Письма в ЖЭТФ, том 47, вып. 12, стр. 609 – 610 *25 июня 1988 г.*

ХОКИНГОВСКАЯ ТЕМПЕРАТУРА И ФЛУКТУАЦИИ СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ В ПРОСТРАНСТВЕ ДЕ СИТТЕРА

Л.В.Рожанский

Показано, что уравнение диффузии для флуктуаций скалярного поля в пространстве де Ситтера соответствует температуре Хокинга. Установлена связь между стационарным решением этого уравнения и инстантоном Хартля–Хокинга при произвольной размерности пространства и любом виде гравитационного действия.

В работе [1] показано, что поведение в пространстве де Ситтера вакуумных флуктуаций скалярного поля с длиной волны, большей размеров горизонта, описывается диффузионным уравнением

$$\frac{\partial\rho(\varphi,t)}{\partial t} = \frac{H_0^3}{8\pi}\,\frac{\partial^2\rho}{\partial\varphi^2} + \frac{1}{3H_0}\,\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\rho\,\frac{dV(\varphi)}{d\varphi}\right), \tag{1}$$

где H_0 – постоянная Хаббла, $V(\varphi)$ — потенциал скалярного поля, а $\rho(\varphi, t)$ – соответствующая плотность вероятности. Мы предлагаем вывод уравнения (1), который, не будучи вполне строгим, тем не менее, технически весьма прост и связывает это уравнение с присущей пространству де Ситтера температурой Хокинга $T = H_0/2\pi$.

Как известно (см., например, [2]), находящийся в де-ситтеровском вакууме неподвижный в координатах замкнутого де-ситтеровского пространства детектор регистрирует излучение квантов поля φ, имеющее температуру T. Выберем спектральную характеристику детектора так, чтобы он реагировал только на кванты, имеющие частоту $\omega \ll H^{-1}$, тогда такой детектор будет связан только с длинноволновыми флуктуациями поля $\varphi(\lambda \gg H^{-1})$, имеющими, как указано в [1], классическую природу. Иными словами, детектор находится в тепловом равновесии с однородными флуктуациями скалярного поля в причинно связанной с ним области. Поэтому эти флуктуации имеют характер броуновского движения при температуре T. Диффузионное уравнение для броуновских частиц в потенциале $U(x)$ при температуре θ имеет вид

$$\frac{\partial\rho(x,t)}{\partial t} = \frac{\theta}{\gamma}\,\frac{\partial^2\rho}{\partial x^2} + \frac{1}{\gamma}\,\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho\,\frac{dU(x)}{dx}\right), \tag{2}$$

где γ – коэффициент вязкости. В трехмерном пространстве для скалярного поля $\gamma = 3H_0$. Учитывая, что $U(x)$ соответствует энергии скалярного поля внутри причинно связанного с детектором объема $V_3 = \frac{4}{3}\pi H^{-3}$ мы должны одновременно с заменой $U(x)$ на $V(\varphi)$ заменить θ на T/V_3. Поскольку $T = H_0/2\pi$, мы приходим к уравнению (1). Вычисленный в работе [3] коэффициент диффузии скалярного поля для случая n-мерного пространства согласуется с использованием вместо V_3 объема n-мерного шара $V_n = \pi^{n/2}/\Gamma\left(\frac{n}{2}+1\right) H^n$.

В том случае, когда инфляция поддерживается самим полем φ, постоянная Хаббла H определяется величиной $V(\varphi)$. Экспоненциальная часть стационарного распределения $\rho(\varphi)$ находится из уравнения

$$-j = \frac{T}{nHV_n}\frac{d\rho}{d\varphi} + \frac{\rho}{nH}\frac{dV}{d\varphi} = 0 \qquad (3)$$

и имеет вид

$$\ln\rho = C - \int T^{-1} V_n(H(\varphi))\,dV(\varphi)\,. \qquad (4)$$

Свяжем правую часть (4) с действием I для инстантона Хартля-Хокинга [4] (такая связь была установлена для трехмерного пространства и эйнштейновского гравитационного действия в [1], некоторое обобщение этого результата см. в [5]). Этот инстантон представляет собой евклидову сферу радиуса R, поэтому $I(R) = [F(R) - V(\varphi)]\,S_{n+1}(R)$, где функция $F(R)$ зависит от конкретного вида гравитационного лагранжиана, а $S_{n+1}(R) = 2\pi^{(n/2)+1}\times$ $\times\,\Gamma^{-1}\left(\frac{n}{2}+1\right)R^{n+1}$ – площадь $(n+1)$-мерной сферы. Заменим переменную R на S_{n+1}, тогда $I(S_{n+1}) = [F(S_{n+1}) - V(\varphi)]\,S_{n+1}$. Значение S_{n+1} находится из принципа наименьшего действия:

$$I'_{S_{n+1}} = (FS_{n+1})'_{S_{n+1}} - V(\varphi) = 0. \qquad (5)$$

Поскольку $R = H^{-1}$, а $T = H/2\pi$, то $S_{n+1}(R) = V_n(H)\,T^{-1}$, поэтому интеграл в правой части (4) вычисляется:

$$\int V_n T^{-1} dV(\varphi) = \int S_{n+1}\,dV(\varphi) = S_{n+1}V(\varphi) - \int V(\varphi)dS_{n+1} = S_{n+1}V(\varphi) - FS_{n+1} = -I$$

Проделанные вычисления отражают свойства преобразования Лежандра для гравитационного действия от переменной S_{n+1} к $V(\varphi)$.

Итак, для любого лагранжиана гравитационного поля и произвольной размерности пространства экспоненциальная часть стационарного решения уравнения (1) имеет вид $\rho = e^{I}$, где I – действие для инстантона Хартля–Хокинга.

Автор глубоко благодарен А.Д.Линде за полезные обсуждения и помощь при подготовке статьи.

Литература

1. *Старобинский А.А.* Фундаментальные взаимодействия. М.: МГПИ, 1984; *Starobinsky A.A.* Field Theory, Quantum Gravity and Strings, eds H.J. de Vega and N.Sánchez, Lect. Notes in Physics. Springer, Berlin, 1986, **246**, 107; *Гончаров А.С., Линде А.Д.* ЭЧАЯ, 1986, **17**, 837.
2. *Биррел Н., Девис П.* Квантованные поля в искривленном пространстве-времени. М.: Мир, 1984.
3. *Kofman L., Starobinsky A.* Phys. Lett., 1987, **188 B**, 399.
4. *Hartle J.B., Hawking S.W.* Phys. Rev. D., 1983, **28**, 2960.
5. *Pollock M.D.* Nucl. Phys.. B, 1988, **298**, 673.

Институт ядерных исследований
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
19 апреля 1988 г.