЯ ПСЕВДОСКАЛЯРНЫХ МЕЗОНОВ И ЛИНЕЙНАЯ σ-МОДЕЛЬ

И.В.Андреев, М.М.Цыпин

Показано, что линейная $SU(3) \times SU(3)$ σ-модель удовлетворительно описывает низкоэнергетические взаимодействия псевдоскалярных мезонов, если ввести поправки, учитывающие обмен векторными мезонами. В этой теории возникают скалярные мезоны с массой около 1500 МэВ.

Линейная σ-модель, основанная на киральной симметрии и частичном сохранении аксиального тока, была предложена много лет назад [1, 2]. Оказалось, однако, что она недостаточно точно описывает низкоэнергетические взаимодействия псевдоскалярных мезонов [3]. Здесь будет показано, что в низкоэнергетическом (НЭ) пределе такая модель удовлетворительно описывает экспериментальные данные уже на древесном уровне, если к ее лагранжиану добавить поправочный член, описывающий обмен векторными мезонами. Для этого мы находим коэффициенты в НЭ разложении лагранжиана модели и сравниваем их со значениями, полученными из обработки экспериментальных данных [4].

Наиболее общий перенормируемый лагранжиан линейной $SU(3) \times SU(3)$ σ-модели имеет вид [2]

$$L = \frac{1}{4}\mathrm{tr}(\partial_\mu M^+ \partial^\mu M) - \frac{1}{4}\mu^2 \mathrm{tr}(M^+ M) - \kappa \mathrm{Re}\det M -$$

$$- \frac{1}{8}(\lambda_1 - \frac{1}{3}\lambda_2)(\mathrm{tr} M^+ M)^2 - \frac{1}{8}\lambda_2 \mathrm{tr}((M^+ M)^2) - \frac{f}{4}\mathrm{tr}(\chi M + M^+ \chi). \qquad (1)$$

Здесь $M = \lambda_0(s_0 + ip_0) + \lambda_a(s_a + ip_a)$ – матрица 3×3, описывающая 9 скалярных полей s_0, a_a и 9 псевдоскалярных полей p_0, p_a; λ_a, $a = 1 \ldots 8$ – матрицы Гелл-Манна, $\lambda_0 = \sqrt{2/3}\, I$. $f = 93$ МэВ – вакуумное среднее s_0. Член с $\det M$ явно нарушает аксиальную $U(1)$-симметрию и дает массу η'-мезона $m^2_{\eta'} \approx 6\kappa f + 2/3 m^2_K$. Последний член (1) явно нарушает симметрию и обеспечивает ненулевую массу октета псевдоскалярных мезонов.

Лагранжиан (1) дает массы скалярных мезонов

$$m^2_{s0} = 6\lambda_1 f^2 - 2\kappa f + O(m^2_K), \quad m^2_{sa} = 2\lambda_2 f^2 + 4\kappa f + O(m^2_K). \qquad (2)$$

Если $\lambda_1, \lambda_2 \to \infty$, то $m_{s0}, m_{sa} \to \infty$, и модель (1) сводится к нелинейной σ-модели. При этом $M = -fU$, где U – унитарная матрица, а лагранжиан принимает вид

$$L = (f^2/4)\mathrm{tr}(\partial_\mu M^+ \partial^\mu M) + \kappa f^3 \mathrm{Re}\det U + (f^2/4)\mathrm{tr}(\chi M + M^+ \chi). \qquad (3)$$

Нас интересует случай, когда массы скаляров велики (много больше масс псевдоскаляров и их импульсов), но не бесконечны. При этом диаграммы с обменом скалярами дадут вклад порядка $1/m^2_{sa}$ в амплитуды рассеяния псевдоскаляров друг на друге, что соответствует поправочным членам порядка $1/m^2_{sa}$ в (3). Чтобы найти их, запишем M в виде $M = -fU(I+\Delta)$, где Δ – малая эрмитова добавка к единичной матрице. Подставляя в уравнение движения для $M + M^+$, следующее из (1), получаем

$$m^2_{s0}\,\mathrm{tr}\,\Delta \approx \mathrm{tr}[\partial_\mu U^+ \partial^\mu U + \frac{1}{2}(U^+\chi + \chi U - 2\chi)] - 6\kappa f(1 - \mathrm{Re}\det U),$$

$$m^2_{sa}\langle\Delta\rangle \approx \langle \partial_\mu U^+ \partial^\mu U + \frac{1}{2}(U^+\chi + \chi U)\rangle, \qquad (4)$$

где $\langle \ldots \rangle$ означает бесследовую часть. Аналогичным образом поступим с μ'-мезоном [4].

Запишем $U = V\exp(i\lambda_0\varphi_0)$, $\det V = 1$. Подставляя в уравнение движения для $M - M^+$, получим

$$\varphi_0 \approx \frac{i}{2\sqrt{6}m_\eta^2}\,\mathrm{tr}(\chi V - V^+\chi)\,. \tag{5}$$

Подстановка (4, 5) в (1) дает НЭ лагранжиан для октета псевдоскалярных мезонов с поправками порядка $1/m_{sa}^2$ и $1/m_\eta^2$. Кроме того, добавим к нему поправку порядка $1/m_V^2$, описывающую вклад обмена векторными мезонами массой m_V. Она имеет скирмовский вид [5]:

$$\Delta L = \frac{1}{2}\gamma\,\mathrm{tr}([V^+\partial_\mu V,\ V^+\partial_\nu V][V^+\partial^\mu V,\ V^+\partial^\nu V])\,. \tag{6}$$

При этом $\gamma = 1/16g^2 \approx 1{,}7\cdot 10^{-3}$, где $g \approx 6$ — константа взаимодействия векторного и псевдоскалярного мезонов.

В результате получается НЭ лагранжиан вида

$$\begin{aligned}
L = {} & (f^2/4)(1-2\delta)\,\mathrm{tr}(\partial_\mu V^+\partial^\mu V) + (f^2/4)(1-\delta)\,\mathrm{tr}(\chi V + V^+\chi) + \\
& + (\alpha + \gamma/2)\,\mathrm{tr}(\partial_\mu V^+\partial^\mu V)\,\mathrm{tr}(\partial_\nu V^+\partial^\nu V) + \gamma\,\mathrm{tr}(\partial_\mu V^+\partial^\nu V)\,\mathrm{tr}(\partial^\mu V^+\partial_\nu V) + \\
& + (\beta - 3\gamma)\,\mathrm{tr}(\partial_\mu V^+\partial^\mu V\partial_\nu V^+\partial^\nu V) + \alpha\,\mathrm{tr}(\partial_\mu V^+\partial^\mu V)\,\mathrm{tr}(\chi V + V^+\chi) + \\
& + \beta\,\mathrm{tr}(\partial_\mu V^+\partial^\mu V(\chi V + V^+\chi)) + (\alpha/4)\,\mathrm{tr}(\chi V + V^+\chi)\,\mathrm{tr}(\chi V + V^+\chi) + \\
& + \epsilon\,\mathrm{tr}(\chi V - V^+\chi)\,\mathrm{tr}(\chi V - V^+\chi) + (\beta/4)\,\mathrm{tr}(\chi V\chi V + \chi V^+\chi V^+)\,,
\end{aligned} \tag{7}$$

который учитывает члены вплоть до четвертой степени по импульсам и массам псевдоскаляров. Первые два слагаемых соответствуют стандартной нелинейной σ-модели (3), а остальные восемь представляют собой поправки. Здесь мы ввели константы

$$\begin{aligned}
& \alpha = (f^2/6)(1/m_{s0}^2 - 1/m_{sa}^2)\,, \qquad \beta = f^2/2m_{sa}^2\,, \\
& \delta = \frac{2}{3m_{s0}^2}\,\mathrm{tr}\,\chi = \frac{2}{3m_{s0}^2}(2m_K^2 + m_\pi^2)\,, \quad \epsilon = -f^2/48m_\eta^2\,.
\end{aligned} \tag{8}$$

Полученные из обработки экспериментальных данных численные значения коэффициентов при восьми поправочных членах [4] равны, в порядке их следования в (7), $L_1 = 0{,}9 \pm 0{,}3$; $L_2 = 1{,}7 \pm 0{,}7$; $L_3 = -4{,}4 \pm 2{,}5$; $L_4 = 0 \pm 0{,}5$; $L_5 = 2{,}2 \pm 0{,}5$; $L_6 = 0 \pm 0{,}3$; $L_7 = -0{,}4 \pm 0{,}15$; $L_8 = 1{,}1 \pm 0{,}3$ (все значения — в единицах 10^{-3}). Величины $L_1 \ldots L_6$ согласуются со следующим выбором параметров:

$$\alpha = (0 \pm 0{,}5)\cdot 10^{-3}\,, \quad \beta = (2{,}2 \pm 0{,}5)\cdot 10^{-3}. \tag{9}$$

Для коэффициентов L_7, L_8 при членах, квадратичных по квадратам масс псевдоскаляров, (7) дает значения, заниженные примерно вдвое. Таким образом, лагранжиан (7) с параметрами (9) удовлетворительно описывает НЭ взаимодействия π, K, η-мезонов. При этом массы скалярных мезонов должны быть $m_{s0} \approx m_{sa} = 1450 \pm 150$ МэВ.

Оценка ширины Г распада таких скалярных мезонов на два псевдоскаляра в рамках теории (1) в древесном приближении дает $\Gamma > m_s$, так что, вероятнее всего, они не должны наблюдаться как резонансы. Заметим, что коэффициенты L_1, L_2, L_3 можно вычислить непосредственно из КХД [6, 7], что дает $\alpha = 0$, $\beta = \gamma = N_c/192\pi^2 \approx 1{,}6\cdot 10^{-3}$, где $N_c = 3$ —

число цветов. В рамках нашей модели это соответствует массе скалярных мезонов $m_{sa} = m_{s0} = 4\sqrt{2}\pi f = 1650$ МэВ.

Литература

1. *Gell-Mann M., Levy M.* Nuovo Cim ., 1960, **16**, 705.
2. *Lee B.W.* Chiral Dynamics, New York, 1972.
3. *Gasser J., Leutwyler H.* Ann. Phys., 1984, **158**, 142.
4. *Gasser J., Leutwyler H.* Nucl. Phys., 1985, **B250**, 465.
5. *Aitchison I.J.R., Fraser C.M., Miron P.J.* Phys. Rev., 1986, **D33**, 1994.
6. *Andrianov A.A., Novozhilov Yu.V.* Phys. Lett., 1985, **B153**, 422.
7. *Simic P.* Phys. Rev. Lett., 1985, **55**, 40.

Физический институт
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
8 апреля 1988 г.